

6 静強度の判定

第4章では内部荷重の計算方法を解説した。構造を構成している構造要素の内部荷重が決まれば、強度計算の次の段階である静強度の判定に進むことができる。その内部荷重が働いているときの安全余裕 (Margin of Safety) が静強度の判定作業のアウトプットである。

6.1 設計基準

強度判定の説明に入る前に、設計基準 (Design Criteria) の説明をしておきたい。

民間航空機の安全性を確保するための法律が制定されており、これが最も根本的な基準である。日本では「耐空性審査要領」がその基準 (Regulation) である。海外では米国の Federal Aviation Regulations (FAR) とヨーロッパの Certification Specifications (CS) が制定されているが、これらの基準の内容は細部に至るまで国際的に横通しされており、基本的にほとんど一致している。これらの基準はインターネットで容易に見ることができるので、構造解析技術者であればこれらの基準を読んでおきたい。

実際の構造設計にはさらに具体的な設計基準が必要となるので、下位の基準として航空機の開発会社とその機種専用に設計基準を定めることが多い。たとえば、使用材料リスト、使用ファスナリスト、表面処理の統一、使用する解析方法の統一、等である。

6.1.1 制限荷重

制限荷重 (Limit Load) とは、航空機の運用時に発生する最大荷重である (FAR 25.301)。航空機構造は、有害な永久変形を生じることなく制限荷重を支持できなければいけない。さらに、制限荷重までは変形が安全な運用を妨げないことが要求される (FAR 25.305)。

航空機の荷重は、機体全体として釣り合い状態にあるように分布させる必要がある。

6.1.2 安全率と終極荷重

制限荷重に安全率をかけたものが終極荷重 (Ultimate Load) である (FAR 25.301)。航空機の設計に使用される基本的な安全率 (Factor of Safety) は 1.5 である (FAR 25.303)。航空機構造は終極荷重に少なくとも 3 秒間は耐荷ししなければならない (FAR 25.305)。

6.1.3 特別係数

特別係数 (Special Factor) とは、前項の安全率 1.5 にさらにかける係数である (FAR 25.619)。特別係数には以下のものがある。

- 鋳物係数 (FAR 25.621)
- 面圧係数 (FAR 25.623)
- 金具係数 (FAR 25.625)、通常 1.15 を適用する。

6.1.4 クライテリア荷重

クライテリア荷重 (Criteria Load) とは、釣り合い状態にある荷重とは別に設定される荷重で、以下のようなものがある。

- 舵面のヒンジラインに平行な向きの荷重倍数 (FAR 25.393)
- 非常着陸荷重 (Emergency Landing Load) (FAR 25.561)

6.1.5 座屈に関する強度基準

座屈に関する強度基準を明確にすることが必要である。たとえば、桁のウェブの座屈を許すか許さないかという基準である。

6.2 強度計算の流れ

強度計算の流れをまとめておく。③は第4章のテーマであった。④と⑤は本章のテーマである。

- ① 図面をよく見て構造を理解する。具体的には、
 - 構造要素に分解して、各要素の機能（どういう荷重を受け持つのか）を理解する。似た形をしていても異なる機能を持つことがあるので注意すること。
 - 使用材料、熱処理、使用ファスナ等を知る。同じ材料でも、素材の板厚によって強度が異なるので注意すること。
 - 近接する構造との結合状況を知る。
- ② 対象構造の設計条件（環境条件、荷重条件、特別係数の要否等）を知る。
- ③ どこから荷重が入ってきて、どこに流れていくのかを内部荷重解析結果により理解する。
- ④ どのような破壊様式（Failure Mode）がありうるかを考える。特に座屈に関する破壊様式に注意する。
- ⑤ 想定できる複数の破壊様式に対して強度を計算する。

6.3 安全余裕

構造部材の強度の指標は安全余裕（Margin of Safety, 略 M.S.）である。安全余裕は次の式で表される。安全余裕がゼロのときに構造部材が破壊する。

$$M.S. = \frac{P_{allow,ult}}{P_{ult}} - 1, \text{ または } M.S. = \frac{F_{allow,ult}}{f_{ult}} - 1$$

ここで、 $P_{allow,ult}$ ：許容荷重（Allowable Load）
 P_{ult} ：終極荷重における作用荷重（Working Load）
 $F_{allow,ult}$ ：許容応力（Allowable Stress）
 f_{ult} ：終極荷重における作用応力（Working Stress）

特別係数を適用するときには、

$$M.S. = \frac{P_{allow,ult}}{(Special Factor) \times P_{ult}} - 1, \text{ または } M.S. = \frac{F_{allow,ult}}{(Special Factor) \times f_{ult}} - 1$$

許容応力は6.4項で説明する材料許容値である場合と、部材の形状・寸法で決まる許容応力（たとえば、クリップリング応力（6.5.2.5項参照）、座屈応力等）である場合がある。

制限荷重で永久変形をさせない条件で安全余裕を計算する必要があることもある。このときは上記の式で「終極荷重」を「制限荷重」に置き換えればよい。

ある構造部材の強度計算においては、複数の標定荷重ケースにおける複数の破壊モードの安全余裕を計算し、その中で最小の安全余裕をその部材の安全余裕とする。強度計算書の安全余裕のまとめには各部材の最小安全余裕の値とともに破壊モードも記載する。

ひとつの荷重ケースにおいて部材の破壊モードの相互作用（Interaction）がある場合がある。たとえば、平板に圧縮荷重とせん断荷重が同時に働いているときに、強度計算上はまず、これらの荷重が単独で働いているとして圧縮座屈応力 $F_{c,cr}$ とせん断座屈応力 $F_{s,cr}$ を別々に計算することがある。これらの荷重が同時に働いているときには、個々に働いているときよりは小さくなるので、このときの安全余裕は相互作用式（Interaction Equation）を使って計算する。一般に相互作用式は次のように表される。

$R_1^l + R_2^m + R_3^n + \dots = 1$ となるときに破壊する.

ここで, $R_i = \frac{F_{i,allow}}{f_i}$: 破壊モード i の応力比

$F_{i,allow}$: 破壊モード i の許容応力

f_i : 破壊モード i の作用応力

l, m, n, \dots : 破壊モードで決まる指数

したがって, 安全余裕は次の式を解いて計算する.

$$\left(\frac{F_{1,allow}}{(M.S.)f_1} \right)^l + \left(\frac{F_{2,allow}}{(M.S.)f_2} \right)^m + \left(\frac{F_{3,allow}}{(M.S.)f_3} \right)^n + \dots = 1$$

種々の破壊モードに対して相互作用式が決まっているのでそれを使用する. 相互作用式がグラフで表されている場合もある.

6.4 材料強度

航空機用構造材料強度のデータは”Metallic Materials Properties Development and Standardization”（略称 MMPDS）（文献[2-5]）にまとめられている。アメリカ連邦航空局(FAA)が、このデータを民間航空機の構造の強度計算に使用してよいと認めている。

ここでは航空機構造でもっともよく使われるアルミ合金の材料強度について説明する。

6.4.1 アルミ合金の種類

航空機構造によく使用されるアルミ合金には 2000 系合金（アルミ+銅）と 7000 系合金（アルミ+亜鉛）がある。2000 系合金は 7000 系合金に比べて強度が少し低いが、疲労特性がよいことが特長で胴体外板に用いられることが多い。7000 系合金は強度が高く、胴体外板を除く構造のほとんどに用いられる。両者とも耐熱温度は 100°C程度である。アルミ合金は熱処理によっていろいろな特性を付与できる。

アルミ合金の名前は次のように表される。

$$\begin{array}{cccc}
 2 & \times & \times & \times - T \# \# \\
 \uparrow & & & \uparrow \\
 \text{合金成分} & & & \text{熱処理}
 \end{array}$$

アルミ合金の符号を表 6-1 に示す。

表 6-1 アルミ合金の符号

Table 3.1. Basic Designation for Wrought and Cast Aluminum Alloys [Reference 3.1(b)]

Alloy Group	Major Alloying Elements	Alloy Group	Major Alloying Groups
	Wrought Alloys		Cast Alloys
1XXX	99.00 percent minimum aluminum	1XX.0	99.00 percent minimum aluminum
2XXX	Copper	2XX.0	Copper
3XXX	Manganese	3XX.0	Silicon with added copper and/or magnesium
4XXX	Silicon	4XX.0	Silicon
5XXX	Magnesium	5XX.0	Magnesium
6XXX	Magnesium and Silicon	6XX.0	Unused Series
7XXX	Zinc	7XX.0	Zinc
8XXX	Other Elements	8XX.0	Tin
9XXX	Unused Series	9XX.0	Other Elements

（MMPDS（文献[2-5]より））

6.4.2 設計許容値

6.4.2.1 設計許容値とは

強度計算で用いる材料強度は、素材のばらつきを統計的に考慮した値（許容値， Allowables）を使うことが Regulation で要求されている。許容値には、A 値（A-Basis Allowables）と B 値（B-Basis Allowables）がある。信頼水準 95% で破壊確率が 1% 以下となるのが A 値で、10% 以下となるのが B 値である（図 6-1）。民間機の Regulation では、単一荷重経路（Single Load Path）の構造では A 値を使い、多荷重経路（Multiple Load Path）の構造では B 値を使うよう要求されている。

強度計算で使う材料剛性は平均値である。

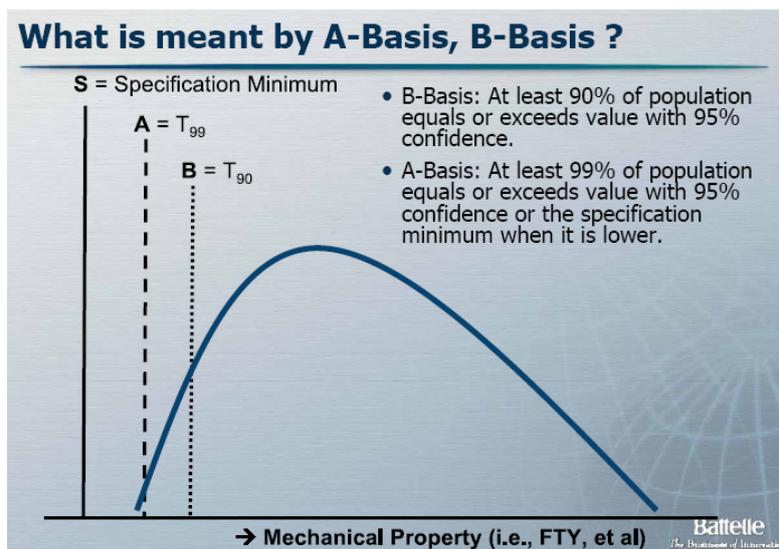


図 6-1 許容値

6.4.2.2 設計許容値の説明

図 6-2 にアルミ合金の引張応力-歪曲線の概要図を示す。MMPSD のデータシートに出てくる設計許容値を以下に示す。

■ 引張に関する物性値

E : ヤング率 (Modulus of Elasticity). 単位 msi

μ : ポアソン比 (Poisson's Ratio)

Fty : 引張降伏応力 (Tensile Yield Stress). 単位 ksi. アルミ合金の場合には 0.2% の永久歪を生じる引張応力。

Ftu : 引張終極応力 (Ultimate Tensile Stress). 単位 ksi. 最大荷重を元の断面積で割った応力。

■ 圧縮に関する物性値

Ec : 圧縮ヤング率 (Compressive Modulus of Elasticity). 単位 msi

Fcy : 圧縮降伏応力 (Compressive Yield Stress). 単位 ksi. アルミ合金の場合には 0.2% の永久歪を生じる圧縮応力。単位 ksi.

Fcu : 圧縮終極応力 (Ultimate Compressive Stress). MMPDS では Fcu の値は記載されていない。アルミ合金は延性材料であり、材料圧縮試験では、降伏応力を超えると実断面積が増加していき、実応力が減少するため破壊は起きない。したがって、アルミ合金では $Fcu = Ftu$ と仮定する。

■ せん断に関する物性値

G : せん断弾性係数 (Shear Modulus). 単位 msi.

Fsu : せん断終極応力 (Ultimate Shear Stress). 単位 ksi.

■ 面圧に関する物性値

Fbry : 面圧降伏応力 (Bearing Yield Stress). 単位 ksi.

Fbru : 面圧終極応力 (Ultimate Bearing Stress). 単位 ksi.

面圧応力 f_{br} の定義は, $f_{br} = \frac{P}{Dt}$, (図 6-149 参照)

D : ファスナの直径

t : 母材の板厚

P : 荷重

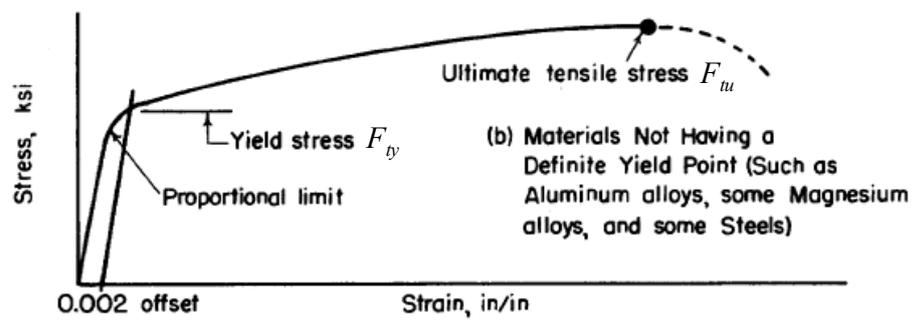


図 6-2 応力-歪曲線

6.4.3 材料のデータシートの例

表 6-2 にアルミ合金 2024 板材のデータシートを示す。熱処理、素材板厚によって強度の値が異なるので、部品に使用している熱処理、素材板厚を図面で調べて強度計算に使う必要がある。また、結晶粒の向き (Grain Direction) によっても強度が異なる。結晶粒の向きの説明を図 6-3 に示す。

表 6-2 アルミ合金 2024 板材のデータシート

Table 3.2.3.0(b). Design Mechanical and Physical Properties of 2024 Aluminum Alloy Sheet and Plate

Specification	AMS 4037 and AMS-QQ-A-250/4																AMS-QQ-A-250/4			
	Sheet						Plate										Sheet	Plate		
	T3						T351										T361			
Thickness, in.	0.008-0.009	0.010-0.128	0.129-0.249	0.250-0.499	0.500-1.000	1.001-1.500	1.501-2.000	2.001-3.000	3.001-4.000	0.020-0.062	0.063-0.249	0.250-0.500								
Basis	S	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	S	S	S		
Mechanical Properties:																				
F_{tu} , ksi:																				
L	64	64	65	65	66	64	66	63	65	62	64	62	64	60	62	57	59	68	69	67
LT	63	63	64	64	65	64	66	63	65	62	64	62	64	60	62	57	59	67	68	66
ST	52 ^a	54 ^a	49 ^a	51 ^a
F_{ty} , ksi:																				
L	47	47	48	47	48	48	50	48	50	47	50	47	49	46	48	43	46	56	56	54
LT	42	42	43	42	43	42	44	42	44	42	44	42	44	42	44	41	43	50	51	49
ST	38 ^a	40 ^a	38 ^a	39 ^a
F_{cy} , ksi:																				
L	39	39	40	39	40	39	41	39	41	39	40	38	40	37	39	35	37	47	48	46
LT	45	45	46	45	46	45	47	45	47	44	46	44	46	43	45	41	43	53	54	52
ST	46	48	44	47
F_{su} , ksi:																				
L	39	39	40	40	41	38	39	37	38	37	38	37	38	35	37	34	35	42	42	41
F_{bu}^b , ksi:																				
(e/D = 1.5)	104	104	106	106	107	97	100	95	98	94	97	94	97	91	94	86	89	111	112	109
(e/D = 2.0)	129	129	131	131	133	119	122	117	120	115	119	115	119	111	115	106	109	137	139	135
F_{by}^b , ksi:																				
(e/D = 1.5)	73	73	75	73	75	72	76	72	76	72	76	72	76	72	76	70	74	82	84	81
(e/D = 2.0)	88	88	90	88	90	86	90	86	90	86	90	86	90	86	90	84	88	97	99	96
e , percent (S-basis):																				
LT	10	c	...	c	...	12	...	8	...	7	...	6	...	4	...	4	...	8	9	9 ^d
E , 10 ³ ksi																				
L	10.5						10.7						10.5						10.7	
E_c , 10 ³ ksi																				
L	10.7						10.9						10.7						10.9	
G , 10 ³ ksi																				
L	4.0						4.0						4.0						4.0	
μ																				
L	0.33						0.33						0.33						0.33	
Physical Properties:																				
ω , lb/in.																				
0.100																				
C, K, and α																				
See Figure 3.2.3.0																				

a Caution: This specific alloy, temper, and product form exhibits poor stress-corrosion cracking resistance in this grain direction. It corresponds to an SCC resistance rating of D, as indicated in Table 3.1.2.3.1(a).
 b Bearing values are "dry pin" values per Section 1.4.7.1. See Table 3.1.2.1.1.
 c See Table 3.2.3.0(c).
 d 10% for 0.500 inch.

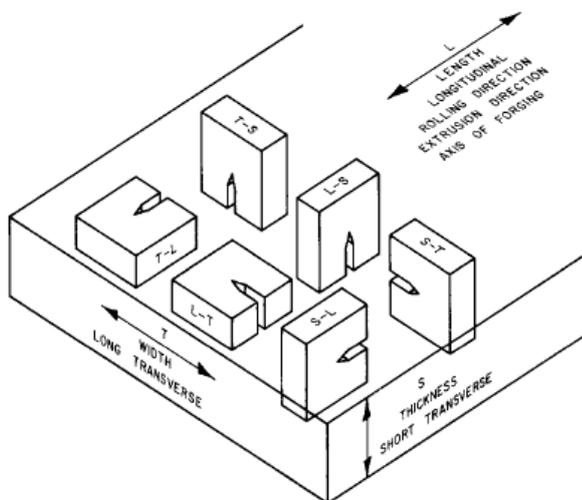


図 6-3 結晶粒の向きの定義

6.4.4 応力-歪曲線の例

アルミ合金の応力-歪曲線の例（2024-T3 板材）を図 6-4 に示す。

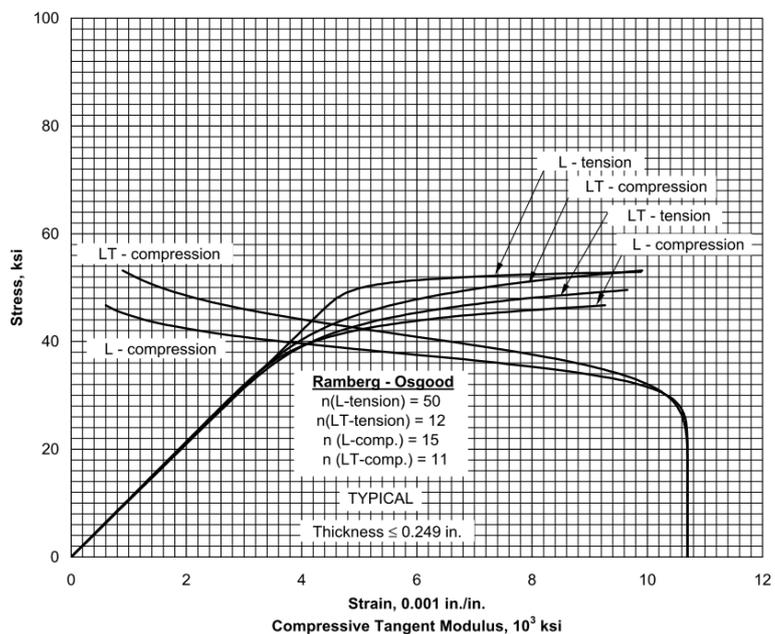


Figure 3.2.3.1.6(a). Typical tensile and compressive stress-strain and compressive tangent-modulus curves for 2024-T3 aluminum alloy sheet at room temperature.

図 6-4 応力-歪曲線の例 - 2024-T3

6.5 破壊の形態

強度は破壊様式 (Failure Mode) (構造がどう壊れるか) によって異なる。ひとつの構造要素の破壊様式は、荷重の向き、構造要素の形、構造要素の場所、寸法、材料でいろいろな様相を示すので、起きる可能性のある複数の破壊様式を想定する必要がある。そのうちで最低の強度を求める。さらに、構造全体の強度は、それを構成する構造要素のうちで最も強度の低いもので決定される。構造の破壊様式の知識が重要であることがわかる。設計のときに想定しなかった破壊様式で構造が壊れるという失敗をおかさないようにしたいものである。

航空機構造の特徴である薄板構造の破壊は座屈現象に関係する破壊様式が多い。このため、航空機構造解析に特有の強度計算方法が開発されてきた。

6.5.1 軸力部材の引張破壊

純粋な引張荷重を受ける軸力部材は、トラスの部材、構造を結合するロッド、引張を受ける外板等がある。軸荷重を断面積で割った作用応力 (Working Stress) が引張終極応力 F_{tu} に達したときに破壊する。外板のように、フレームと外板を結合するリベット穴があいている場合は、穴の断面積を差し引く必要がある。この有効断面積のことをネット断面積 (Net Area)、応力をネット応力 (Net Stress) と呼ぶ。穴による応力集中は延性材料である金属材料の静強度の場合は考慮しなくてよい。図 6-4 の応力-歪曲線に示すような延性材料では穴まわりの応力集中が緩和されるため、引張破壊するときには、図 6-5 の一番右の図に示すような一様な応力分布になり、ネット応力が F_{tu} になったときに破壊することになる。

穴があいた板の場合、ネット応力は次の式で表される。

$$f_{net} = \frac{P}{A_{net}} = \frac{P}{(W-d)t}$$

ここで、

P : 作用荷重

W : 幅

D : 穴の直径

t : 板厚

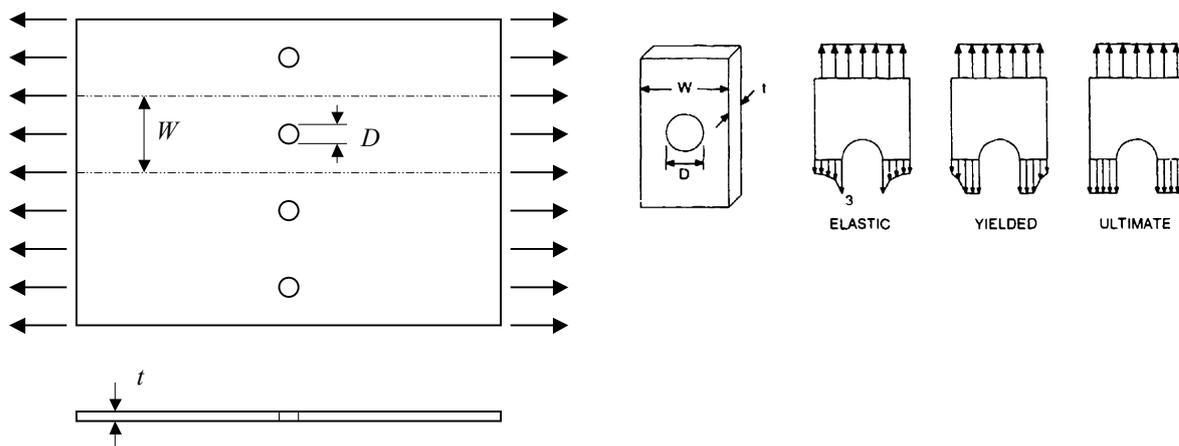


図 6-5 穴がある場合の静破壊時の応力分布

実際の構造部材では、断面積が変化していることが多く、破壊は最小断面で起きるので、最小断面がどこにあるかを見極めて作用応力を計算する必要がある。

6.5.2 軸力部材の圧縮破壊

圧縮荷重を受ける軸力部材（柱）の破壊の様式はいろいろな種類があるので特に注意が必要である。ここでは棒状の構造部材に圧縮荷重が負荷される場合を考える。航空機構造における圧縮荷重による破壊の特徴は、引張のような単純な材料破壊はほとんどなく、不安定現象による破壊が多いことである。棒状の軸力部材の圧縮破壊の分類を表 6-3 に示す。柱の圧縮破壊モードの詳細は図 6-38 で説明する。

表 6-3 軸力部材の圧縮破壊の分類

破壊様式		対象部材	説明
安定現象	材料圧縮破壊	厚くて安定な断面で、長さが短い部材	圧縮による軸歪が増大して降伏応力 F_{cy} に達したあとも荷重が増えながらつぶれていく。
不安定現象	オイラー座屈	長い真っ直ぐな棒	長い棒に圧縮荷重を負荷すると、急に横変形を起こし、それ以上荷重を受け持たなくなる。弾性領域の現象。
	ねじれ座屈	長い真っ直ぐな棒で、曲げ剛性に比べてねじり剛性が小さい部材	断面のねじり剛性が小さい場合、オイラー座屈より低い荷重でねじれながら横変形する変形が発生し、それ以上荷重を受け持たなくなる。弾性領域の現象。
	クリップリング破壊	薄い板で構成された断面の部材（短い場合）	薄い板で構成された断面の部材を圧縮すると、まず板でできた壁が座屈するが、これは部材の最終破壊ではない。その後は角部で圧縮荷重を受け持つようになる。さらに荷重を負荷すると、角部がつぶれる破壊が起きる。
	短柱の座屈（厚い断面）	厚くて安定な断面の部材	材料圧縮破壊とオイラー座屈の中間領域の破壊。
	短柱の座屈（クリップリング破壊する断面）	薄い板で構成された断面の部材	クリップリング破壊とオイラー座屈の中間領域の破壊。
	ビームカラム	長い真っ直ぐな棒で、初期不整がある場合や、圧縮に加えて横荷重が入る場合	初期不整や横荷重による曲げモーメントが、圧縮荷重による変形で拡大されて曲げ破壊を起こす。

6.5.2.1 材料圧縮破壊

非常に短い円柱に圧縮荷重が負荷される場合には、材料圧縮破壊が起きる。ただし、この場合には圧縮降伏応力 F_{cy} に達したあとも歪は増大し、圧縮終極応力は定義できない（図 6-4）。このように、安定な構造部材に圧縮荷重が働く場合にのみ、材料圧縮破壊が起きる。

6.5.2.2 長柱座屈

トラス部材のような長い真っ直ぐな棒状の部材に圧縮荷重が負荷される場合には、長柱座屈 (Column Buckling), または、ねじれ座屈が起きる。長柱座屈のことをオイラー座屈 (Euler Buckling) ともいう。ねじれ座屈については次項で説明する。

最も基本的な長柱座屈を説明する。両端が単純支持された一定断面の真っ直ぐな棒 (柱, Column) に圧縮荷重が負荷される問題を考える (図 6-6)。この柱の長さを L , 曲げ剛性を EI とする。この棒に圧縮荷重を負荷していくと、最初は軸方向に縮むが、ある荷重において横方向に曲がりだす。この荷重をオイラー座屈荷重 $P_{E,cr}$ と呼ぶ。単純支持の場合、オイラー座屈荷重は次のようにあらわされる。

$$P_{E,cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

荷重を増加していくと横方向への変形は急激に増加する。棒には圧縮荷重と横変形による曲げモーメントが働くことになり、曲げ破壊を起こす。したがって、オイラー座屈荷重を破壊荷重とみなす必要がある。

実構造では完全に真っ直ぐな棒はありえない。棒状の部材にわずかな初期変形 (初期不整 (Initial Imperfection) という) がある場合の荷重と横変形の関係を図 6-7 に示す。オイラー座屈荷重より低い荷重から横変形が増大するので、初期不整があるとオイラー座屈荷重より低い荷重で破壊することを示している。

オイラー座屈荷重を計算する際には、曲げ剛性の向きに注意しなければならない。構造として変形しうる方向で、最も曲げ剛性の小さい向きに座屈変形する場合の座屈荷重を計算するのである。棒の場合には、断面の主軸方向の断面 2 次モーメント、すなわち最大断面 2 次モーメントと最小断面 2 次モーメントを計算し、最小断面 2 次モーメントを使ってオイラー座屈荷重を計算する。補強外板のように座屈する軸力部材 (ストリング) が外板で保持されている場合には、外板の面内方向には安定化されているので、ストリングと外板の有効幅 (6.5.7.5 項参照) の外板の面外方向の断面 2 次モーメントを使ってオイラー座屈荷重を計算する。

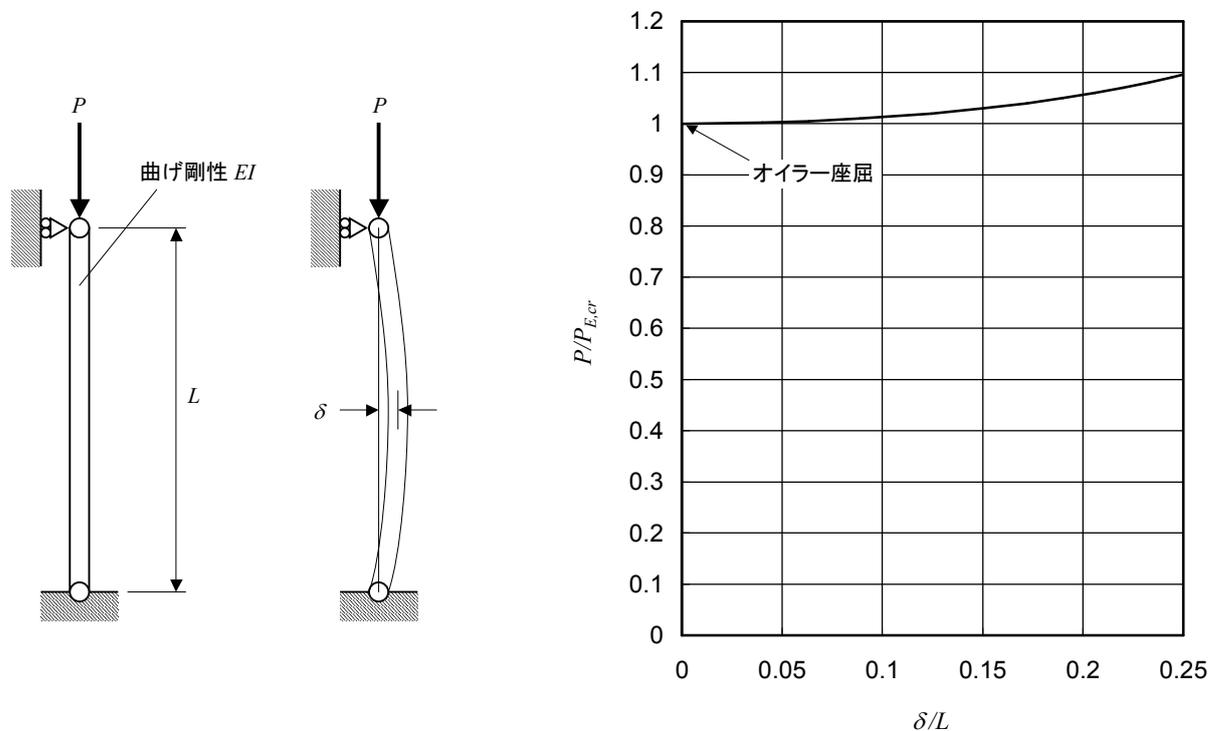


図 6-6 長柱座屈

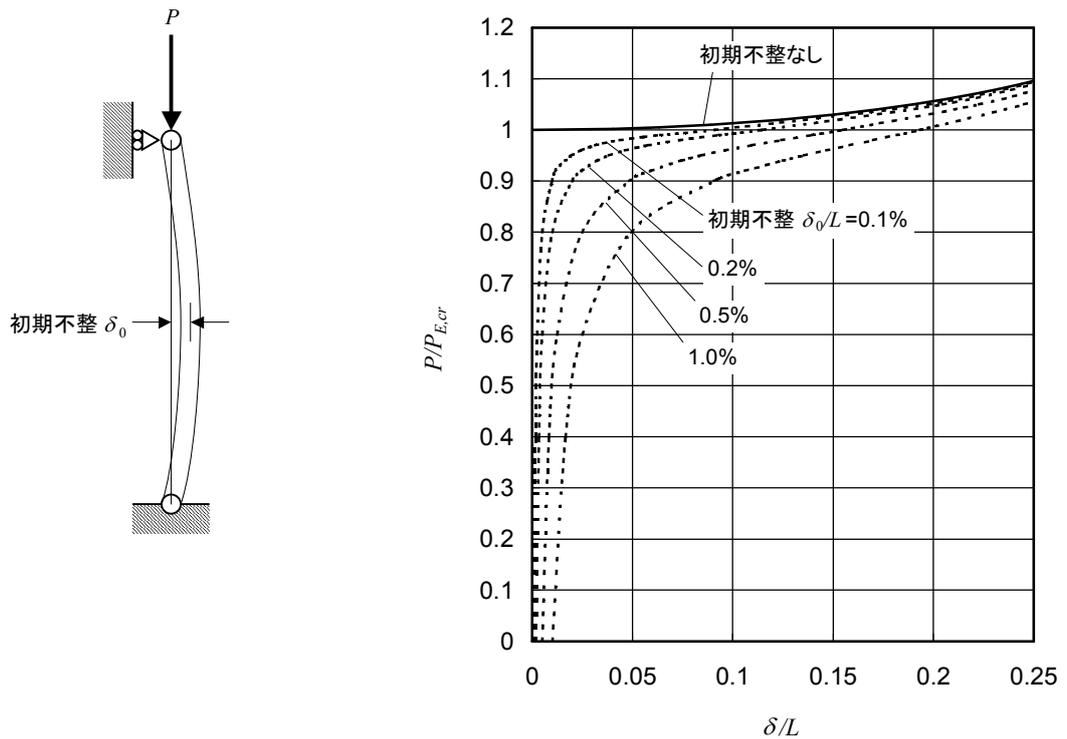


図 6-7 初期不整がある場合の横変形

一定断面の棒状部材の長柱座屈荷重は端末の支持条件に依存する。座屈荷重を次のように書き、端末支持条件を定数 C で表す。基本的な端末支持条件の座屈荷重を表 6-4 に示す。各種の端末条件による座屈変形と座屈荷重の違いの様子を図 6-8 に示す。

$$P_{E,cr} = \frac{C\pi^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 EI}{L'^2}, \quad L' = \frac{L}{\sqrt{C}}$$

ここで、 L ：柱の長さ、 L' ：柱の座屈長さ、 C ：端末拘束係数

応力で表すと、

$$F_{cr} = \frac{P_{E,cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{L'^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L'}{\rho}\right)^2}, \quad \rho = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

ここで、 ρ ：断面の回転半径（Radius of Gyration）

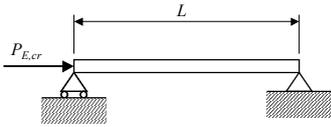
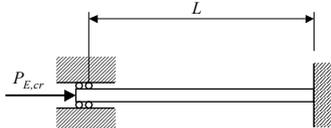
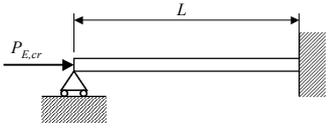
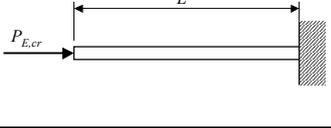
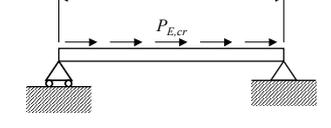
L'/ρ ：細長比（Slenderness Ratio）

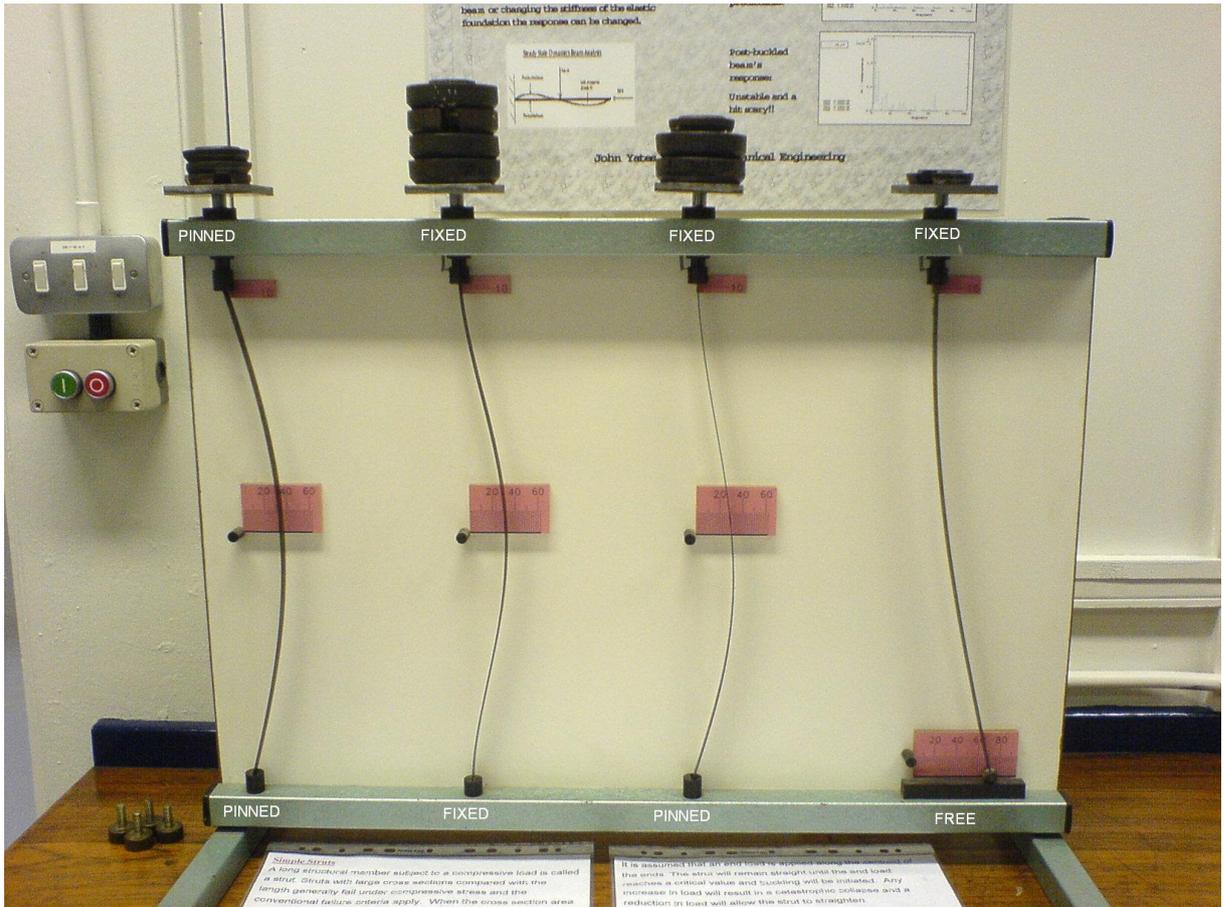
端末支持条件の例を 2 つ挙げる（図 6-9）。ひとつは、溶接トラスである。このような構造では、圧縮部材が他の部材とつながっており、端末支持条件を決めるのは難しい。一般的には $C=2.0$ とすれば安全側であるが、剛性の高い圧縮部材が剛性の低い部材と結合されている場合には、もっと小さい端末拘束係数を使うべきである。逆に剛性の低い圧縮部材が剛性の高い部材と結合されている場合には、少し大きい端末拘束係数を使う。すべてのト

ラス部材が圧縮である場合は $C=1$ とすべきである。鋼管溶接構造のエンジンマウントは通常 $C=1$ で設計される。

セミモノコック構造のストリングがリブやフレームで支持されている場合は、図 6-9 の右図に示すようにリブやフレームが変形するので、 $C=1$ とする。支持している部材がバルクヘッドのように面内剛性が高い場合には、 $C=1.5$ を使うこともある。

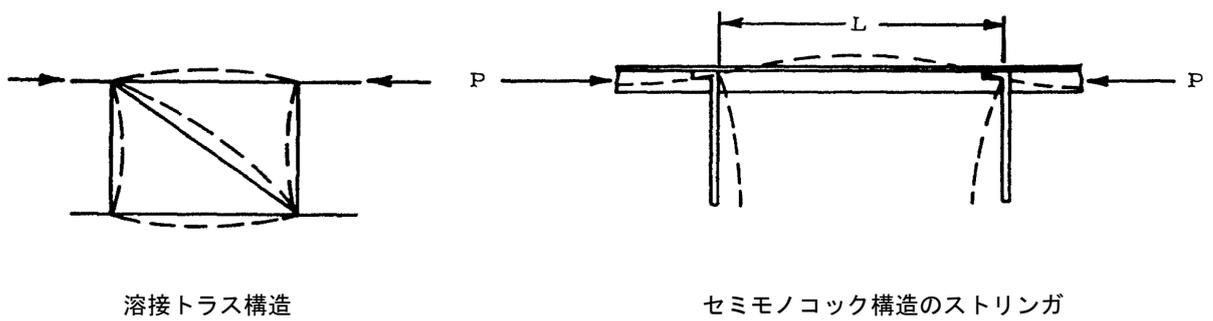
表 6-4 一定断面の柱の座屈荷重

荷重	端末支持条件	図	端末拘束係数 C
端末圧縮荷重	両端単純支持		$C=1$
端末圧縮荷重	両端固定		$C=4$
端末圧縮荷重	片端単純支持, 片端固定		$C=2.048$
端末圧縮荷重	片端自由, 片端固定		$C=0.25$
一様分布圧縮荷重	両端単純支持		$C=0.795$



Wikipedia から

図 6-8 長柱座屈の実験 – 端末支持条件による変形と座屈荷重の違い



溶接トラス構造

セミモノコック構造のストリンガ

図 6-9 端末拘束条件の例

6.5.2.3 長柱座屈荷重のエネルギー法による解析

表 6-4 に示された条件以外（断面が変化する，支持条件が異なる，荷重条件が異なる等）の座屈荷重は有限要素法またはエネルギー法を使って計算できる．エネルギー法を使って座屈荷重を計算する方法を以下に示す．

図 6-10 に示すように，片方の末端が回転ばねで支持され，中間でもばね支持されている梁を考える．変位境界条件を満たす変位関数を $v(x)$ とすると，次の式で表されるレイリー商（Rayleigh Quotient）を最小化することにより座屈荷重が得られる．

$$\frac{P_{cr}}{\text{単位外力}} = \text{レイリー商} = \frac{\text{座屈変形による歪エネルギー}}{\text{座屈変形をしたときの単位外力による仕事}}$$

座屈変形によるエネルギーは梁の曲げ変形による歪エネルギーと回転ばねの歪エネルギーとばねの歪エネルギーの和で，変位関数から計算できる．梁の軸力による変形は無視し，軸力による歪エネルギーはゼロとする．

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L EI \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} k_\theta \theta^2 + \frac{1}{2} k v_1^2$$

座屈変形をしたときの単位外力による仕事は $P_1 \times u_1 + P_2 \times u_2$ である．軸方向の変位 u_1 と u_2 は曲げ変形 $v(x)$ から次の式で計算できる（図 6-11 参照）．

$$u(x) = -\frac{1}{2} \int_0^x \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 dx$$

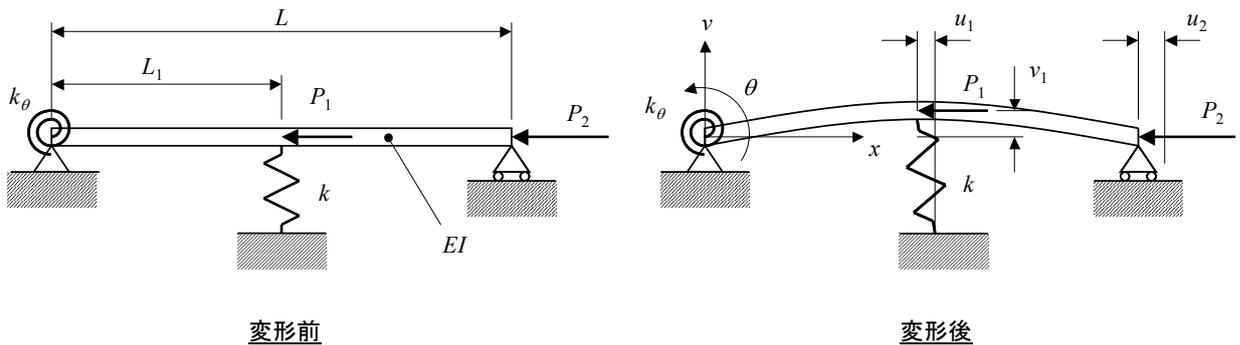


図 6-10 長柱座屈の問題

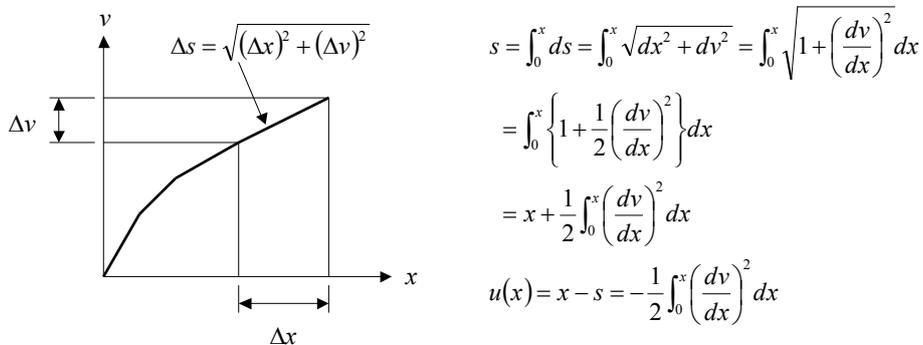


図 6-11 軸方向の変位の計算式

図 6-12 に示す数値例を解いてみよう。変位境界条件を満たす変位関数を次のように三角関数で近似する。

$$v(x) = \sum_{m=1}^n \left\{ a_m \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \right\}$$

微分すると、

$$\frac{dv}{dx} = \sum_{m=1}^n \left\{ \frac{m\pi a_m}{L} \cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \right\}$$

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \sum_{m=1}^n \left\{ -\frac{m^2\pi^2 a_m}{L^2} \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \right\}$$

梁の歪エネルギーと単位外力の負荷点の軸変位は数値積分で求めることにする。MS-Excel のソルバーを使って、フーリエ級数の係数 a_m をパラメータとしてレイリー商を最小化することにより座屈荷重が得られる。級数の項数は 10 項までとした。MS-Excel による計算結果を表 6-5 に示す。

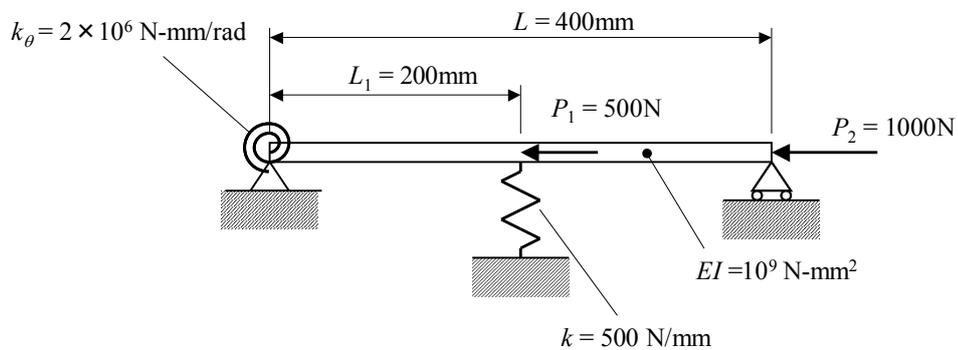


図 6-12 長柱座屈の数値例

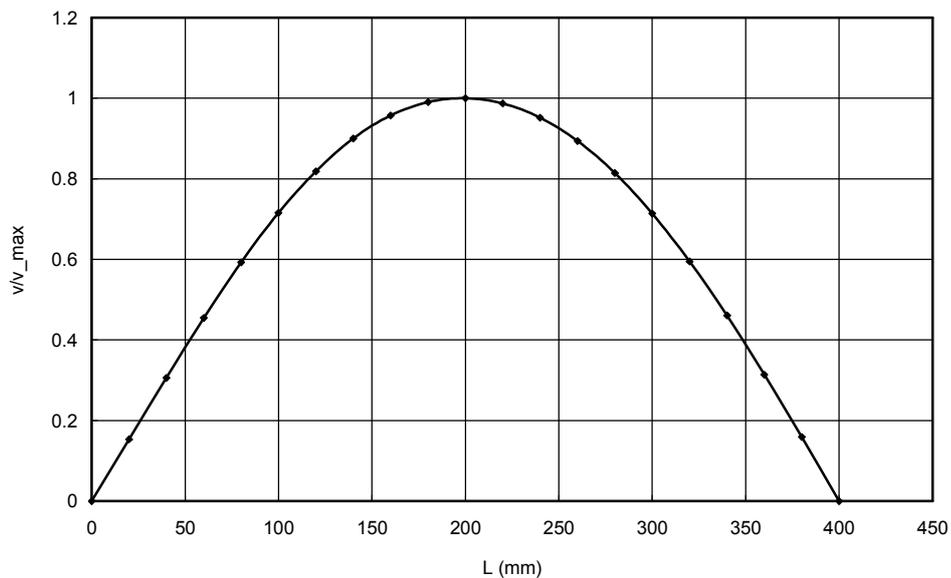


図 6-13 座屈変形

表 6-5 長柱座屈の数値計算例 - 変位関数に三角関数を使った解析

寸法, 剛性	L = 400 mm	歪エネルギー	U_beam = 415.589 N-mm	単位外力	P1 = -500 N	座屈荷重	P1cr = -44667 N
	k_theta = 2000000 N-mm/rad		U_rotation = 62.758 N-mm		P2 = -1000 N		P2cr = -89333 N
	k = 500 N/mm		U_spring = 267.575 N-mm		W = 8.34988 N-mm		ParP0 = 89.333 ←目的セル
	EI = 1.00.E+09 N-mm ²		U_total = 745.922 N-mm				

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	1.04011783	0.000234	0.00281	-0.003490736	-0.0026206	-0.00074	-0.0002	-0.00035	-0.000337414	-0.0002

←変化させるセル

x (mm)	dx (mm)	EI (N-mm ²)	x/L	pi*x/L	v (mm)	v'	v''	v'''	0.5*EI*v'' ² *dx	v' ²	0.5*v'' ² *dx	u (mm)	v/v_max
0	20	1.00.E+09	0	0	0	0.007922	0	0	0.000	6.3E-05	0.000628487	0	0
20	20	1.00.E+09	0.05	0.157079633	0.1585489	0.007933	4.19E-08	1.76E-15	0.543	6.3E-05	0.000622615	-0.00063	0.153254
40	20	1.00.E+09	0.1	0.314159265	0.316707	0.007848	1.04E-05	1.09E-10	4.316	6.2E-05	0.000588959	-0.00125	0.306129
60	20	1.00.E+09	0.15	0.471238898	0.4704622	0.00747	2.75E-05	7.58E-10	12.204	5.6E-05	0.000508491	-0.00184	0.454749
80	20	1.00.E+09	0.2	0.628318531	0.6133632	0.006774	4.11E-05	1.69E-09	20.571	4.6E-05	0.000401476	-0.00235	0.592878
100	20	1.00.E+09	0.25	0.785398163	0.7400316	0.005866	4.93E-05	2.43E-09	28.172	3.4E-05	0.000287585	-0.00275	0.715315
120	20	1.00.E+09	0.3	0.942477796	0.8470074	0.004807	5.66E-05	3.21E-09	35.847	2.3E-05	0.00018058	-0.00304	0.818718
140	20	1.00.E+09	0.35	1.099557429	0.9313576	0.003606	6.3E-05	3.96E-09	40.227	1.3E-05	9.20903E-05	-0.00322	0.900251
160	20	1.00.E+09	0.4	1.256637061	0.9907176	0.002327	6.39E-05	4.08E-09	38.502	5.4E-06	3.29342E-05	-0.00331	0.957629
180	20	1.00.E+09	0.45	1.413716694	1.024687	0.001083	6.01E-05	3.62E-09	34.611	1.2E-06	5.90322E-06	-0.00334	0.990463
200	20	1.00.E+09	0.5	1.570796327	1.034553	-8.7E-05	5.75E-05	3.3E-09	33.414	7.6E-09	7.72417E-06	-0.00335	1
220	20	1.00.E+09	0.55	1.727875959	1.0213041	-0.00124	5.81E-05	3.38E-09	34.180	1.5E-06	3.67822E-05	-0.00335	0.987194
240	20	1.00.E+09	0.6	1.884955592	0.9848067	-0.00241	5.88E-05	3.46E-09	33.495	5.8E-06	9.29631E-05	-0.00339	0.951915
260	20	1.00.E+09	0.65	2.042035225	0.9248809	-0.00357	5.69E-05	3.24E-09	30.320	1.3E-05	0.000173233	-0.00348	0.893991
280	20	1.00.E+09	0.7	2.199114858	0.8422449	-0.00468	5.31E-05	2.82E-09	25.566	2.2E-05	0.000271232	-0.00366	0.814115
300	20	1.00.E+09	0.75	2.356194449	0.7384036	-0.00569	4.79E-05	2.29E-09	19.642	3.2E-05	0.000378137	-0.00393	0.713742
320	20	1.00.E+09	0.8	2.513274123	0.6154917	-0.00658	4.05E-05	1.64E-09	13.102	4.3E-05	0.000482482	-0.00431	0.594935
340	20	1.00.E+09	0.85	2.670353756	0.4764515	-0.0073	3.13E-05	9.83E-10	7.255	5.3E-05	0.000572534	-0.00479	0.460539
360	20	1.00.E+09	0.9	2.827433388	0.3248892	-0.00783	2.16E-05	4.68E-10	2.982	6.1E-05	0.000639121	-0.00536	0.314038
380	20	1.00.E+09	0.95	2.984513021	0.1646895	-0.00816	1.13E-05	1.28E-10	0.840	6.7E-05	0.000674991	-0.006	0.159189
400	20	1.00.E+09	1	3.141592654	1.29E-16	-0.00827	9.02E-21	8.14E-41	Total	6.8E-05	0.000674991	-0.00668	1.25E-16
					v_max	1.034553			415.589				

同じ問題を 4.3.6.2 項で説明した梁要素を使って解くこともできる。図 6-14 に示すように、梁を節点数 21、要素数 20 に分割する。節点の上下変位 v と回転 θ を変数として梁の歪エネルギーとばねの歪エネルギーを計算することができる。梁の軸力による歪エネルギーは無視する。一方、節点の上下変位 v から軸変位 u も計算することができるので、単位外力による仕事を計算することができる。レイリー商を最小化することにより座屈荷重が決まる。MS-Excel を使って計算した結果を表 6-6 に示す。この結果は表 6-5 とほとんど一致している。

以上に示した長柱座屈荷重の計算方法は、断面積が変化する場合にも適用できる汎用性の高い方法であり、有限要素法の代わりとして使える。

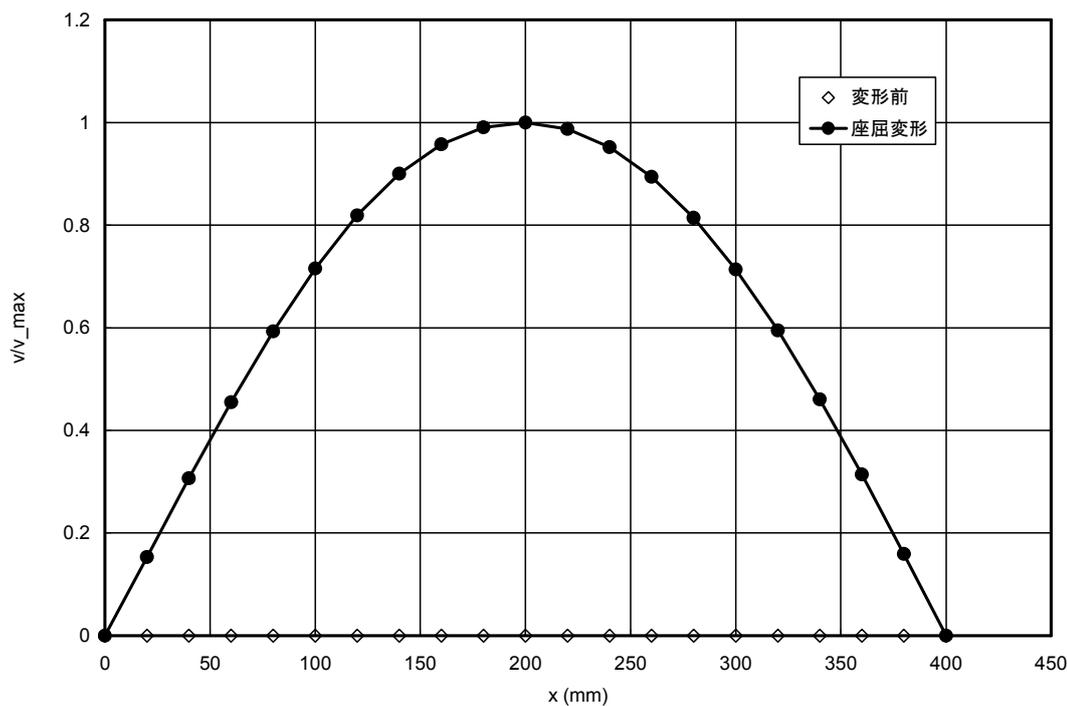


図 6-14 長柱座屈の解析の要素分割と座屈変形

表 6-6 長柱座屈の数値計算例 - 梁要素を使った解析

Grid No.	x (mm)	y (mm)	Constraint		u (mm)	v (mm)	theta (radian)	dx	dv	dv/dx	(dv/dx) ²	du (mm)	u (mm)	v' (mm)	theta (radian)	Px (N)	W (in-lb)	v/vmax	
			x	y															
1	0	0	1	1	0	0	2.65141917	20	0.5376	0.02688	0.0007225	0.00723	0	0	0.02651	0	0	0	
2	20	0			-0.00723	0.5376	2.70812664	20	0.53906	0.0269529	0.0007265	0.00726	-0.00723	0.5376	0.02708		0	0.15313	
3	40	0			-0.01449	1.076658	2.66593996	20	0.52087	0.0260437	0.0006783	0.00678	-0.01449	1.07666	0.02666		0	0.30668	
4	60	0			-0.02127	1.597532	2.52710222	20	0.48402	0.0242008	0.0005857	0.00586	-0.02127	1.59753	0.02527		0	0.45505	
5	80	0			-0.02713	2.081547	2.29899539	20	0.43044	0.021522	0.0004632	0.00463	-0.02713	2.08155	0.02299		0	0.59293	
6	100	0			-0.03176	2.511988	1.99374785	20	0.363	0.0181499	0.0003294	0.00329	-0.03176	2.51199	0.01994		0	0.71554	
7	120	0			-0.03506	2.874986	1.62758918	20	0.28527	0.0142637	0.0002035	0.00203	-0.03506	2.87499	0.01628		0	0.81893	
8	140	0			-0.03709	3.16026	1.21998763	20	0.2014	0.0100701	0.0001014	0.00101	-0.03709	3.16026	0.0122		0	0.90019	
9	160	0			-0.0381	3.361663	0.79261474	20	0.11584	0.005792	3.355E-05	0.00034	-0.0381	3.36166	0.00793		0	0.95756	
10	180	0			-0.03844	3.477503	0.36819374	20	0.03314	0.0016569	2.745E-06	2.7E-05	-0.03844	3.4775	0.00368		0	0.99056	
11	200	0			-0.03847	3.510641	-0.0307092	20	-0.04476	-0.002238	5.008E-06	5E-05	-0.03847	3.51064	-0.00031	-500	19.234	1	
12	220	0			-0.03852	3.465883	-0.4196632	20	-0.12375	-0.006187	3.829E-05	0.00038	-0.03852	3.46588	-0.0042		0	0.98725	
13	240	0			-0.0389	3.342133	-0.8182666	20	-0.20326	-0.010163	0.0001033	0.00103	-0.0389	3.34213	-0.00818		0	0.952	
14	260	0			-0.03993	3.138877	-1.2123487	20	-0.28045	-0.014022	0.0001966	0.00197	-0.03993	3.13888	-0.01212		0	0.8941	
15	280	0			-0.0419	2.858429	-1.5878998	20	-0.35259	-0.017629	0.0003108	0.00311	-0.0419	2.85843	-0.01588		0	0.81422	
16	300	0			-0.04501	2.505843	-1.9315684	20	-0.4171	-0.020855	0.0004349	0.00435	-0.04501	2.50584	-0.01932		0	0.71378	
17	320	0			-0.04936	2.088741	-2.2311369	20	-0.4717	-0.023585	0.0005563	0.00556	-0.04936	2.08874	-0.02231		0	0.59497	
18	340	0			-0.05492	1.617038	-2.4759554	20	-0.51445	-0.025722	0.0006616	0.00662	-0.05492	1.61704	-0.02476		0	0.46061	
19	360	0			-0.06154	1.102589	-2.6573204	20	-0.54382	-0.027191	0.0007393	0.00739	-0.06154	1.10259	-0.02657		0	0.31407	
20	380	0			-0.06893	0.55877	-2.7687842	20	-0.55877	-0.027939	0.0007806	0.00781	-0.06893	0.55877	-0.02769		0	0.15916	
21	400	0		1	-0.07673	0	-2.8063843						-0.07673	0	-0.02806	-1000	76.735	0	
Total																	95.968		

k_theta = 2.0E+06 N-mm/rad
 k = 500 N/mm
 U = 8.6E+03 N-mm
 W = 95.96815 N-mm
 U/W = 89.40712 ← 目的セル

theta0 = 0.02651419 rad
 v1 = 3.51064138 mm

P1cr = -44704 N
 P2cr = -89407 N

変化させるセル

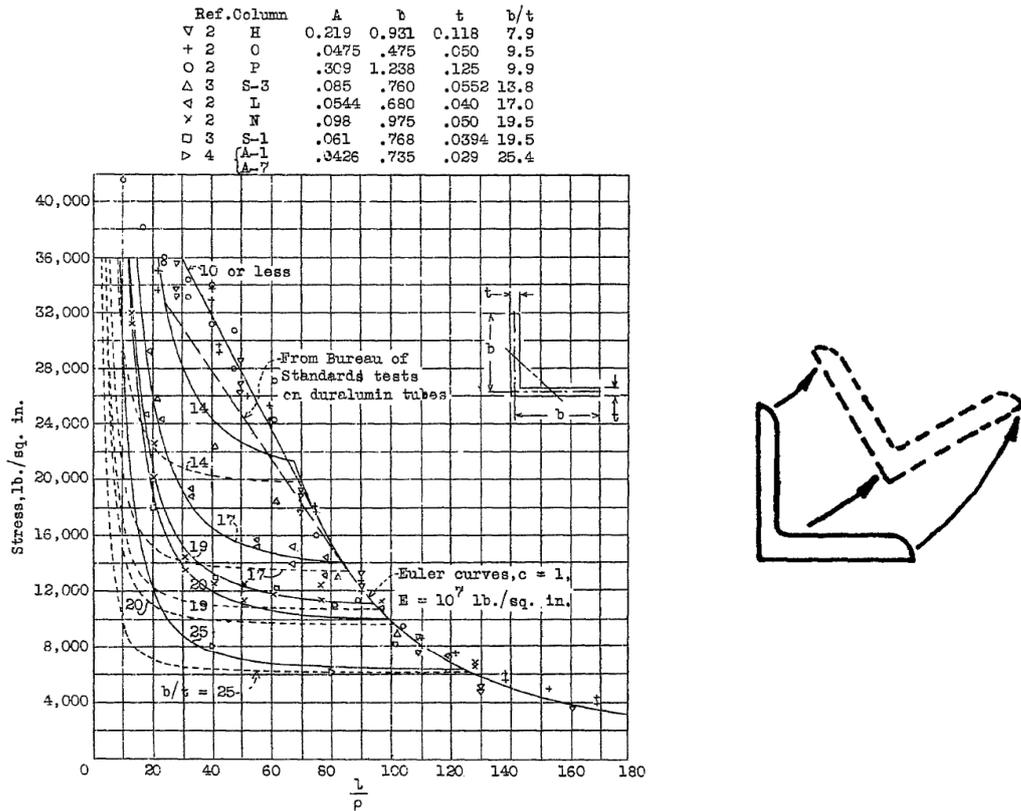
表 6-6 長柱座屈の数値計算例 - 梁要素を使った解析 (つづき)

U_total	(N-mm)	4796.1																			
Element	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
Grid 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
Grid 2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
E	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000	1000
I	1E+06	1E+06	1E+06	1E+06	1E+06	1E+06	1E+06	1E+06	1E+06	1E+06	1E+06	1E+06	1E+06	1E+06	1E+06	1E+06	1E+06	1E+06	1E+06	1E+06	1E+06
x1	(mm)	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380
y1	(mm)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x2	(mm)	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400
y2	(mm)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Le	(mm)	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
m		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
n		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x1'	(mm)	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380
y1'	(mm)	0	0.5376	1.0767	1.5975	2.0815	2.512	2.875	3.1603	3.3617	3.4775	3.5106	3.4659	3.3421	3.1389	2.8584	2.5058	2.0887	1.617	1.1026	0.5588
x2'	(mm)	-0.0072	-0.0145	-0.0213	-0.0271	-0.0318	-0.0371	-0.0381	-0.0384	-0.0385	-0.0385	-0.0385	-0.0389	-0.0399	-0.0419	-0.045	-0.0494	-0.0549	-0.0615	-0.0689	-0.0767
y2'	(mm)	0.5376	1.0767	1.5975	2.0815	2.512	2.875	3.1603	3.3617	3.4775	3.5106	3.4659	3.3421	3.1389	2.8584	2.5058	2.0887	1.617	1.1026	0.5588	0
theta1	(radian)	0.0265	0.0271	0.0267	0.0253	0.023	0.0199	0.0163	0.0122	0.0079	0.0037	-0.0003	-0.0042	-0.0082	-0.0121	-0.0159	-0.0193	-0.0223	-0.0248	-0.0266	-0.0277
theta2	(radian)	0.0271	0.0267	0.0253	0.023	0.0199	0.0163	0.0122	0.0079	0.0037	-0.0003	-0.0042	-0.0082	-0.0121	-0.0159	-0.0193	-0.0223	-0.0248	-0.0266	-0.0277	-0.0281
xe1	(mm)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ye1	(mm)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
xe2	(mm)	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
ye2	(mm)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x1-x1	(mm)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
y1-y1	(mm)	0	0.5376	1.0767	1.5975	2.0815	2.512	2.875	3.1603	3.3617	3.4775	3.5106	3.4659	3.3421	3.1389	2.8584	2.5058	2.0887	1.617	1.1026	0.5588
x2-x1	(mm)	-0.0072	-20.014	-40.021	-60.027	-80.032	-100.04	-120.04	-140.04	-160.04	-180.04	-200.04	-220.04	-240.04	-260.04	-280.05	-300.05	-320.05	-340.06	-360.07	-380.08
y2-y1	(mm)	0.5376	1.0767	1.5975	2.0815	2.512	2.875	3.1603	3.3617	3.4775	3.5106	3.4659	3.3421	3.1389	2.8584	2.5058	2.0887	1.617	1.1026	0.5588	0
xe1'	(mm)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ye1'	(mm)	0	0.5376	1.0767	1.5975	2.0815	2.512	2.875	3.1603	3.3617	3.4775	3.5106	3.4659	3.3421	3.1389	2.8584	2.5058	2.0887	1.617	1.1026	0.5588
xe2'	(mm)	-0.0072	-20.014	-40.021	-60.027	-80.032	-100.04	-120.04	-140.04	-160.04	-180.04	-200.04	-220.04	-240.04	-260.04	-280.05	-300.05	-320.05	-340.06	-360.07	-380.08
ye2'	(mm)	0.5376	1.0767	1.5975	2.0815	2.512	2.875	3.1603	3.3617	3.4775	3.5106	3.4659	3.3421	3.1389	2.8584	2.5058	2.0887	1.617	1.1026	0.5588	0
ue1	(mm)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ve1	(mm)	0	0.5376	1.0767	1.5975	2.0815	2.512	2.875	3.1603	3.3617	3.4775	3.5106	3.4659	3.3421	3.1389	2.8584	2.5058	2.0887	1.617	1.1026	0.5588
ue2	(mm)	-20.007	-40.014	-60.021	-80.027	-100.03	-120.04	-140.04	-160.04	-180.04	-200.04	-220.04	-240.04	-260.04	-280.04	-300.05	-320.05	-340.05	-360.06	-380.07	-400.08
ve2	(mm)	0.5376	1.0767	1.5975	2.0815	2.512	2.875	3.1603	3.3617	3.4775	3.5106	3.4659	3.3421	3.1389	2.8584	2.5058	2.0887	1.617	1.1026	0.5588	0
p		-1.0004	-2.0007	-3.0011	-4.0014	-5.0016	-6.0018	-7.0019	-8.0019	-9.0019	-10.002	-11.002	-12.002	-13.002	-14.002	-15.002	-16.002	-17.003	-18.003	-19.003	-20.004
a		-4E-07	-4E-07	-4E-07	-3E-07	-2E-07	-1E-07	-4E-08	6E-08	2E-07	-7E-08	-1E-08	5E-08	1E-07	2E-07	2E-07	2E-07	2E-07	3E-07	3E-07	3E-07
b		3E-05	2E-06	-2E-05	-5E-05	-9E-05	-1E-04	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-0.0001	-1E-04	-1E-04	-1E-04	-1E-04	-9E-05	-8E-05	-7E-05	-5E-05	-4E-05	-2E-05
c		0.0265	0.0271	0.0267	0.0253	0.023	0.0199	0.0163	0.0122	0.0079	0.0037	-0.0003	-0.0042	-0.0082	-0.0121	-0.0159	-0.0193	-0.0223	-0.0248	-0.0266	-0.0277
d		0	0.5376	1.0767	1.5975	2.0815	2.512	2.875	3.1603	3.3617	3.4775	3.5106	3.4659	3.3421	3.1389	2.8584	2.5058	2.0887	1.617	1.1026	0.5588
U_bending (N-mm)	10.069	6.4949	50.039	131.56	233.96	335.74	415.55	456.63	450.38	398.09	378.27	397.21	388.28	352.73	295.58	224.87	150.58	83.176	32.156	4.7126	

6.5.2.4 ねじれ座屈

薄肉断面の柱に圧縮荷重が負荷されるときには、条件によっては長柱座屈（曲げ）ではなく、ねじれ座屈またはねじれと曲げが連成した座屈が起こる。この場合、座屈変形が主軸方向の曲げではなく、断面が回転し、ねじれた変形を起こす。

たとえば、アングル材の圧縮座屈強度は図 6-15 のようになる。細長比が大きいうちは長柱座屈（曲げ座屈）が起き、オイラー座屈の式にのっているが、細長比が小さくなってくると、薄いアングル材（板幅/板厚比 (b/t) が 10 以上）ではオイラー座屈より低い荷重で座屈する。したがって、ねじれ座屈が起きないような寸法の断面に設計するのがよい。この破壊様式がクリティカルにならないように設計すべきである。



文献[2-33]より

図 6-15 アングル断面の柱のねじれ座屈

断面形状の対称性によってねじれ座屈荷重の式が異なる。対称性が無い場合には、曲げ変形とねじれ変形が連成する。

(1) 非対称断面の曲げねじれ座屈荷重の計算式

一定非対称断面の両端単純支持の柱に圧縮荷重負荷される場合の座屈荷重 P は次の座屈方程式で表される。圧縮荷重は図心に負荷されるとし、断面のワーピングは拘束しないとする。

$$\left(1 - \frac{P}{P_\phi}\right) \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) \left(1 - \frac{P}{P_z}\right) - \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) \frac{z_s^2 A}{I_s} - \left(1 - \frac{P}{P_z}\right) \frac{y_s^2 A}{I_s} = 0$$

ここで、断面の主軸を y, z 軸としている。

A : 断面積

x_s, y_s : セン断中心の座標 (図心からの距離)

I_y, I_z : 主軸 x, y 軸まわりの断面 2 次モーメント (Moment of Inertia)

I_s : セン断中心まわりの断面の極慣性性能率 (Polar Moment of Inertia)

$$I_s = I_y + I_z + A(y_s^2 + z_s^2)$$

J : サンプナンのねじり係数 (St. Venant Torsional Constant). 代表的な薄肉断開面の J の計算式を表 6-7 に示す.

Γ : ワーピング係数 (Warping Constant). 代表的な薄肉開断面の Γ の計算式を表 6-7 に示す.

L : 柱の長さ

E : ヤング率

G : セン断弾性係数

$$P_y = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2}, \quad P_z = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2}, \quad P_\phi = \frac{A}{I_s} \left(GJ + \frac{\pi^2 E\Gamma}{L^2} \right)$$

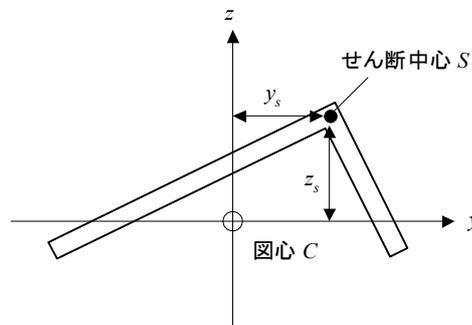


図 6-16 非対称断面

(2) 断面が 2 つの軸に関して対称である場合

このような断面の例を図 6-17 に示す. この場合には, 図心とせん断中心が一致している ($y_s = z_s = 0$) ので, 座屈方程式は次のようになり, 曲げとねじりの連成は起きない.

$$\left(1 - \frac{P_\phi}{P} \right) \left(1 - \frac{P_y}{P} \right) \left(1 - \frac{P_z}{P} \right) = 0$$

座屈荷重は 3 つあり,

$$P_y = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2}, \quad P_z = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2}, \quad P_\phi = \frac{A}{I_s} \left(GJ + \frac{\pi^2 E\Gamma}{L^2} \right)$$

P_y は y 軸まわりの曲げ座屈荷重, P_z は z 軸まわりの曲げ座屈荷重, P_ϕ はねじれ座屈荷重である. このうち一番小さいものが実際の座屈荷重である.

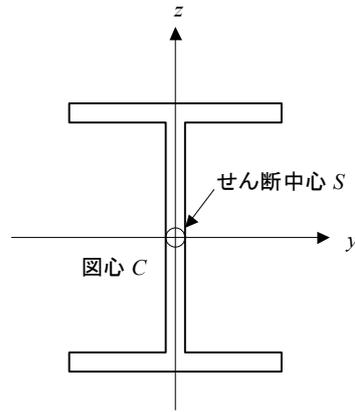


図 6-17 2つの軸に関して対称な断面の例

(3) 断面がひとつの軸 (z 軸) に関して対称である場合

このような断面の例を図 6-18 に示す。この場合には、 $z_s = 0$ なので、座屈方程式は次のようになる。

$$\left(1 - \frac{P_\phi}{P}\right) \left(1 - \frac{P_y}{P}\right) \left(1 - \frac{P_z}{P}\right) - \left(1 - \frac{P_z}{P}\right) \frac{y_s^2 A}{I_s} = 0$$

書き直すと、

$$\left(1 - \frac{P_z}{P}\right) \left[\left(1 - \frac{P_\phi}{P}\right) \left(1 - \frac{P_y}{P}\right) - \frac{y_s^2 A}{I_s} \right] = 0 \quad \text{であるので、}$$

$$1 - \frac{P_z}{P} = 0, \quad \left(1 - \frac{P_\phi}{P}\right) \left(1 - \frac{P_y}{P}\right) - \frac{y_s^2 A}{I_s} = 0$$

座屈荷重は3つあり、

$$P_z = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2}, \quad P_{1,2} = \frac{P_y + P_\phi}{2 \left(1 - \frac{y_s^2 A}{I_s}\right)} \mp \frac{\sqrt{(P_y + P_\phi)^2 - 4 \left(1 - \frac{y_s^2 A}{I_s}\right) P_y P_\phi}}{2 \left(1 - \frac{y_s^2 A}{I_s}\right)}$$

P_y と P_1 のうちの小さいほうが実際の座屈荷重となる。 P_1 は曲げとねじれが連成した座屈モードである。

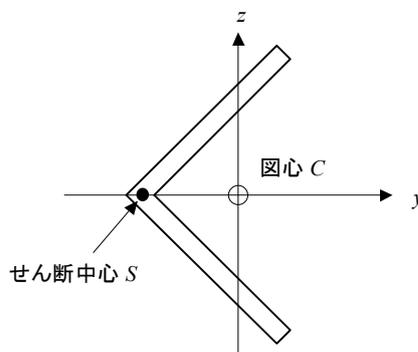


図 6-18 1つの軸に対して対称な断面の例

表 6-7 薄肉開断面の断面定数

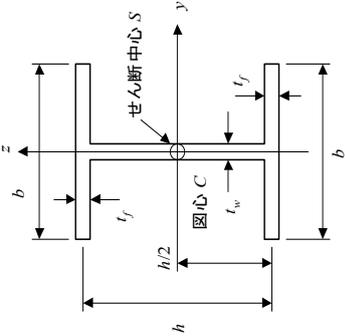
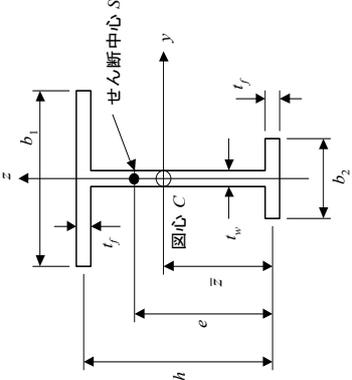
断面形状	図心の位置, 断面積 断面2次モーメント	ねじり係数	せん断中心の位置 ワーピング係数
	$A = 2bt_f + (h - t_f)t_w \cong 2bt_f + ht_w$ $I_y = \frac{1}{12} [b(h + t_f)^3 - (b - t_w)(h - t_f)^3]$ $\cong \frac{h^2(6bt_f + ht_w)}{12}$ $I_z = \frac{2bt_f^3 + (h - t_f)t_w^3}{12} \cong \frac{b^3t_f}{6}$	$J = \frac{2bt_f^3 + ht_w^3}{3}$	$\Gamma = \frac{t_f h^2 b^3}{24}$
	$\bar{z} = \frac{h \left(b_1 t_f + \frac{(h - t_f)t_w}{2} \right)}{(b_1 + b_2)t_f + (h - t_f)t_w} \cong \frac{h \left(b_1 t_f + \frac{ht_w}{2} \right)}{(b_1 + b_2)t_f + ht_w}$ $A = (b_1 + b_2)t_f + (h - t_f)t_w \cong (b_1 + b_2)t_f + ht_w$ $I_y = h^2 b_1 t_f + \frac{h^2 (h - t_f)t_w}{4} - \frac{h^2 \left[b_1 t_f + \frac{(h - t_f)t_w}{2} \right]^2}{(b_1 + b_2)t_f + (h - t_f)t_w}$ $+ \frac{(b_1 + b_2)t_f^3}{12} + \frac{(h - t_f)t_w^3}{12}$ $\cong h^2 b_1 t_f + \frac{h^2 \left[b_1 t_f + \frac{ht_w}{2} \right]^2}{(b_1 + b_2)t_f + ht_w}$ $I_z = \frac{(b_1^3 + b_2^3)t_f + (h - t_f)t_w^3}{12} \cong \frac{(b_1^3 + b_2^3)t_f}{12}$	$J = \frac{(b_1 + b_2)t_f^3 + ht_w^3}{3}$	$e = \frac{hb_1^3}{b_1^3 + b_2^3}$ $\Gamma = \frac{t_f h^2}{12} \frac{b_1^3 b_2^3}{b_1^3 + b_2^3}$

表 6-7 薄肉開断面の断面定数 (つづき)

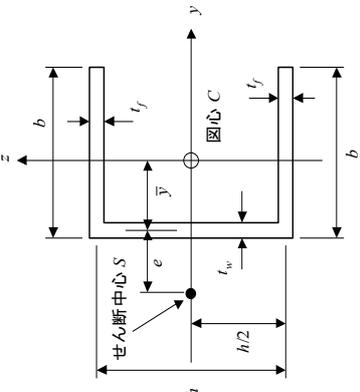
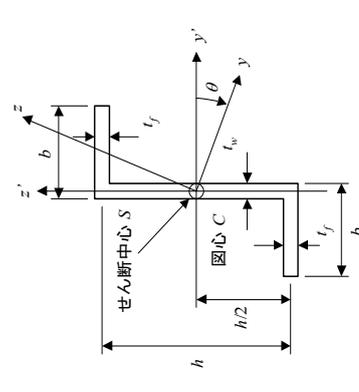
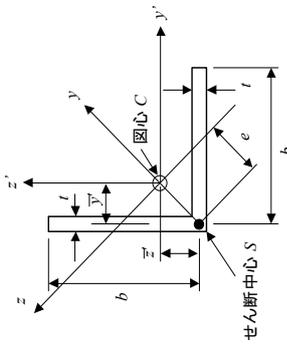
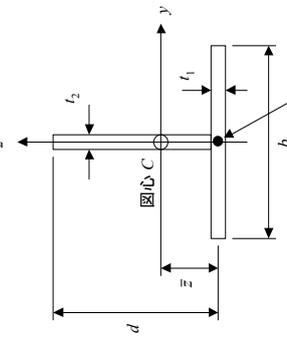
断面形状	図心の位置, 断面積 断面2次モーメント	ねじり係数	せん断中心の位置 ワーピング係数
	$\bar{y} = \frac{(b-t_w)bt_f}{2bt_f + (h-t_f)t_w} \approx \frac{b^2t_f}{2bt_f + ht_w}$ $A = 2bt_f + (h-t_f)t_w \approx 2bt_f + ht_w$ $I_y = \frac{1}{12} [b(h+t_f)^3 - (b-t_w)(h-t_f)^3]$ $\approx \frac{h^2(6bt_f + ht_w)}{12}$ $I_z = \frac{(b-t_w)^2bt_f}{2} - \frac{(b-t_w)^2bt_f^2}{2bt_f + (h-t_f)t_w} + \frac{b^3t_f}{6} + \frac{(h-t_f)t_w^3}{12}$ $\approx \frac{2b^3t_f - b^4t_f^2}{3} - \frac{b^4t_f^2}{2bt_f + ht_w}$	$J = \frac{2bt_f^3 + ht_w^3}{3}$	$e = \frac{3b^2t_f}{6bt_f + ht_f}$ $\Gamma = \frac{t_f b^3 h^2}{12} - \frac{3bt_f}{6bt_f + ht_f} + \frac{2ht_w}{6bt_f + ht_f}$
	$A = 2bt_f + (h-t_f)t_w \approx 2bt_f + ht_w$ $I_{y'} = \frac{1}{12} [b(h+t_f)^3 - (b-t_w)(h-t_f)^3] \approx \frac{h^2(6bt_f + ht_w)}{12}$ $I_{z'} = \frac{(b-t_w)^2bt_f}{2} + \frac{b^3t_f}{6} + \frac{(h-t_f)t_w^3}{12} - \frac{hb(b-t_w)t_w}{2} + \frac{hb^2t_f}{2}$ $I_{y'z'} = \frac{hb(b-t_w)t_w}{2} - \frac{hb^2t_f}{2}$ $\tan 2\theta = \frac{2I_{y'z'}}{I_{z'} - I_{y'}}$ $I_y = \frac{I_{y'} + I_{z'}}{2} + \sqrt{\left(\frac{I_{y'} - I_{z'}}{2}\right)^2 + I_{y'z'}^2}$ $I_z = \frac{I_{y'} + I_{z'}}{2} - \sqrt{\left(\frac{I_{y'} - I_{z'}}{2}\right)^2 + I_{y'z'}^2}$	$J = \frac{2bt_f^3 + ht_w^3}{3}$	$\Gamma = \frac{b^3h^2}{12(2b+h)} [2t_f(b^2 + bt_f + h^2) + 3t_wbh]$

表 6-7 薄肉開断面の断面定数 (つづき)

断面形状	図心の位置, 断面積 断面2次モーメント	ねじり係数	せん断中心の位置 ワーピング係数
	$\bar{y} = \bar{z} = \frac{b^2 - t^2}{4b} \approx \frac{b}{4}$ $A = 2bt$ $I_{y'} = I_z = \frac{\left(b^2 - \frac{t^2}{4}\right)\left(b - \frac{t}{2}\right)t}{4} + \frac{8bt}{12} + \frac{\left(b - \frac{t}{2}\right)^3 t^3}{12} \approx \frac{5bt^3}{24}$ $I_{y'z'} = -\frac{\left(b^2 - \frac{t^2}{4}\right)^2 t}{8b} \approx -\frac{b^3 t}{8}$ $I_y \approx \frac{b^3 t}{3}, \quad I_z \approx \frac{b^3 t}{12}$	$J = \frac{2bt^3}{3}$	$e = \frac{b}{2\sqrt{2}}$ $\Gamma = \frac{b^3 t^3}{18}$
	$\bar{z} = -\frac{\left(d^2 - \frac{t_1^2}{4}\right)t_2}{2\left[bt_1 + \left(d - \frac{t_1}{2}\right)t_2\right]} \approx \frac{d^2 t_2}{2(bt_1 + dt_2)}$ $A = bt_1 + \left(d - \frac{t_1}{2}\right)t_2 \approx bt_1 + dt_2$ $I_y = \frac{1}{4}\left(d^2 - \frac{t_1^2}{4}\right)\left(d + \frac{t_1}{2}\right)t_2 - \frac{\left(d^2 - \frac{t_1^2}{4}\right)^2 t_2^2}{4\left[bt_1 + \left(d - \frac{t_1}{2}\right)t_2\right]}$ $+ \frac{bt_1^3}{12} + \frac{\left(d - \frac{t_1}{2}\right)^3 t_2^3}{12} \approx \frac{d^3 t_2^3}{3} - \frac{d^4 t_2^2}{4(bt_1 + dt_2)}$ $I_z = \frac{b^3 t_1^3}{12} + \frac{\left(d - \frac{t_1}{2}\right)^3 t_2^3}{12} \approx \frac{b^3 t_1^3}{12}$	$J = \frac{bt_1^3 + dt_2^3}{3}$	$\Gamma = \frac{b^3 t_1^3}{144} + \frac{d^3 t_2^3}{36}$

(4) 数値例 - H型断面

単純支持された図 6-19 に示す H 型断面のねじれ座屈荷重を計算する。

まず断面特性を計算すると、

$$A = 2bt_f + ht_w = 2 \times 40 \times 2 + 50 \times 2 = 260 \text{ mm}$$

$$I_y = \frac{h^2(6bt_f + ht_w)}{12} = \frac{50^2 \times (6 \times 40 \times 2 + 50 \times 2)}{12} = 120833 \text{ mm}^4$$

$$I_z = \frac{b^3 t_f}{6} = \frac{40^3 \times 2}{6} = 21333 \text{ mm}^4$$

$$I_s = I_y + I_z = 142167 \text{ mm}^4$$

$$J = \frac{2bt_f^3 + ht_w^3}{3} = \frac{2 \times 40 \times 2^3 + 50 \times 2^3}{3} = 346.7 \text{ mm}^4$$

$$\Gamma = \frac{t_f h^2 b^3}{24} = \frac{2 \times 50^2 \times 40^3}{24} = 13333333 \text{ mm}^6$$

この断面は 2 つの軸に関して対称であるので両端単純支持の場合の座屈荷重は、

$$P_y = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} = \frac{\pi^2 \times 71000 \times 120833}{L^2}$$

$$P_z = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2} = \frac{\pi^2 \times 71000 \times 21333}{L^2}$$

$$P_\phi = \frac{A}{I_s} \left(GJ + \frac{\pi^2 E \Gamma}{L^2} \right) = \frac{260}{142167} \times \left(26700 \times 346.7 + \frac{\pi^2 \times 71000 \times 13333333}{L^2} \right)$$

柱の細長比 $L/\sqrt{I_z/A}$ をパラメータとして座屈応力を図示したのが図 6-20 である。ねじれ座屈より z 軸まわりの曲げ座屈のほうが先に起こる。

$$E = 71000 \text{ MPa}$$

$$G = 26700 \text{ MPa}$$

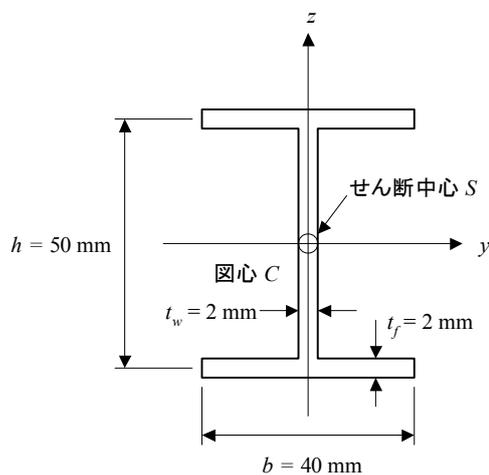


図 6-19 H 型断面 - 数値例

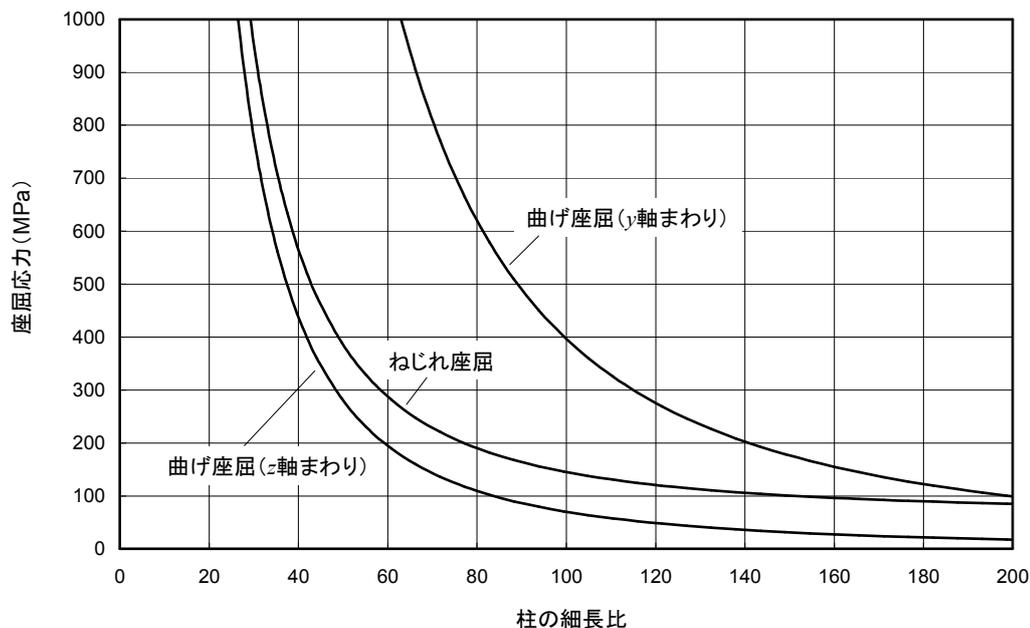


図 6-20 H型断面の柱の座屈応力の数値例

(5) 数値例 - 等辺アングル断面

単純支持された図 6-21 に示す等辺アングル断面のねじれ座屈荷重を計算する。

まず断面特性を計算すると、

$$A = 2bt = 2 \times 40 \times 2 = 160 \text{ mm}$$

$$I_y = \frac{b^3 t}{3} = \frac{40^3 \times 2}{3} = 42667 \text{ mm}^4$$

$$I_z = \frac{b^3 t}{12} = \frac{40^3 \times 2}{12} = 10667 \text{ mm}^4$$

$$e = \frac{b}{2\sqrt{2}} = \frac{40}{2\sqrt{2}} = 14.14 \text{ mm} = -y_s$$

$$I_s = I_y + I_z + Ay_s^2 = 42667 + 10667 + 160 \times 14.14^2 \text{ mm}^4 = 85333 \text{ mm}^4$$

$$J = \frac{2bt^3}{3} = \frac{2 \times 40 \times 2^3}{3} = 213.3 \text{ mm}^4$$

$$\Gamma = \frac{b^3 t^3}{18} = \frac{40^3 \times 2^3}{18} = 28444 \text{ mm}^6$$

$$P_y = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} = \frac{\pi^2 \times 71000 \times 42667}{L^2}$$

$$P_z = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2} = \frac{\pi^2 \times 71000 \times 10667}{L^2}$$

$$P_\phi = \frac{A}{I_s} \left(GJ + \frac{\pi^2 E \Gamma}{L^2} \right) = \frac{160}{85333} \times \left(26700 \times 213.3 + \frac{\pi^2 \times 71000 \times 28444}{L^2} \right)$$

1 軸対称断面なので、座屈荷重は次の式で表される。

$$P_z = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2}, \quad P_1 = \frac{P_y + P_\phi}{2\left(1 - \frac{y_s^2 A}{I_s}\right)} - \frac{\sqrt{(P_y + P_\phi)^2 - 4\left(1 - \frac{y_s^2 A}{I_s}\right)P_y P_\phi}}{2\left(1 - \frac{y_s^2 A}{I_s}\right)}$$

等辺アングル断面の柱の細長比 $L/\sqrt{I_z/A}$ をパラメータとして座屈応力を図示したのが図 6-22 である。細長比が 110 以下で曲げねじれ座屈が起きることがわかる。板厚を変化させた場合の等辺アングル断面の座屈応力を図 6-23 に示す。板幅/板厚比が小さくなると曲げねじれ座屈応力が増大し、曲げ座屈が先に起きるようになる。

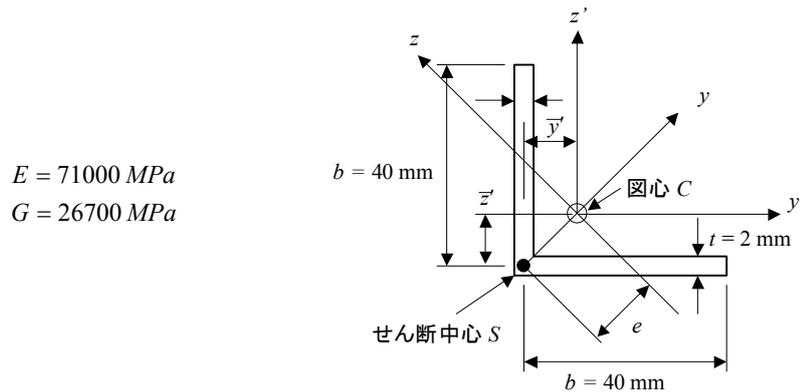


図 6-21 等辺アングル断面の数値例

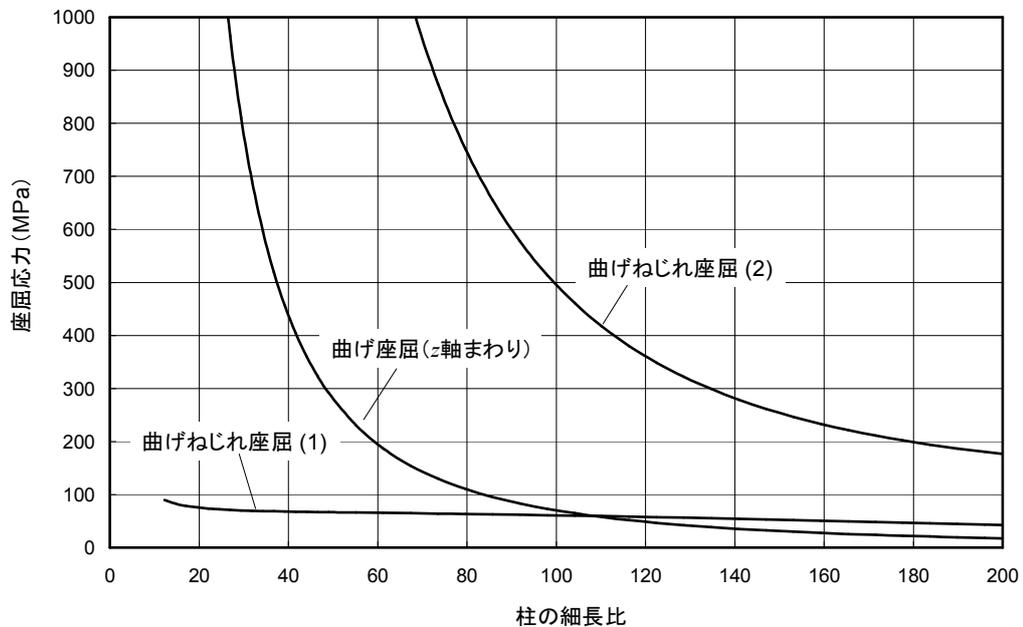


図 6-22 等辺アングル断面の柱の座屈応力の数値例

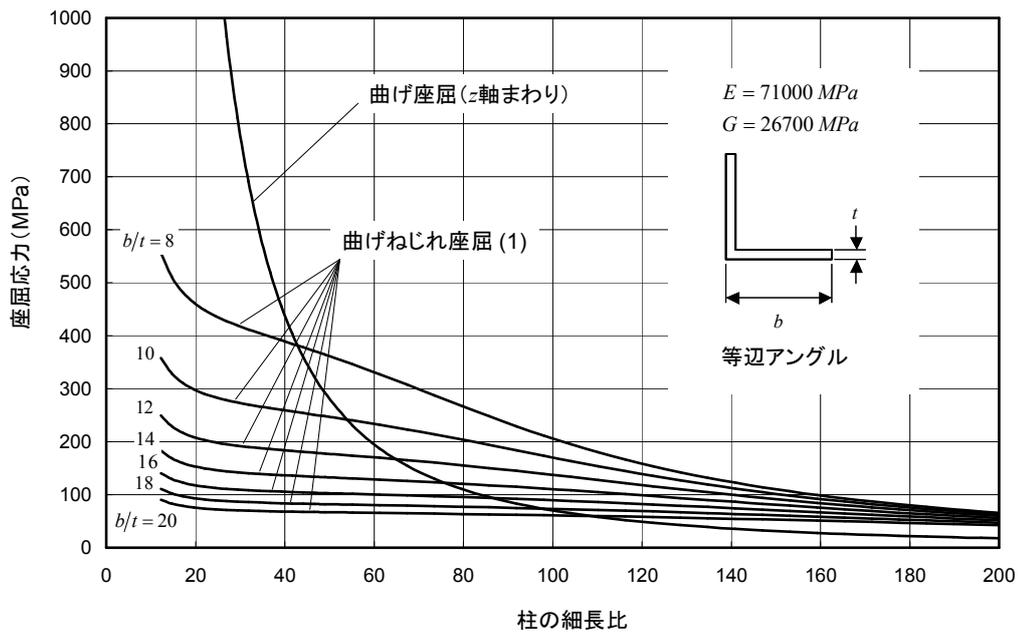


図 6-23 等辺アングルの曲げねじれ座屈応力 - 板厚の影響

6.5.2.5 クリップリング

柱の断面が薄肉の場合で細長比が小さいときには、長柱座屈より先に圧縮により断面を構成する板の局所座屈 (Local Buckling) が起こる。局所座屈が起きても即破壊とはならず、その後も板の角の部分で荷重を受け持ち、角がつぶれるまで耐荷する (図 6-24)。これがクリップリング破壊 (Crippling) である。基本的に角がある断面でクリップリング破壊が起こるが、円管でもクリップリング破壊が起こる。

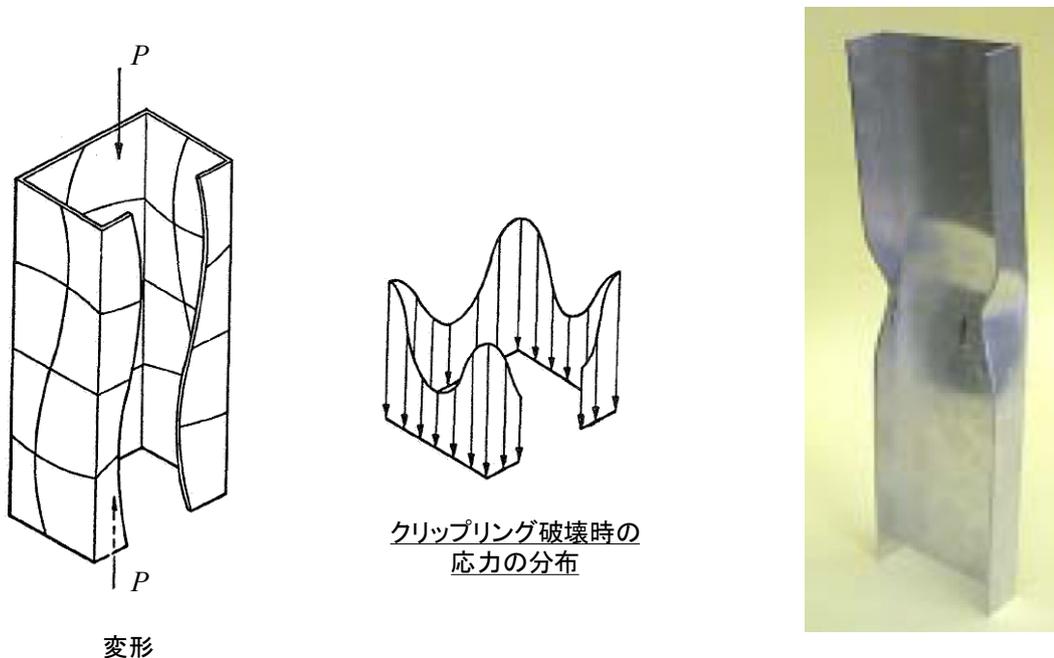


図 6-24 クリップリング破壊

クリップリングは航空機構造の強度計算で非常に重要であるので、クリップリング応力の計算方法を詳しく説明する。クリップリング応力の計算方法は大きく分類すると3種類あり、航空機製造会社によってそれぞれ独自の方法を使っている。クリップリング応力の計算方法は教科書によってもそれぞれ異なっている。

- 断面を平板要素に分割する方法
Lockheed 社の Crockett が発表した方法 (文献[2-30]) が元になっており、現在でも広く用いられている。断面を平板の要素に分割して、各平板要素のクリップリング応力を求め、その合計を総断面積で割った平均値を断面のクリップリング応力とする。
- Needham の方法 (文献[2-31])
板曲げ断面に適用する。
断面をアングルに分割して、各アングル要素のクリップリング応力を求め、その平均値を断面のクリップリング応力とする。
- Gerard の方法 (文献[2-29])
断面をアングルまたは T 型の基本単位に分割して、フランジ数と切断数の和、板厚、断面積からクリップリング応力を計算する。

まず、基本単位となる平板要素やアングル要素のクリッピング応力を表す式について説明する。クリッピング応力の式には2つの表現方法がある。

単純支持した平板を圧縮すると（図 6-25）、最初に座屈したあと、側辺で荷重を受け持つようになる。6.5.7.5 項で詳しく説明するように、有効幅 w_e は次のように表わされる。

$$w_e = kt \sqrt{\frac{E_c}{F_{cy}}}$$

ここで、 w_e : 有効幅, t : 板厚, E_c : 圧縮ヤング率, F_{cy} : 圧縮降伏応力, k : 定数

この平板が破壊するときの平均応力をクリッピング応力 F_{cc} とすると、

$$F_{cc} = \frac{F_{cy} w_e t}{bt} = \frac{F_{cy} kt \sqrt{\frac{E_c}{F_{cy}}}}{b} = \frac{kt \sqrt{E_c F_{cy}}}{b} \quad \text{となり,}$$

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{E_c F_{cy}}} = k \frac{t}{b}$$

と無次元化して表現できる。この式をもう少し一般化し、次のように表現する。

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{E_c F_{cy}}} = \beta \left(\frac{b}{t} \right)^{-m}$$

ここで、 m : 定数

Boeing 社は平板要素のクリッピング応力の式としてこの式を使っている。Needham の方法（文献[2-31]）もこの式を使っている。

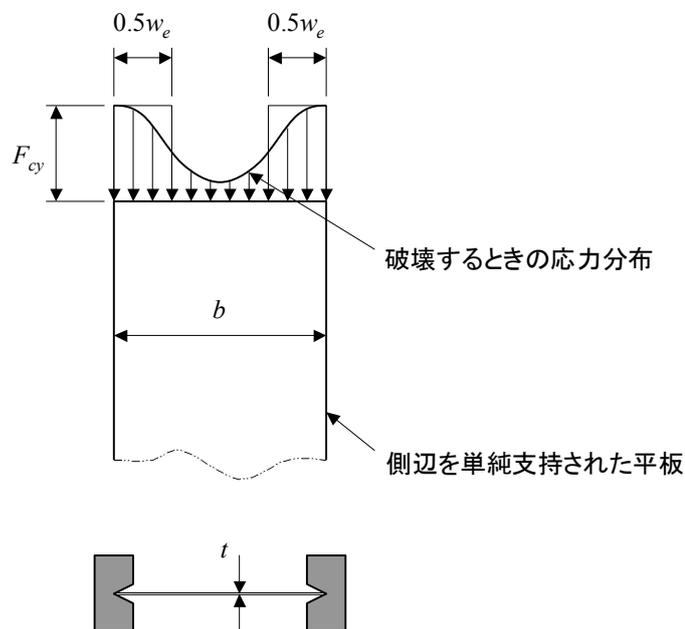


図 6-25 平板の圧縮

一方, Schuette (文献[2-32]) は, クリップリング応力が次の式で表わされることを試験データから示した.

$$\frac{F_{cc}}{F_{cr}} = \alpha \left(\frac{F_{cy}}{F_{cr}} \right)^n$$

ここで, F_{cc} : クリップリング応力

F_{cr} : 応力座屈

α : 定数

n : 定数

この式に座屈応力の式 $F_{cr} = KE_c \left(\frac{t}{b} \right)^2$ を代入して整理すると,

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = \alpha K^{1-n} \left[\left(\frac{t}{b} \right) \sqrt{\frac{E_c}{F_{cy}}} \right]^{2(1-n)}$$

書き直すと,

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = \beta \left[\left(\frac{b}{t} \right) \sqrt{\frac{F_{cy}}{E_c}} \right]^m$$

ここで, β, m : 定数

この形の式は, Gerard の方法 (文献[2-29]), Niu の本 (文献[1-6]), 文献[2-28]で用いられている.

a. 平板要素に分割する方法

原論文は Lockheed 社の Crockett の文献[2-30]である。多くの航空機製造会社の強度計算マニュアルで採用している方法である。文献[2-28]や Niu の教科書（文献[1-6]）でもこの方法を適用している。平板要素の板幅の定義のしかたや平板要素のクリッピング応力の式（チャート）は文献によって異なる。もっとも一般的な方法を以下に示す。

(1) 平板要素への分割

断面の平板要素への分割のしかたを図 6-26 に示す。平板要素の支持条件は「One Edge free」と「No Edge Free」の2種類があり、支持条件によって平板要素のクリッピング応力が異なる。

(2) 平板要素のクリッピング応力

平板要素のクリッピング応力は図 6-27（文献[2-28]）による。この図は無次元表示で、すべての延性金属材料に適用することができる。

(3) クリッピング応力の計算式

断面のクリッピング応力は、平板要素のクリッピング応力から要素の許容軸力を計算し、この軸力の合計を総断面積で割った平均応力として次の式で求めることができる。

$$F_{cc} = \frac{b_1 t_1 F_{cc1} + b_2 t_2 F_{cc2} + \dots}{b_1 t_1 + b_2 t_2 + \dots} = \frac{\sum_i b_i t_i F_{cci}}{\sum_i b_i t_i}$$

(4) リップやバルブによる補強効果

フランジを補強するためにフランジの端にリップ（Lip）やバルブ（Bulb）をつけた断面を使うことがある（図 6-28）。このリップやバルブがフランジの自由端を単純支持端に変える効果があるかどうかの判定をする必要がある。

リップがフランジを単純支持として保持できるための条件は、

$$0.910 \left(\frac{b_L}{t_L} \right)^3 - \frac{b_L}{t_L} \geq 5 \frac{b_f}{t_f}$$

$\frac{b_L}{t_L}$ が大きすぎると、リップ自身の座屈荷重が隣の板要素の座屈荷重よりも低くなる。その条件は、

$$\frac{b_L}{t_L} = 0.328 \frac{b_f}{t_f}$$

これらの条件をまとめると、リップの効果は図 6-29 のようになる。

次に、バルブがフランジを単純支持として保持できるための条件は、次の式で表され、図示すると図 6-30 のようになる。

$$\left(\frac{D}{t} \right)^4 - 1.6 \left(\frac{D}{t} \right)^3 - 0.374 \left(\frac{D}{t} \right)^2 \geq 7.44 \frac{b_f}{t}$$

(5) クラッド材の補正（文献[2-25]による）

クラッド材（Clad）では板の表面に耐食性向上のために純アルミの層があるため、強度と剛性が落ちる。クラッド材ではクラッド層の厚さを差し引いた板厚を使ってクリッピング強度を算出すること。クラッド層の厚さを表 6-8 に示す。また、ヤング率として E_{c2} （Secondary Compressive Modulus）を使うこと（MMPDS（文献[2-5]）のデータシートに記載されている）。

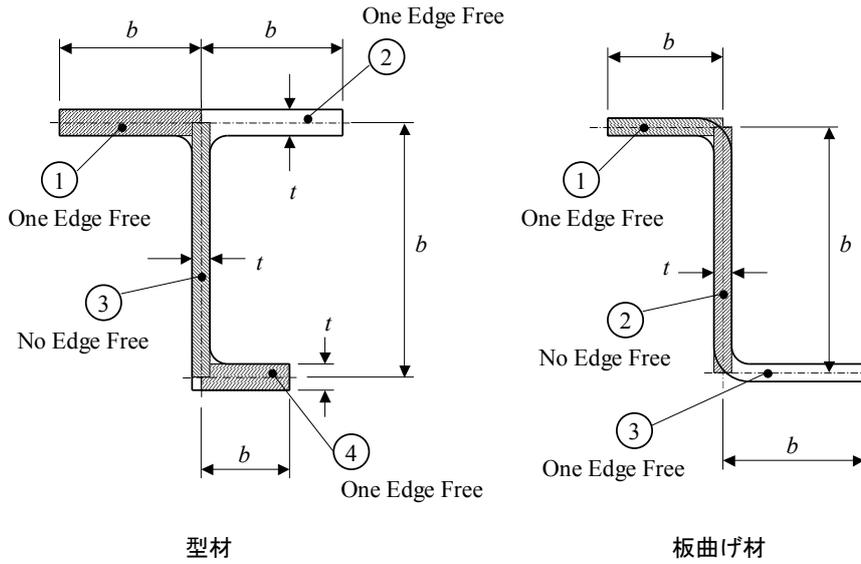


図 6-26 平板要素への分割のしかた

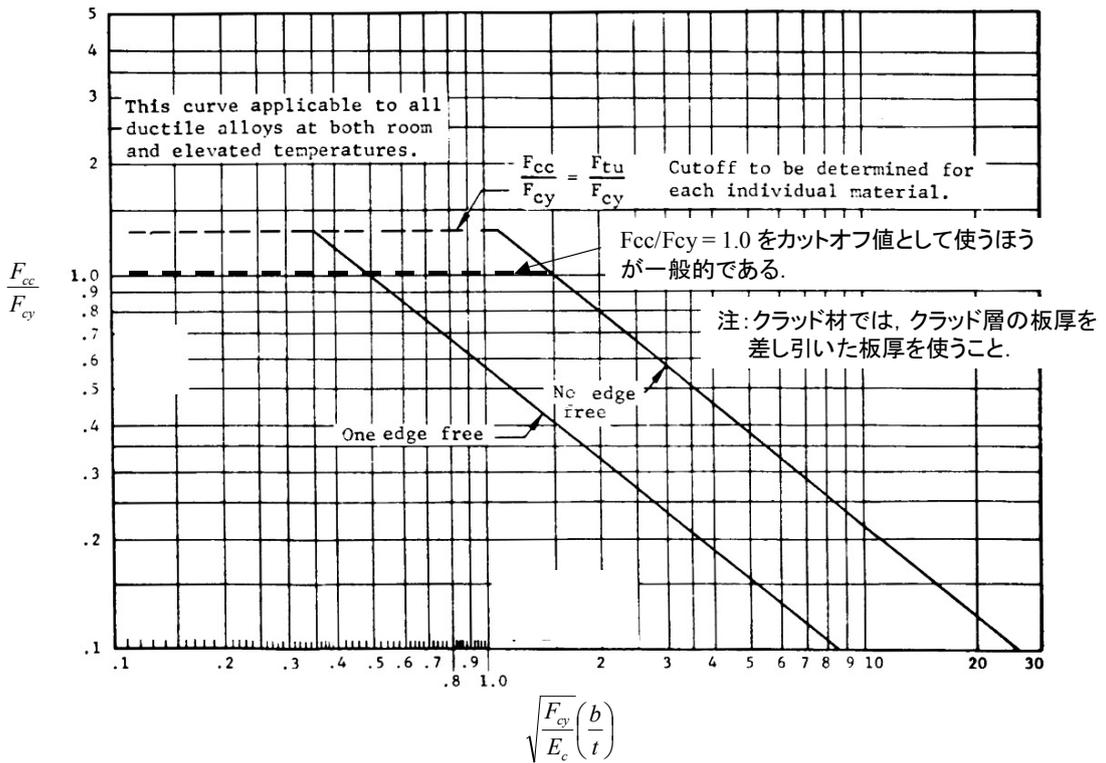


図 6-27 平板要素のクリッピング応力 - 無次元表示

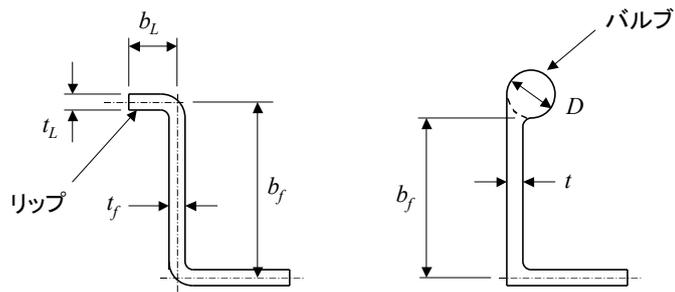


図 6-28 リップとバルブによるフランジの補強

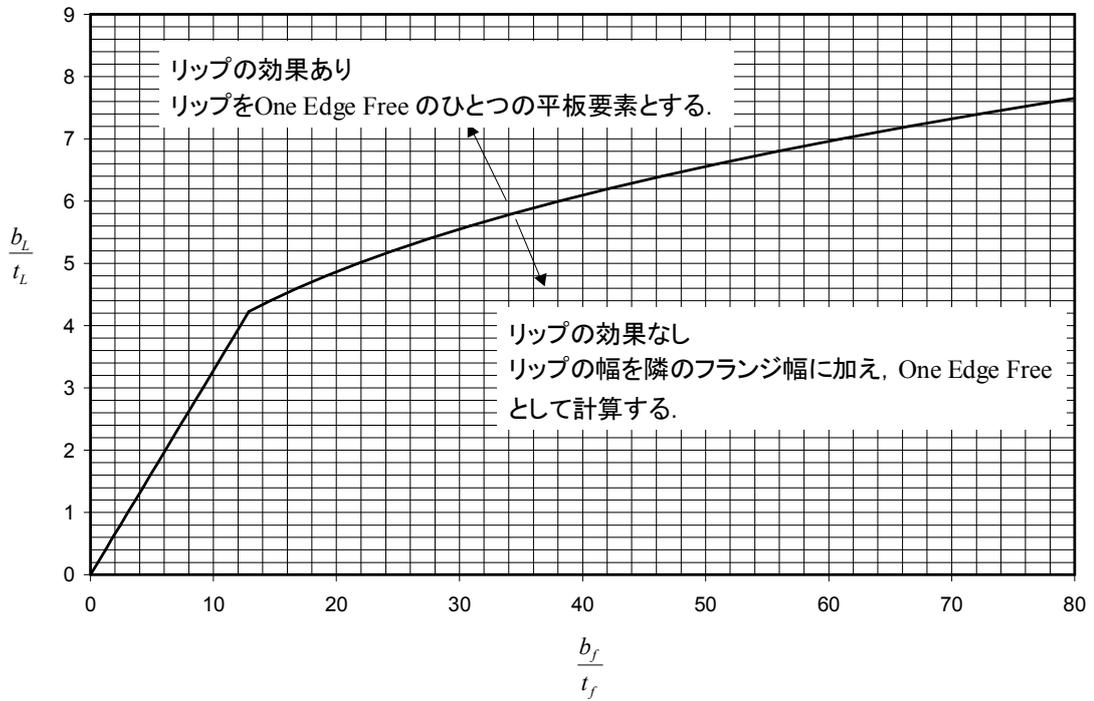


図 6-29 リップの効果

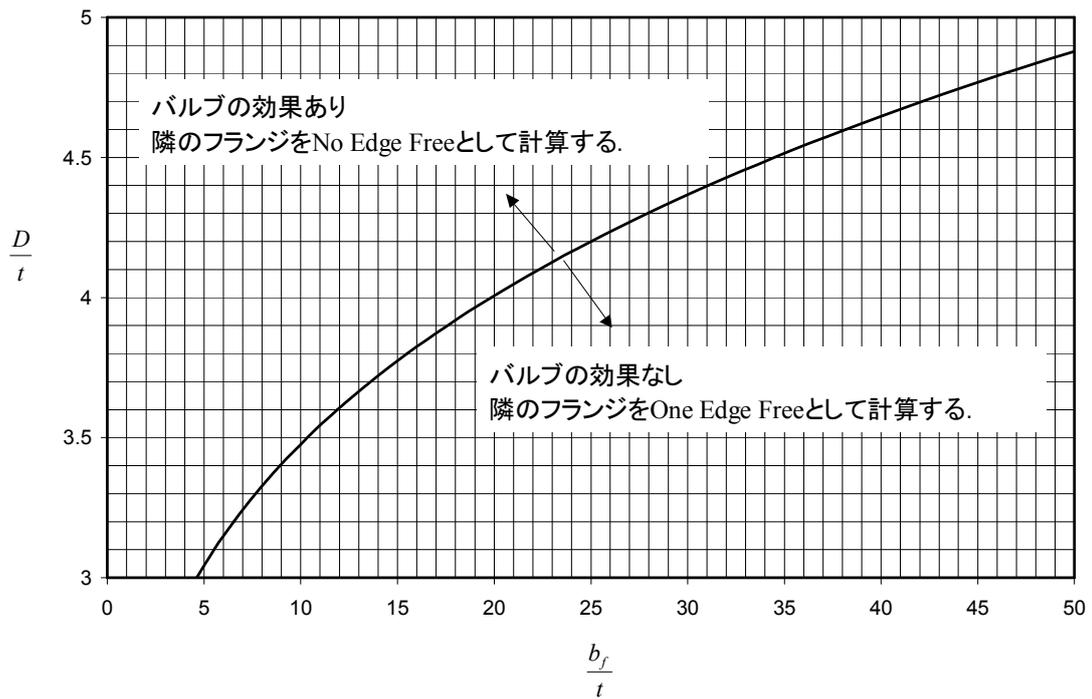


図 6-30 バルブの効果

表 6-8 アルミ板材のクラッド層の厚さ

Sheet Thickness \ Alloy	Glad Thickness per Side (mm)		
	2024	7075	7178
Under .063	5	4	4
.063 through .187	2.5	2.5	2.5
Over .187	2.5	1.5	1.5

b. Needham の方法

原論文は参考文献[2-31]であり、板曲げ材 (Formed Section) の断面をアングル要素の組み合わせと考えるとクリッピング応力を計算する。以下の説明は主に Bruhn の本 (文献[1-4]) による。Flabel の本 (文献[1-7]) では係数や板幅の取り方が原論文や Bruhn の本と若干異なっている。原論文では板曲げ材への適用だけを扱っているが、Flabel の本 (文献[1-7]) では型材にも適用している。

(1) アングル要素への分割

断面のアングル要素への分割のしかたをに示す。アングル要素の支持条件は「Two Edges Free」, 「One Edge free」, 「No Edge Free」の3種類があり、支持条件によってアングル要素のクリッピング応力が異なる。

(2) アングル要素のクリッピング応力

アングル要素のクリッピング応力を求める式を以下に示す。

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{cy}E_c}} = C \left(\frac{b'}{t} \right)^{-0.75}$$

ここで, t : 板厚

E_c : 圧縮ヤング率

F_{cy} : 圧縮降伏応力

$$\frac{b'}{t}: \text{等価板幅比}, \quad \frac{b'}{t} = \frac{a+b}{2t}$$

C : 支持条件で決まる係数

$C = 0.316$ (Two Edges Free)

$C = 0.342$ (One Edge Free)

$C = 0.366$ (No Edge Free)

ただし、クリッピング応力の最大値は表 6-9 の値でカットオフすること。

アングル要素のクリッピング荷重 P_{cc} はアングル要素の面積を A とすると、

$$P_{cc} = F_{cc}A$$

(3) クリッピング応力の計算式

断面のクリッピング応力は、アングル要素のクリッピング応力の重み付き平均として次の式で求めることができる。

$$F_{cc} = \frac{P_{cc1} + P_{cc2} + \dots}{A_1 + A_2 + \dots} = \frac{\sum_i P_{cci}}{\sum_i A_i}$$

(4) リップによる補強効果

リップによる補強効果は図 6-29 による。

(5) クラッド材の補正

クラッド材 (Clad) では板の表面に耐食性向上のために純アルミの層があるため、強度と剛性が落ちる。クラッド材ではクラッド層の厚さを差し引いた板厚を使ってクリッピング強度を算出すること。クラッド層の厚さを表 6-8 に示す。また、ヤング率として E_{c2} (Secondary Compressive Modulus) を使うこと (MMPDS (文献[2-5]) のデータシートに記載されている)。

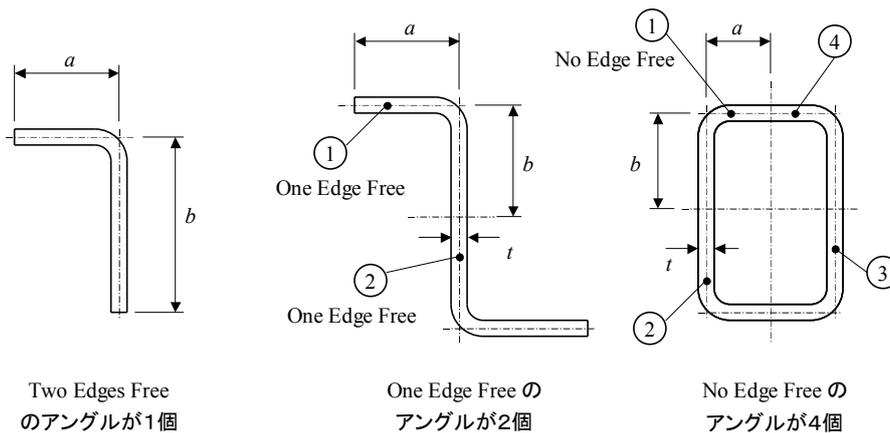


図 6-31 アンゲル要素への分割 – Needham の方法

表 6-9 クリップリング応力の最大値

断面の形状	クリップリング応力の最大値
アンゲル	$0.7 F_{cy}$
V字型溝で支持された板	F_{cy}
多くの角を持つ断面, チューブ	$0.8 F_{cy}$
補強パネル	F_{cy}
T型断面, 十字型断面, H型断面	$0.8 F_{cy}$
2つの角を持つ断面: Z型断面, J型断面, チャンネル断面	$0.9 F_{cy}$

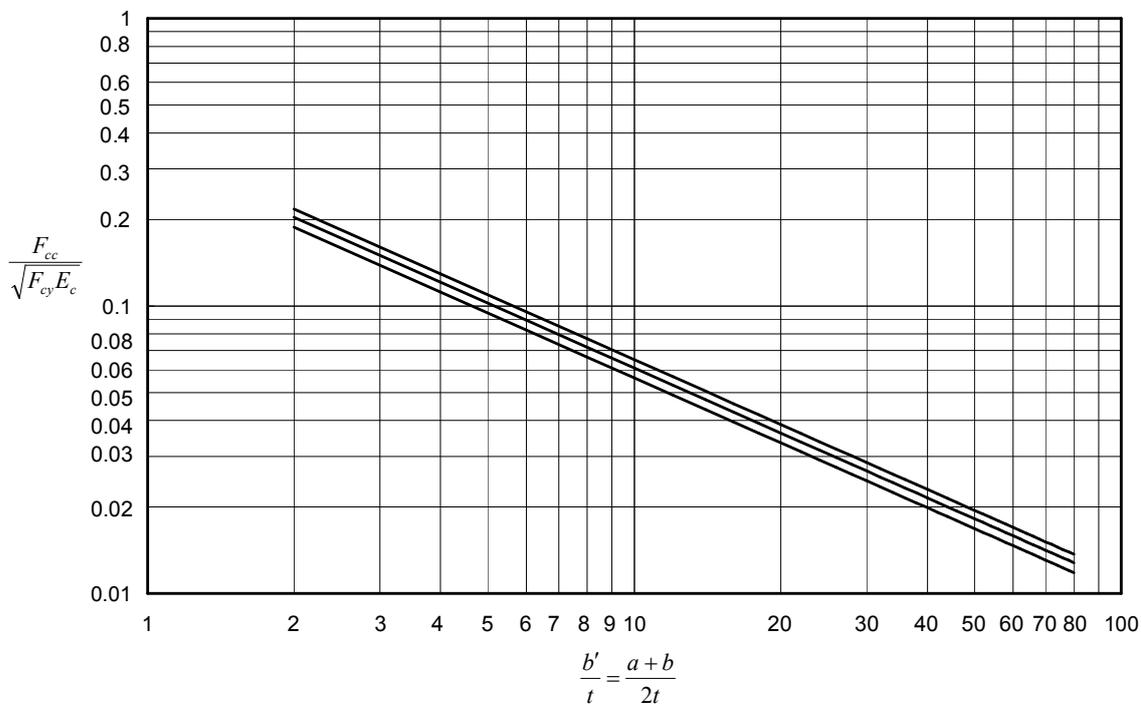


図 6-32 アンゲル要素のクリップリング応力 – Needham の方法

c. Gerard の方法

原論文は参考文献[2-29]である。以下の説明は主に Bruhn の本（参考文献[1-4]）による。Niu の本（文献[1-6]）でもこの方法を適用している。

(1) 断面の形状を次の3種類に分類する（図 6-33）。

- ① 角が2つある断面。Z型断面，J型断面，チャンネル型断面。
- ② 板要素の辺が横方向面内に拘束されていない断面，すなわち，横方向応力がない断面。アングル断面，チューブ断面，角が多い断面，V字溝で支持された板。
- ③ 板要素の辺が横方向面内に拘束されている断面，すなわち，横方向応力がある断面。T型断面，十字型断面，H型断面。

(2) 断面を基本単位に分割して，切断数とフランジ数を数える（図 6-34）。
切断数 C とフランジ数 F の合計を g とする。

(3) クリップリング応力は次の式で表される。

$$\text{断面の分類①} : \frac{F_{cc}}{F_{cy}} = 3.2 \left[\left(\frac{\bar{t}^2}{A} \right) \left(\frac{E_c}{F_{cy}} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{0.75}$$

$$\text{断面の分類②} : \frac{F_{cc}}{F_{cy}} = 0.56 \left[\left(\frac{g\bar{t}^2}{A} \right) \left(\frac{E_c}{F_{cy}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{0.85}$$

$$\text{断面の分類③} : \frac{F_{cc}}{F_{cy}} = 0.67 \left[\left(\frac{g\bar{t}^2}{A} \right) \left(\frac{E_c}{F_{cy}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{0.40}$$

ここで， F_{cc} ：クリップリング応力

F_{cy} ：圧縮降伏応力

\bar{t} ：等価板厚

$$\bar{t} = \frac{\sum b_i t_i}{\sum b_i}$$

A ：断面積

E_c ：圧縮ヤング率。クラッド材の場合には E_{c2} を使うこと。

g ：切断数とフランジ数の和

(4) クラッド材の補正（文献[2-25]による）

クラッド材の場合には，クラッド層の厚さ（表 6-8）だけ有効板厚を減らすこと。また，ヤング率として E_{c2} （Secondary Compressive Modulus）を使うこと（MMPDS（文献[2-5]）のデータシートに記載されている）。

(5) クリップリング応力の最大値

前項のクリップリング応力の式によると，板厚の比率が大きくなると過大な値を示すので，クリップリング応力の最大値は表 6-9 の値でカットオフすること。試験で実証した場合はこの値より高い値を使用してもよい。

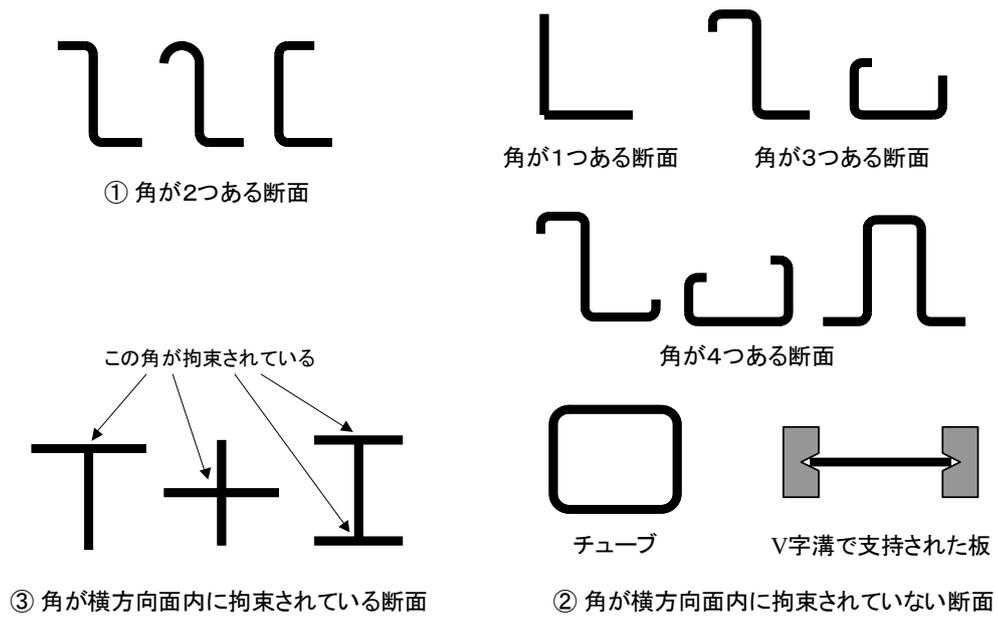


図 6-33 薄肉断面の分類 - クリップリング応力計算

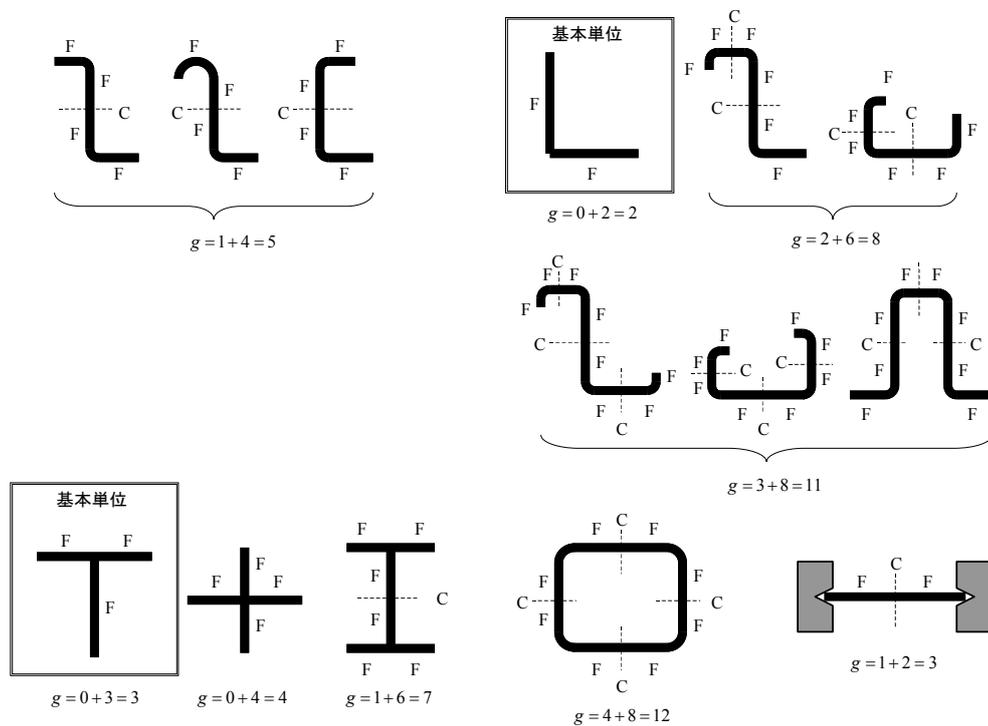


図 6-34 切断数とフランジ数 - クリップリング応力計算

6.5.2.6 クリップリング応力の計算例

クリップリング応力の計算例を以下に示す。

(1) 例題 1 - Z 型材

図 6-35 に示す Z 型板曲げ材のクリップリング応力を 3つの方法で計算する。

材料 : 7075-T6 Sheet, .050 inch t
 $E_c = 10500$ ksi
 $F_{cy} = 71$ ksi (L 方向, B-basis)
 (以上は MMPDS (参考文献[2-5]) より)
 $A = 0.1284$ sq. inch

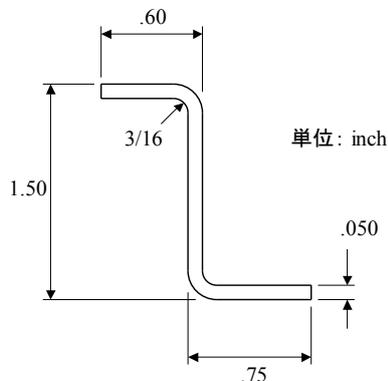


図 6-35 クリップリングの例題 1 - Z 型板曲げ材

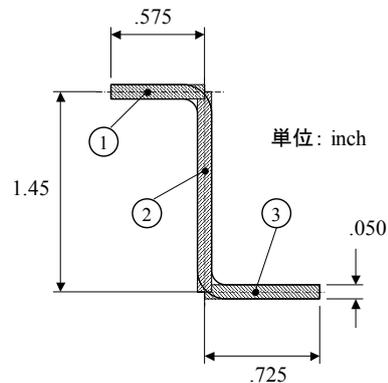
平板要素に分割する方法

下図のように 3つの平板に分割して,

要素	b (inch)	t (inch)	b/t	b*t (inch ²)	支持条件	$(F_{cy}/E_c)^{0.5} \cdot (b/t)$	F_{cc}/F_{cy}	F_{cc} (ksi)	$F_{cc} \cdot b \cdot t$ (E+3 lbs)
1	0.575	0.05	11.5	0.02875	One Edge Free	0.946	0.59	41.9	1.20
2	1.45	0.05	29	0.0725	No Edge Free	2.385	0.68	48.3	3.50
3	0.725	0.05	14.5	0.03625	One Edge Free	1.192	0.48	34.1	1.24
合計				0.1375					5.94

$F_{cc} = 5.94 \div 0.1375 = 43.2$ ksi

$F_{cc} = 43.2$ ksi となる。



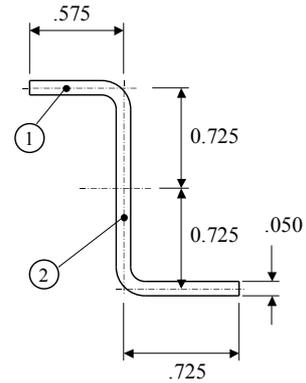
Heedham の方法

下図のように One Edge Free の 2つのアングルに分割して,

要素	a (inch)	b (inch)	t (inch)	b'/t	A (inch ²)	支持条件	C	$F_{cc}/(F_{cy} \cdot E_c)^{0.5}$	F_{cc} (ksi)	$F_{cc} \cdot A$ (E+3 lbs)
1	0.575	0.725	0.05	13	0.0604	One Edge Free	0.342	0.04995	43.1	2.61
2	0.725	0.725	0.05	14.5	0.0679	One Edge Free	0.342	0.04603	39.7	2.70
合計					0.1284					5.31

$F_{cc} = 5.31 \div 0.1284 = 41.3$ ksi

$F_{cc} = 41.3 \text{ ksi}$ となる.



Gerard の方法

この断面形状は①に分類される.

$$F_{cc} = 3.2 \left[\left(\frac{\bar{t}^2}{A} \right) \left(\frac{E_c}{F_{cy}} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{0.75} \times F_{cy} = 3.2 \times \left[\left(\frac{.050 \times .050}{0.1284} \right) \left(\frac{10500}{71} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{0.75} \times 71 = 41.3 \text{ ksi}$$

この値は表 6-9 のカットオフ値より小さいので、この値がクリッピング応力である.

(2) 例題 2 - バルブ付きアングル

図 6-36 に示すバルブ付きアングルのクリッピング応力を計算する.

まず、このバルブがアングルの板要素の座屈をおさえる効果があるかどうかを判定する.

$$\frac{b_f}{t} = \frac{0.756}{.050} = 15.1, \quad \frac{D}{t} = \frac{7/32}{.050} = 4.375$$

図 6-30 より、バルブが板要素の座屈をおさえて角として有効であることがわかる.

材料 : 7075-T6 Extrusion, .050 inch t

$E_c = 10700 \text{ ksi}$

$F_{cy} = 74 \text{ ksi}$ (L 方向, B-basis)

(以上は MMPDS (参考文献[2-5]) より)

$A = 0.113 \text{ sq. inch}$

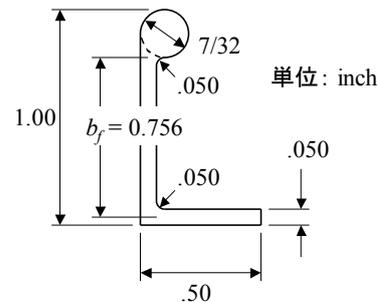


図 6-36 クリッピングの例題 2 - バルブ付きアングル

平板要素に分割する方法

下図のように 2 つの平板に分割する. 平板要素①はバルブが有効であるため、板幅を b_f , No Edge Free とする.

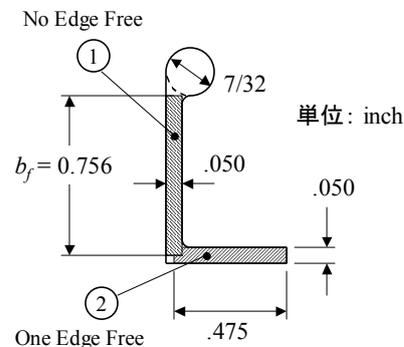
(もし、バルブが有効でなかったら、板幅を $b_f + D$ とし、One Edge Free とする.)

平板要素①のクリッピング応力は図 6-27 より、カットオフ値となる.

要素	b (inch)	t (inch)	b/t	b*t (inch^2)	支持条件	(Fcy/Ec)^0.5*(b/t)	Fcc/Fcy	Fcc (ksi)	Fcc*b*t (E+3 lbs)
1	0.756	0.05	15.12	0.0378	No Edge Free	1.257	1.00	74.0	2.80
2	0.475	0.05	9.5	0.0238	One Edge Free	0.790	0.68	50.3	1.20
合計				0.0616					3.99

$$F_{cc} = 3.99 \div 0.06155 = 64.9 \text{ ksi}$$

$F_{cc} = 64.9 \text{ ksi}$ となる。



Gerard の方法

アングルとして分類②でクリッピングを計算する方法と、角が2つある断面として(チャンネルとみなして)分類①でクリッピングを計算する方法とどちらで計算してもよい。

まず、分類②として、フランジ数が4、切断数が1で、 $g=5$ として計算すると、

$$F_{cc} = 0.56 \left[\left(\frac{g \bar{t}^2}{A} \right) \left(\frac{E_c}{F_{cy}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{0.85} \times F_{cy} = 0.56 \times \left[\left(\frac{5 \times .050^2}{0.113} \right) \left(\frac{10700}{74} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{0.85} \times 74 = 52.8 \text{ ksi}$$

次に、分類①として計算すると、

$$F_{cc} = 3.2 \left[\left(\frac{\bar{t}^2}{A} \right) \left(\frac{E_c}{F_{cy}} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{0.75} \times F_{cy} = 3.2 \times \left[\left(\frac{.050^2}{0.113} \right) \left(\frac{10700}{74} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{0.75} \times 74 = 47.1 \text{ ksi}$$

一方、アングルのクリッピング応力のカットオフ値は $0.7 F_{cy}$ で、チャンネルのカットオフ値は $0.9 F_{cy}$ である(表 6-9)ので、平均値の $0.8 F_{cy}$ を用いると、カットオフ値は 59.2 ksi となる。

結局、クリッピング応力として、分類①と分類②の平均値 50.0 ksi を使うのが妥当であるといえる。

(もし、バルブが角になるだけのじゅうぶんの剛性を持っていないならば、分類②の計算式でバルブをフランジ数としてカウントし、切断数なしとして ($g=4$) 計算すればよい。)

平板要素に分割する方法のほうが Gerard の方法より 30%高いクリッピング応力となる。

(3) 例題 3 - J型材

図 6-37 に示す J型材のクリップリング応力を計算する。

材料 : 7075-T6 Extrusion, .072 inch t

$E_c = 10700 \text{ ksi}$

$F_{cy} = 74 \text{ ksi}$ (L 方向, B-basis)

(以上は MMPDS (参考文献[2-5]) より)

$A = 0.2111 \text{ sq. inch}$

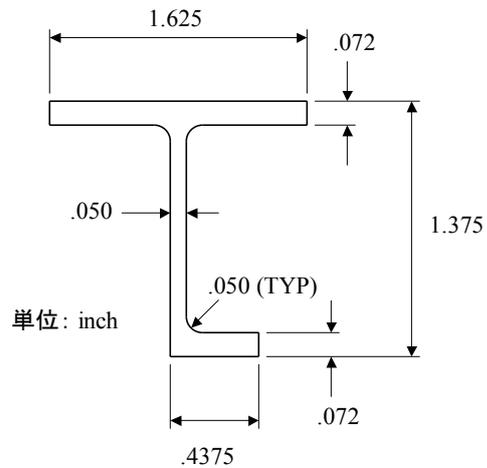


図 6-37 クリップリングの例題 3 - J型材

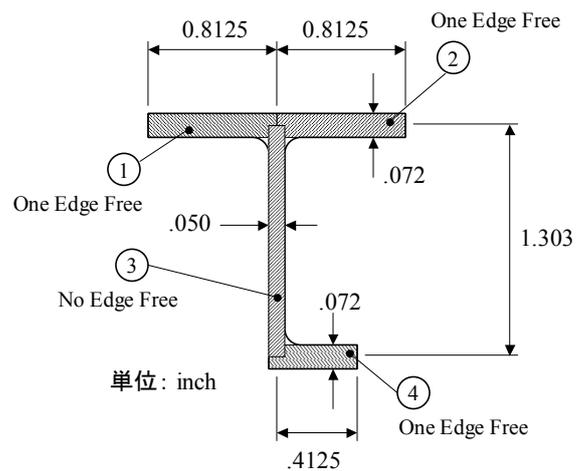
平板要素に分割する方法

下図のように 4 つの平板に分割する。平板要素④のクリップリング応力はカットオフ値となる。

要素	b (inch)	t (inch)	b/t	b*t (inch ²)	支持条件	$(F_{cy}/E_c)^{0.5} \cdot (b/t)$	F_{cc}/F_{cy}	F_{cc} (ksi)	$F_{cc} \cdot b \cdot t$ (E+3 lbs)
1	0.8125	0.072	11.3	0.0585	One Edge Free	0.938	0.59	43.7	2.55
2	0.8125	0.072	11.3	0.0585	One Edge Free	0.938	0.59	43.7	2.55
3	1.303	0.050	26.1	0.0652	No Edge Free	2.167	0.74	54.8	3.57
4	0.4125	0.072	5.7	0.0297	One Edge Free	0.476	1.00	74.0	2.20
合計				0.2119					10.87

$$F_{cc} = 10.87 \div 0.21185 = 51.3 \text{ ksi}$$

$F_{cc} = 51.3 \text{ ksi}$ となる



Gerard の方法

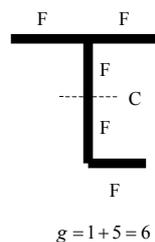
この断面形状は②に分類される。板厚が一定でないので、まず等価板厚を計算する。

$$\bar{t} = \frac{\sum b_i t_i}{\sum b_i} = \frac{1.625 \times .072 + (.4375 - .025) \times .072 + (1.375 - .072) \times .050}{1.625 + (.4325 - .025) + (1.375 - .072)} = .06342$$

フランジ数が 5, 切断数が 1 なので, $g = 6$ として計算する。

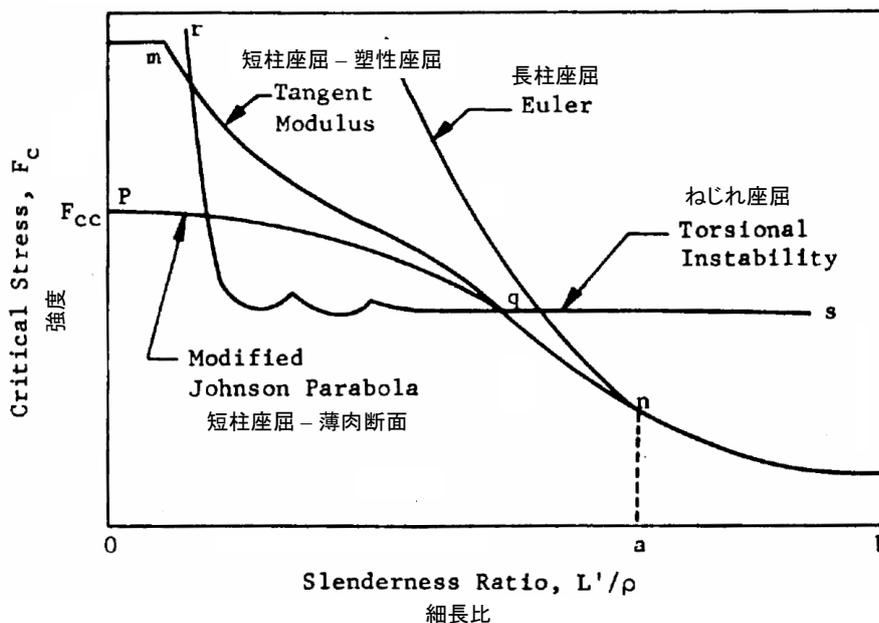
$$F_{cc} = 0.56 \left[\left(\frac{g \bar{t}^2}{A} \right) \left(\frac{E_c}{F_{cy}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{0.85} \times F_{cy} = 0.56 \times \left[\left(\frac{6 \times .06342^2}{0.2111} \right) \left(\frac{10700}{74} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{0.85} \times 74 = 54.3 \text{ ksi}$$

この値は表 6-9 のカットオフ値 $0.8 F_{cy}$ より小さいので, この値がクリッピング応力である。



6.5.2.7 短柱の破壊

前項までに圧縮荷重を受ける軸力部材（柱）の基本的な破壊モードをひとつと説明した。柱が短くなってくるとこれらの破壊モードが組み合わさった破壊となる。柱の圧縮破壊モードは細長比によって図 6-38 に示すように変化する。柱が長いときには長柱座屈（弾性領域）が起こる（図 6-38 の a-b）。薄い開断面の場合にはねじれ座屈または曲げねじれ座屈（弾性領域）のほうクリティカルになる場合がある（図 6-38 の r-s の曲線）。薄肉断面では、柱の長さが短くなるとまず壁面座屈が起き、クリッピングで破壊する。長柱座屈とクリッピング破壊の間には中間領域（図 6-38 の p-q の曲線）がある。この領域を 2 次曲線で表す（Johnson の式）。厚い断面では、柱が短くなると、塑性座屈が起こる（図 6-38 の m-n の曲線）。



文献[2-28]より

図 6-38 柱の圧縮強度／破壊モードのまとめ

(1) ジョンソンの式 - クリッピング破壊とオイラー座屈の移行領域

薄肉断面の柱の短柱領域の強度を次の 2 次式で表す。この式をジョンソン（Johnson）の式という。

$$F_c = F_{cc} - \frac{F_{cc}^2}{4\pi^2 E} \left(\frac{L'}{\rho} \right)^2 ; \quad \frac{L'}{\rho} \leq \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_{cc}}} \quad \text{のとき}$$

ここで、

F_c : 短柱の破壊応力

F_{cc} : クリッピング応力

L'/ρ : 柱の細長比

$\rho = \sqrt{\frac{I}{A}}$: 断面の回転半径

E : 圧縮ヤング率

この式はオイラー座屈の式とは $0.5 \times$ クリップリング応力 でつながっている。すなわち、薄肉断面の柱の座屈応力がクリップリング応力の 0.5 倍より大きい領域では、オイラー座屈の式のかわりにジョンソンの式を使う。短柱領域と長柱領域の式を合わせてジョンソン-オイラーの式と呼ぶこともある。

$$F_c = F_{cc} - \frac{F_{cc}^2}{4\pi^2 E} \left(\frac{L'}{\rho} \right)^2 ; \quad \frac{L'}{\rho} \leq \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_{cc}}} \quad \text{のとき}$$

$$F_c = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L'}{\rho} \right)^2} ; \quad \frac{L'}{\rho} \geq \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_{cc}}} \quad \text{のとき}$$

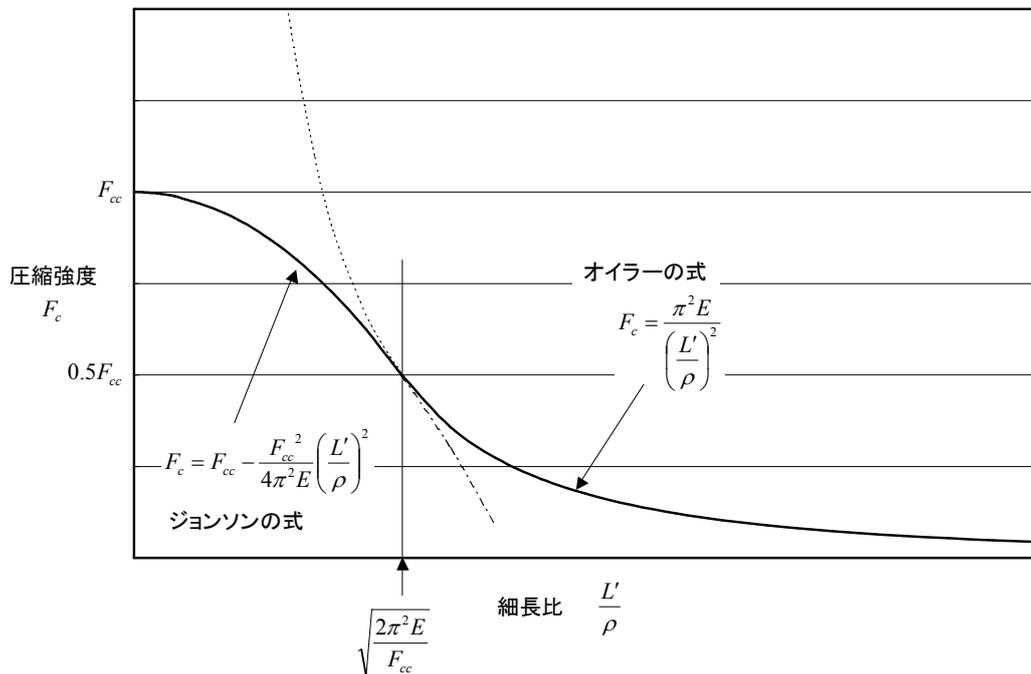


図 6-39 ジョンソン-オイラーの式

(2) 塑性座屈 – 材料圧縮破壊とオイラー座屈の移行領域

厚肉断面（安定な断面）の柱は細長比が小さくなると、塑性座屈を起こす。塑性座屈の理論については Bruhn の教科書（文献[1-4]）を参照されたい。塑性座屈は接線剛性理論（Tangent Modulus Theory）が用いられる（図 6-42）。接線剛性理論は、オイラー座屈荷重の式のヤング率の代わりに接線剛性（Tangent Modulus）、 E_t を使う。

$$F_c = \frac{P_c}{A} = \frac{\pi^2 E_t I}{L^2 A} = \frac{\pi^2 E_t}{\left(\frac{L'}{\rho} \right)^2}, \quad \rho = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

接線剛性の定義を図 6-40 に示す。この図でわかるように、接線剛性は応力によって変化する。航空機構造用材料の接線剛性の値は MMPDS（文献[2-5]）に載っている。

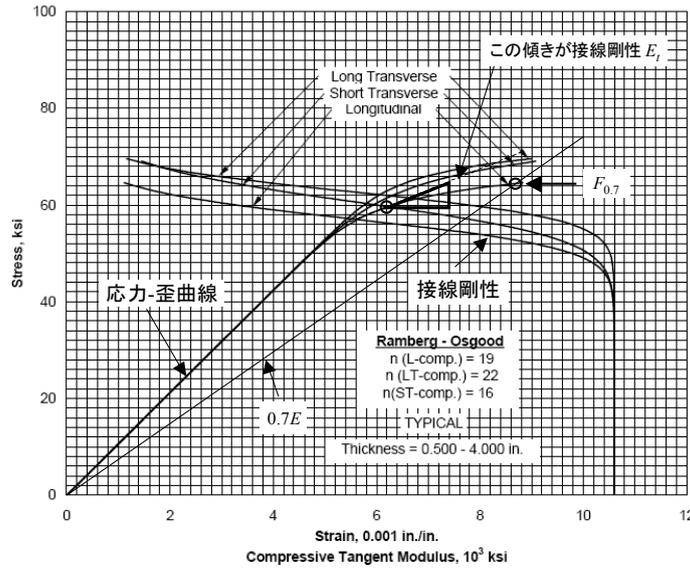


Figure 3.7.4.2.6(b). Typical compressive stress-strain and compressive tangent-modulus curves for 7050-T7451 aluminum alloy plate at room temperature.

文献[2-5]より

図 6-40 接線剛性の定義

図 6-40 から接線剛性をいちいち読み取って塑性座屈応力を計算するのは手間がかかるので、接線剛性を簡単な式で表現する方法が考案されている。Ramberg-Osgoodは降伏後の応力-歪曲線を次の簡単な式で表現した(文献[2-34])。

$$\frac{E\varepsilon}{F_{0.7}} = \frac{f}{F_{0.7}} + \frac{3}{7} \left(\frac{f}{F_{0.7}} \right)^n$$

f : 応力

ε : 歪

E : 圧縮ヤング率

$F_{0.7}$: 傾き $0.7E$ の直線と応力-歪曲線の交点の応力 (図 6-40 参照)

n : 材料によって決まるパラメータ

接線剛性は次の式のように表される。

$$\frac{E_t}{E} = \frac{1}{1 + \frac{3}{7} n \left(\frac{f}{F_{0.7}} \right)^{n-1}}$$

例として図 6-40 に示した 7050-T7451 Plate (L 方向) の Ramberg-Osgood の式を示すと、

$E = 10600 \text{ ksi}$, $F_{0.7} = 64 \text{ ksi}$, $n = 19$ だから、

$$\varepsilon = \frac{f}{10600} + \frac{3 \times 64}{7 \times 10600} \left(\frac{f}{64} \right)^{19}, \quad E_t = \frac{10600}{1 + \frac{3 \times 19}{7} \left(\frac{f}{64} \right)^{18}}$$

この式を実際の応力-歪曲線と比較したのが図 6-41 である。

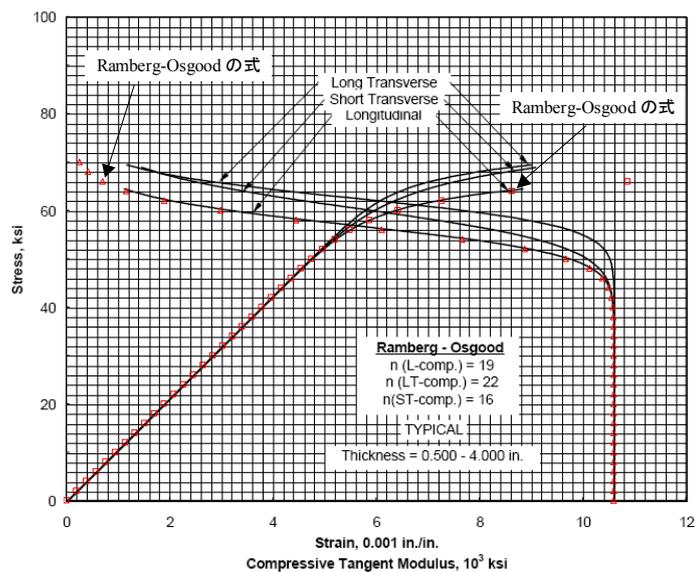


Figure 3.7.4.2.6(b). Typical compressive stress-strain and compressive tangent-modulus curves for 7050-T7451 aluminum alloy plate at room temperature.

文献[2-5]より

図 6-41 Ramberg-Osgood の式

Ramberg-Osgood の式の接線剛性を使って塑性座屈応力 F_c を表わすと次のようになる。

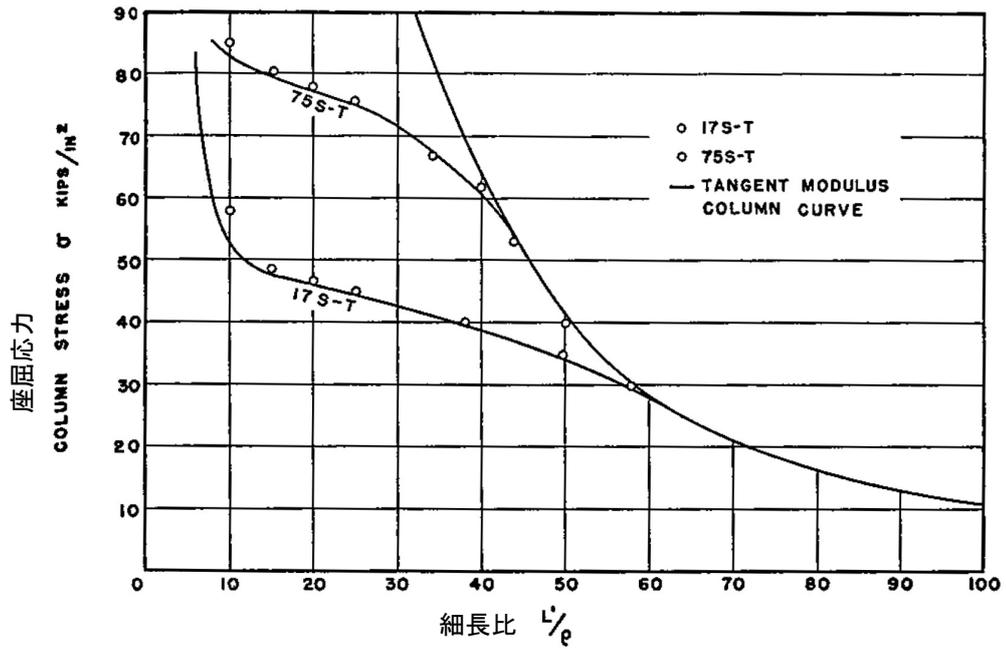
$$F_c = \frac{\pi^2 E_t}{\left(\frac{L'}{\rho}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L'}{\rho}\right)^2 \left(1 + \frac{3}{7} n \left(\frac{F_c}{F_{0.7}}\right)^{n-1}\right)}$$

この方程式を F_c について解けばよい。この式は MS-Excel のソルバーを使えば簡単に解くことができる。

数値例として、先にあげた材料 7050-T7451 Plate (L 方向) の塑性座屈のグラフを描くと図 6-43 のようになる。

なお、MMPDS には n の値は載っているが、 $F_{0.7}$ の値は載っていない。 $F_{0.7}$ は n と F_{cy} から次の式で計算できる。

$$F_{0.7} = 0.002 \frac{1}{n-1} \left(\frac{3}{7E}\right)^{\frac{1}{n-1}} F_{cy}^{\frac{n}{n-1}}$$



文献[2-62]より

図 6-42 接線剛性理論の実験値との比較

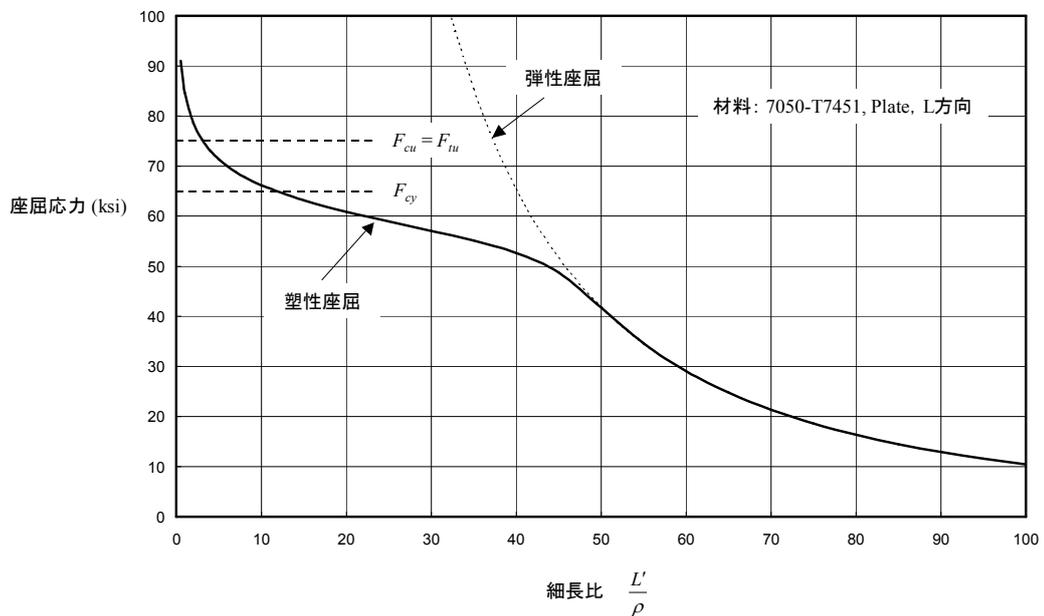


図 6-43 塑性座屈応力のグラフ - 7050-T7451, Plate

6.5.3 梁の破壊

4.3 項で梁の内部荷重（曲げモーメント，せん断力，軸力）と断面の応力を求める方法を説明した。ここでは梁の破壊について説明する。

6.5.3.1 弾性曲げ

(1) 純曲げ

曲げを受けたとき，中立軸から最も離れた点で引張応力と圧縮応力が発生する（図 6-44）。この応力のうちのどちらかが限界に達すると梁は破壊する。許容応力は以下のように考える。

■ 引張側

中立軸から最も離れた点の応力が引張降伏応力 F_{ty} に達すると表面は降伏するが，さらに耐荷するので，引張側の許容応力はふつう引張終極応力 F_{tu} を使う。

■ 圧縮側

圧縮側の破壊の判定は断面形状によって異なるので注意が必要である。

断面が安定な形状（厚肉断面）の場合には，圧縮側中立軸から最も離れた点が圧縮応力で不安定にならず，断面形状が保たれるので，圧縮降伏応力 F_{cy} まで耐荷する。圧縮側の許容応力はふつう安全側に圧縮降伏応力 F_{cy} を使う。場合によっては圧縮終極応力 $F_{cu} = F_{tu}$ を使うこともある。（厚肉断面形状で，圧縮側が降伏しても変形が安定している場合には，塑性曲げを適用することもある。塑性曲げについては 6.5.3.2 項で説明する。）

断面が不安定な断面（薄肉断面）の場合，中立軸から最も離れた圧縮側に断面の角があれば（図 6-45 の左の図），許容応力としてハッチングした板要素のクリッピング応力 F_{cc} を使う。中立軸から最も離れた圧縮側が自由端であれば（図 6-45 の右の図），ハッチングした板要素の座屈応力を許容応力とする。板の座屈許容応力の計算法については 6.5.5.1 項で説明する。

薄肉円筒の曲げでは，円筒の圧縮側の壁面がつぶれる破壊をするので特別の設計チャートがある。

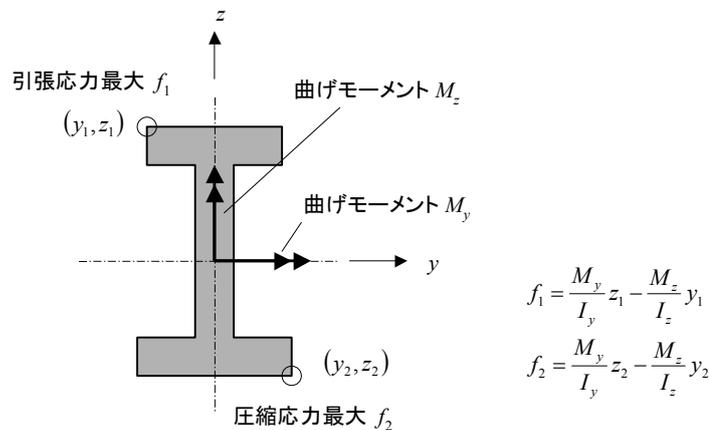


図 6-44 梁の曲げ応力

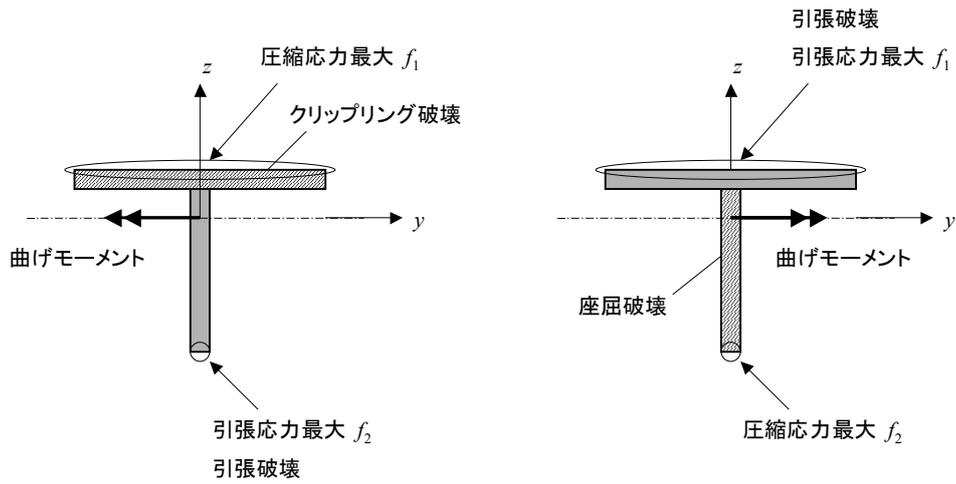


図 6-45 薄肉断面の曲げ - クリップリング破壊と座屈破壊

(2) 曲げと軸力の組み合わせ

梁に曲げモーメントと軸力が負荷されるとき、軸力が小さくてビームカラム効果の影響がない場合には、曲げモーメントによる曲げ応力と軸力 P による軸応力を合計すればよい。

$$f = \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y + \frac{P}{A}$$

ここで、 A : 梁の断面積

y, z : 断面内の点の位置の座標

(3) 曲げとせん断の組み合わせ

梁には曲げとせん断が働くのがふつうであるので、断面のせん断強度をチェックする必要がある。断面のせん断応力の計算方法は4.3.7項に示した。断面の最大せん断応力がせん断終極応力 F_{su} に達したときに破壊する。(せん断梁のウェブの強度については6.5.6項で説明する。)

同じ断面内でせん断応力が最大になる点と曲げによる軸応力(引張応力, 圧縮応力)が最大になる点は異なる(図6-46)が曲げとせん断の相互作用を考慮する。

$$R_b^2 + R_s^2 = 1$$

ここで, $R_b = \frac{f_b}{F_{allow}}$

f : 作用曲げ応力

F_{allow} : 許容曲げ応力

$$R_s = \frac{f_s}{F_{su}}$$

f_s : 作用せん断応力

F_{su} : 終極せん断強度

安全余裕の計算式は次のようになる。

$$M.S. = \frac{1}{\sqrt{R_b^2 + R_s^2}} - 1$$

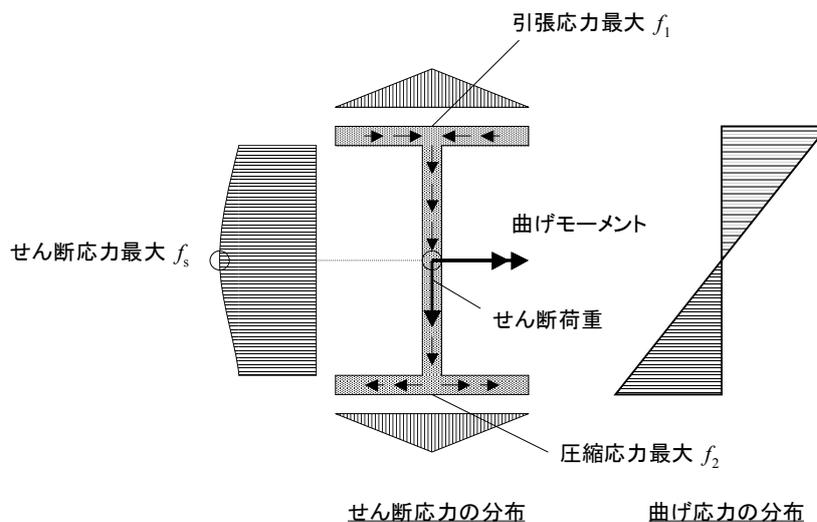


図 6-46 梁の断面内のせん断応力の分布の例

6.5.3.2 塑性曲げ

6.5.3.1 項で説明した弾性曲げによる強度の評価では応力-歪関係は線形であるとして断面内の曲げ応力分布が線形であると仮定したが、実際の梁の曲げでは応力-歪曲線に非線形性があるため、破壊に近づくとき実際の曲げ応力分布は線形ではなくなる(図 6-47)。材料非線形(塑性領域)を考慮した梁の曲げを塑性曲げ(Plastic Bending)という。図 6-47 の応力分布を比べてわかるように、中立軸から最も離れた位置での応力はどちらの場合でも f_{max} で等しいが、塑性曲げのほうが中立軸に近い部分で受け持つ曲げモーメントが大きくなるので、塑性曲げのほうが計算される曲げ強度(許容曲げモーメント)は増大する。

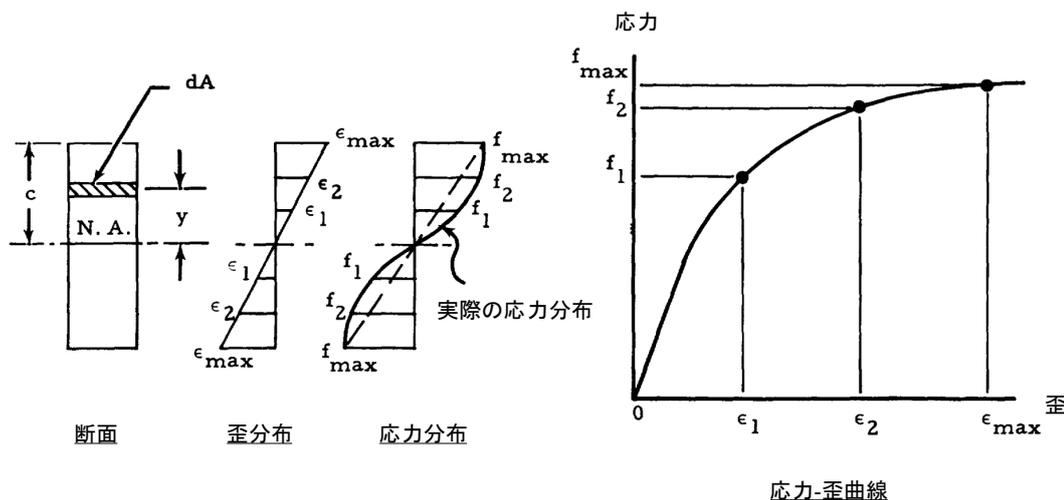


図 6-47 塑性領域の曲げ

どんな断面、部材にも塑性曲げが適用できるわけではないので適用にあたっては注意が必要である。塑性曲げ適用の条件は以下のとおりである。

- 最終破壊まで安定な断面であること。具体的には断面が座屈しない厚肉断面であること。クリップリング破壊する断面やねじれ座屈する断面には適用しないこと。
- 塑性曲げの変形が過大になり内部荷重の分担が変わり構造全体としての強度が保てない場合には適用してはならない。
- ビームカラム効果がある場合には適用しないこと。

(1) 矩形断面の曲げ応力分布の解析

塑性を考慮して矩形断面の単純曲げの応力分布を解析する。解析にあたっては以下の仮定を用いる。

- 変形前に平面だった断面は変形後も平面を保つ。したがって断面の歪分布は線形である(図 6-47)。
- 引張側と圧縮側の応力-歪曲線は同じとし、引張側の応力-歪曲線を使う。
- 応力-歪曲線を次の Ramberg-Osgood の式で表す。

$$\varepsilon = \frac{f}{E} + 0.002 \left(\frac{f}{F_y} \right)^n$$

ここで、 ε : 歪
 f : 応力

E : ヤング率
 F_{ty} : 引張降伏応力

数値例として 7050-T7451, Plate の応力-歪曲線を図 6-48 に示す. この材料の Ramberg-Osgood の式のパラメータは次のとおりである.

7050-T7451, Plate, 1.501-2.000inch thick
 $E = 10300$ ksi (tension)
 $n = 19$ (L, tension)
 $F_{tu} = 76$ ksi (L), B-basis
 $F_{ty} = 66$ ksi (L), B-basis
 $F_{cy} = 64$ ksi (L), B-basis

幅 b , 高さ h の矩形断面 (図 6-50) に y 軸まわりの曲げモーメントが負荷される梁を考える. 断面の上端 ($z = c = h/2$) の応力を f_{max} , 歪を ε_{max} とする. このとき, 歪の分布は次のように表される.

$$\varepsilon(z) = \frac{2\varepsilon_{max}}{h} z$$

z について書き直し, Ramberg-Osgood の式を代入すると,

$$z = \frac{h}{2\varepsilon_{max}} \varepsilon(z) = \frac{h}{2\varepsilon_{max}} \left[\frac{f}{E} + 0.002 \left(\frac{f}{F_{ty}} \right)^n \right]$$

この式を f で微分すると,

$$dz = \frac{h}{2\varepsilon_{max}} \left[\frac{1}{E} + 0.002n \frac{f^{n-1}}{F_{ty}^n} \right] df$$

断面全体の曲げモーメント M を計算すると,

$$\begin{aligned} M &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} bf(z)zdz = 2b \int_0^{\frac{h}{2}} f(z)zdz = 2b \int_0^{f_{max}} f \frac{h}{2\varepsilon_{max}} \left[\frac{f}{E} + 0.002 \frac{f^n}{F_{ty}^n} \right] \frac{h}{2\varepsilon_{max}} \left[\frac{1}{E} + 0.002n \frac{f^{n-1}}{F_{ty}^n} \right] df \\ &= \frac{bh^2 f_{max}}{2\varepsilon_{max}^2} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{f_{max}}{E} \right)^2 + 0.002 \left(\frac{n+1}{n+2} \right) \left(\frac{f_{max}}{F_{ty}} \right)^n \left(\frac{f_{max}}{E} \right) + 0.002^2 \left(\frac{n}{2n+1} \right) \left(\frac{f_{max}}{F_{ty}} \right)^{2n} \right] \end{aligned}$$

7050-T7451, Plate の場合の数値例を図 6-49 と図 6-50 に示す. 塑性曲げを考慮すると塑性曲げを考慮しない場合に比べて許容曲げモーメントが約 20% (最大応力を F_{ty} まで使う) ~ 約 40% (最大応力 F_{tu} まで使う) 増大する.

(2) Cozzone の方法

矩形断面の場合は前項に示したように曲げモーメントの計算式を求めることができるが, 一般的な断面形状になると, 曲げモーメントを計算するには数値積分をすることが必要である. これは手間がかかるので Cozzone の方法 (文献[2-36]) と呼ぶ許容塑性曲げモーメントの簡略計算法がある.

まず, 矩形断面で考える. Cozzone の方法では図 6-51 に示すように断面の曲げ応力を台形分布であると仮定する. 台形分布による曲げモーメントの式は次のようになる.

応力分布は,

$$f(z) = \frac{2(f_{max} - f_0)}{h} z + f_0$$

$$M = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} bf(z)zdz = \int_{-c}^c b(z) \left[\frac{f_{\max} - f_0}{c} z + f_0 \right] z dz = \frac{f_{\max} - f_0}{c} \int_{-c}^c b(z) z^2 dz + f_0 \int_{-c}^c b(z) z dz$$

$$= \frac{I_y}{c} (f_{\max} - f_0) + 2Q_y f_0 = \frac{I_y}{c} \left[(f_{\max} - f_0) + \frac{2Q_y}{I_y/c} f_0 \right] = \frac{I_y}{c} [(f_{\max} - f_0) + Kf_0]$$

ここで、 I_y ：断面2次モーメント

$$Q_y : Q_y = \int_0^c b(z)zdz \cdot \text{矩形断面の場合, } Q_y = \int_0^c b z dz = \frac{bc^2}{2}$$

$$K : \text{断面形状係数, } K = \frac{2Q_y}{I_y/c} \cdot \text{矩形断面の場合, } K = \frac{bc^2}{\frac{b(2c)^3}{12c}} = 1.5$$

実際の応力分布で発生する曲げモーメントと台形分布の応力で発生する曲げモーメントを等値することにより、以下のようにパラメータ f_0 を計算することができる。

$$M = \frac{bh^2 f_{\max}}{2\varepsilon_{\max}^2} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{f_{\max}}{E} \right)^2 + 0.002 \left(\frac{n+1}{n+2} \right) \left(\frac{f_{\max}}{F_{ty}} \right)^n \left(\frac{f_{\max}}{E} \right) + 0.002^2 \left(\frac{n}{2n+1} \right) \left(\frac{f_{\max}}{F_{ty}} \right)^{2n} \right] = \frac{I_y}{c} [(f_{\max} - f_0) + Kf_0]$$

$$f_0 = \frac{1}{K-1} \left\{ \frac{f_{\max}}{\varepsilon_{\max}^2} \left[\left(\frac{f_{\max}}{E} \right)^2 + 3 \times 0.002 \left(\frac{n+1}{n+2} \right) \left(\frac{f_{\max}}{F_{ty}} \right)^n \left(\frac{f_{\max}}{E} \right) + 3 \times 0.002^2 \left(\frac{n}{2n+1} \right) \left(\frac{f_{\max}}{F_{ty}} \right)^{2n} \right] - f_{\max} \right\}$$

$$= 2 \left\{ \frac{f_{\max}}{\varepsilon_{\max}^2} \left[\left(\frac{f_{\max}}{E} \right)^2 + 3 \times 0.002 \left(\frac{n+1}{n+2} \right) \left(\frac{f_{\max}}{F_{ty}} \right)^n \left(\frac{f_{\max}}{E} \right) + 3 \times 0.002^2 \left(\frac{n}{2n+1} \right) \left(\frac{f_{\max}}{F_{ty}} \right)^{2n} \right] - f_{\max} \right\}$$

この式を使って歪と f_{\max} , f_0 の関係を描いたグラフ例 (7050-T7451, Plate) を図 6-52 に示す。実際の応力分布と Cozzone の方法による応力分布の比較の数値例を図 6-53 に示す。

一般の1軸対称断面 (図 6-54) の塑性曲げについても、矩形断面の f_{\max} と f_0 の関係 (例：図 6-52) を使って塑性曲げモーメントを次のように表す。

$$M_b = \frac{I_y}{c} [f_{\max} + (K-1)f_0]$$

ここで、 I_y ：断面2次モーメント

c ：中立軸から端までの距離

$$Q_y : Q_y = \int_0^c b(z)zdz$$

$$K : \text{断面形状係数, } K = \frac{2Q_y}{I_y/c}$$

いろいろな断面の断面係数 K の値を図 6-55 に示す。I ビームでは K の値が 1 に近くなるので、塑性曲げを考慮しても許容曲げモーメントがあまり大きくならない。円形断面では $K = 1.7$ なので、塑性曲げを考慮すると許容曲げモーメントが大きくなる。

いろいろな材料の f_{\max} と f_0 のチャートがあれば塑性曲げモーメントを計算することができる。 f_{\max} と f_0 のチャートは Bruhn の本 (文献[1-4]) や文献[2-27]に載っている。

上の塑性曲げモーメントを使って、仮想的な塑性曲げ許容応力 F_b を次のように定義する。

$$F_b = \frac{M_b}{I_y} c = f_{\max} + (K-1)f_0$$

塑性曲げの安全余裕は次のようになる。

$$M.S. = \frac{M_b}{M} - 1 \quad \text{または,} \quad M.S. = \frac{F_b}{f_b} - 1$$

ここで、 M_b : 塑性曲げモーメント

M : 作用曲げモーメント

F_b : 仮想的な塑性曲げ許容応力

f_b : 次の式で計算した曲げ作用応力。 $f_b = \frac{M}{I_y} c$

(3) 塑性曲げ適用の注意事項

塑性曲げを適用する場合の注意事項を以下に示す。

- 不安定な断面に適用しないこと。
- 塑性曲げ強度を計算するときの f_{\max} の値は、降伏応力 F_{ty} から終極許容応力 F_{tu} の間の値を使うことになるが、制限荷重で永久変形をしないこと、終極荷重において変形が過大にならないことも考慮して選ぶ必要がある。したがって、 f_{\max} として F_{tu} を使ってもよいとは限らないことに注意されたい。
- 非対称断面の塑性曲げの計算方法は Bruhn の本（文献[1-4]）や文献[2-27]を参照のこと。または、次項で説明する数値積分による方法によること。

(4) 塑性曲げとせん断荷重の組み合わせ

塑性曲げを適用する場合は曲げ応力分布が線形でなくなるので、せん断応力の分布が影響を受け、最大せん断応力が弾性曲げのときより大きくなる。せん断応力の計算方法は Bruhn の本（文献[1-4]）や文献[2-27]を参照のこと。

図 6-50 でわかるように、中立軸の近くまで曲げ応力が高くなるので、曲げとせん断の相互作用を考慮する必要がある。せん断荷重と曲げ荷重が働く場合の梁の強度は相互作用式を使って次のように表される。

$$R_b^2 + R_s^2 = 1$$

$$\text{ここで, } R_b = \frac{M}{M_{allow}}$$

M : 作用曲げモーメント

M_{allow} : 許容曲げモーメント

$$R_s = \frac{f_s}{F_{su}}$$

f_s : 作用せん断応力

F_{su} : 終極せん断強度

安全余裕の計算式は次のようになる。

$$M.S. = \frac{1}{\sqrt{R_b^2 + R_s^2}} - 1$$

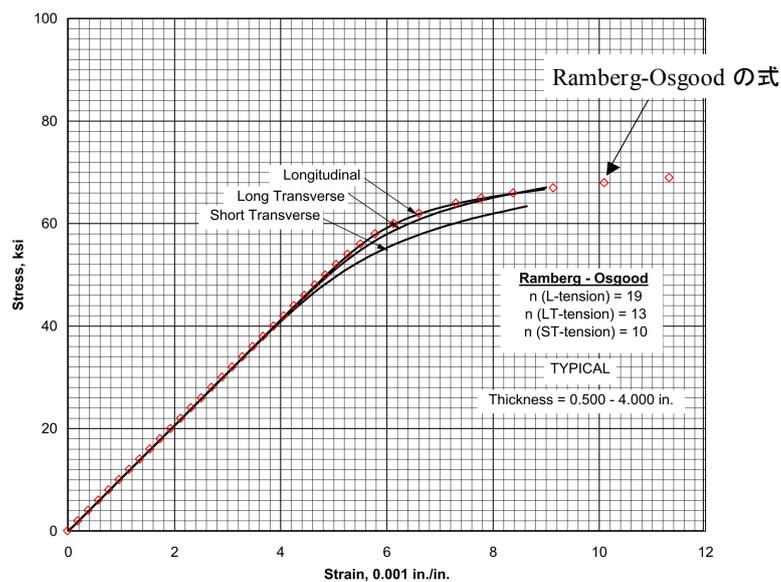


Figure 3.7.4.2.6(a). Typical tensile stress-strain curves for 7050-T7451 aluminum alloy plate at room temperature.

文献[2-5]より

図 6-48 7050-T7451 Plate の応力-歪曲線と Ramberg-Osgood の式

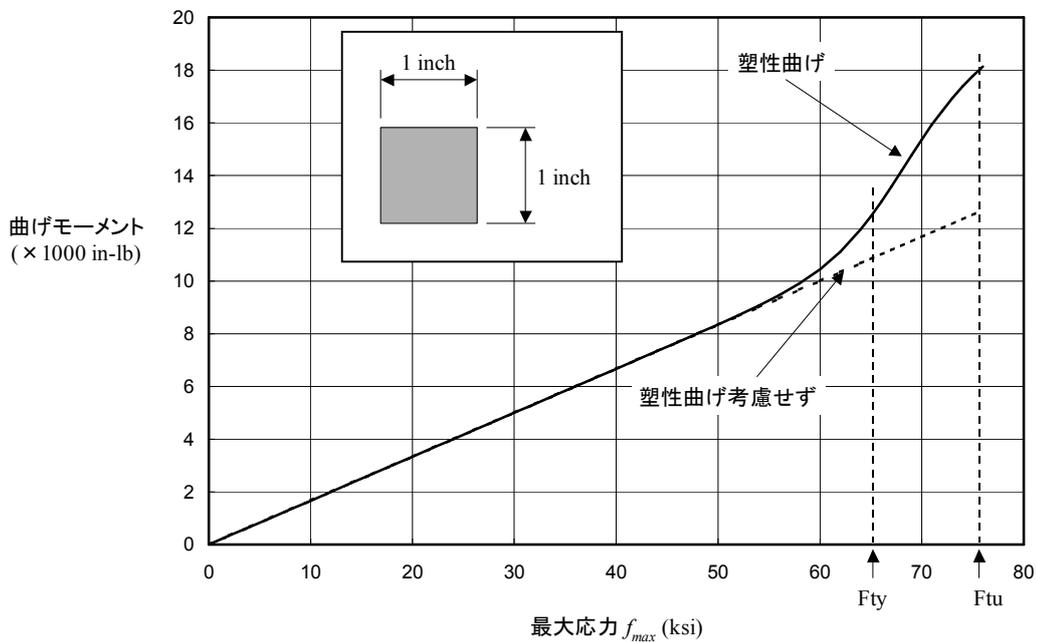


図 6-49 矩形断面の曲げモーメントの数値例 - 7050-T7451, Plate

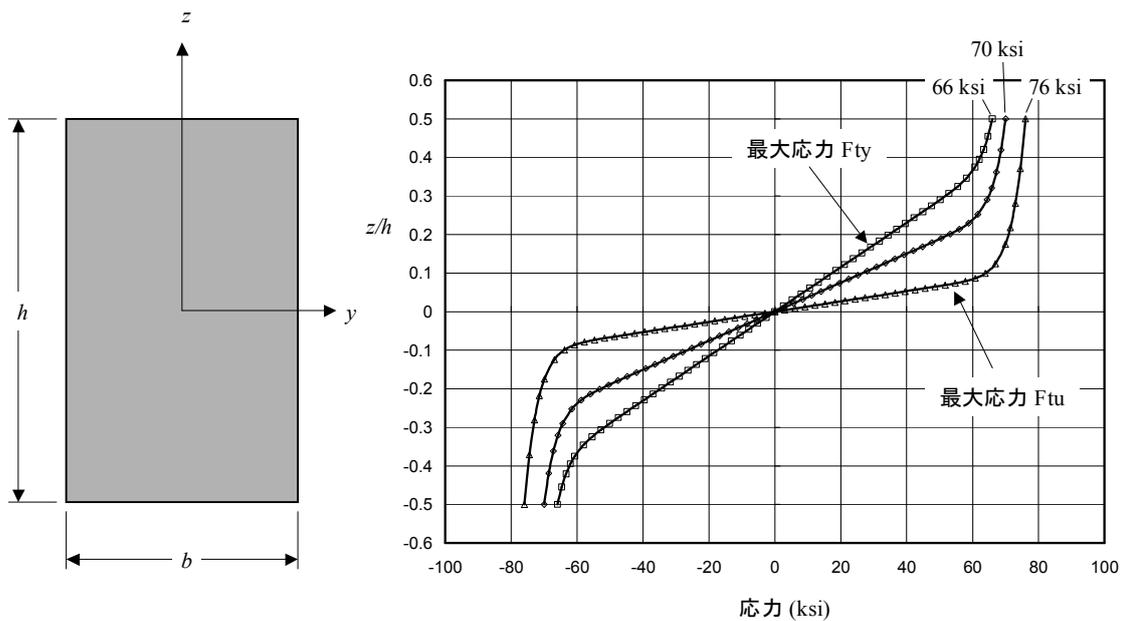


図 6-50 矩形断面の梁の塑性領域の応力分布 - 材料 7050-T7451

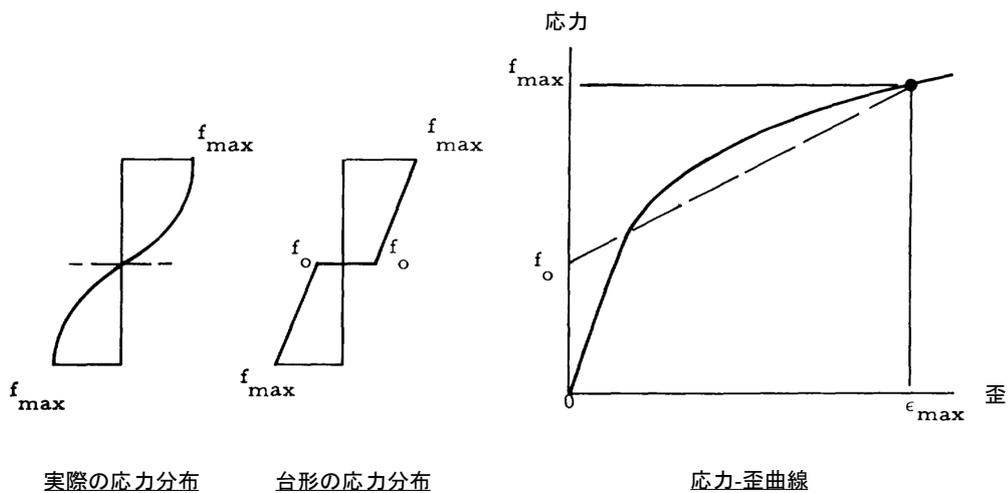


図 6-51 Cozzone の方法で仮定する曲げ応力分布

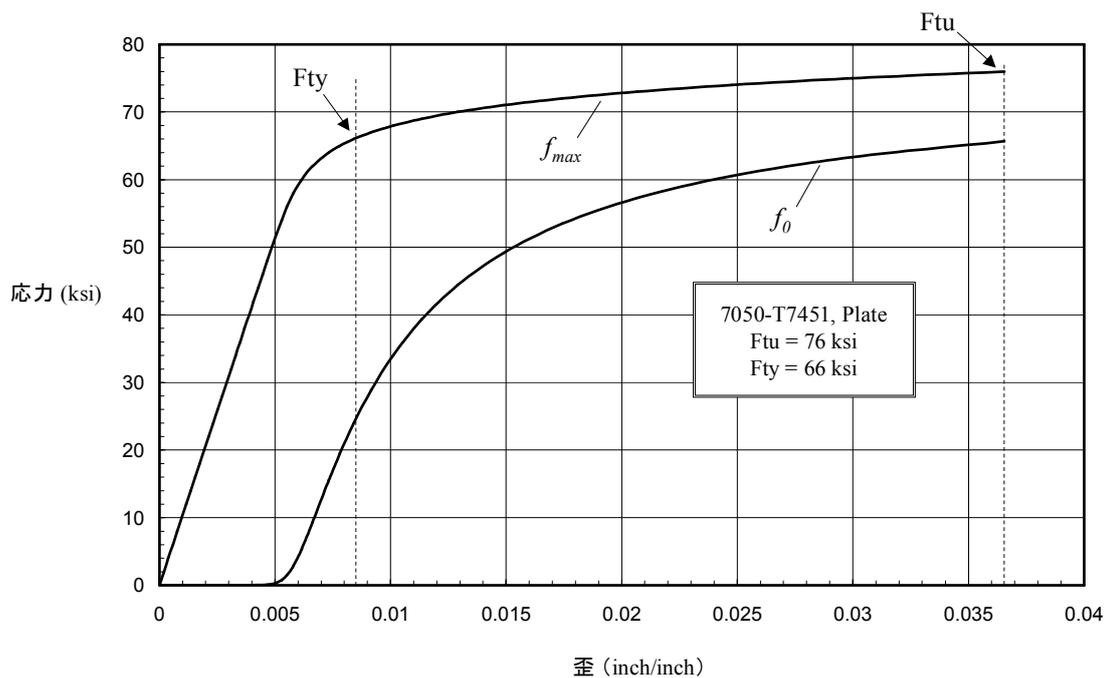


図 6-52 塑性曲げ応力-歪曲線の例

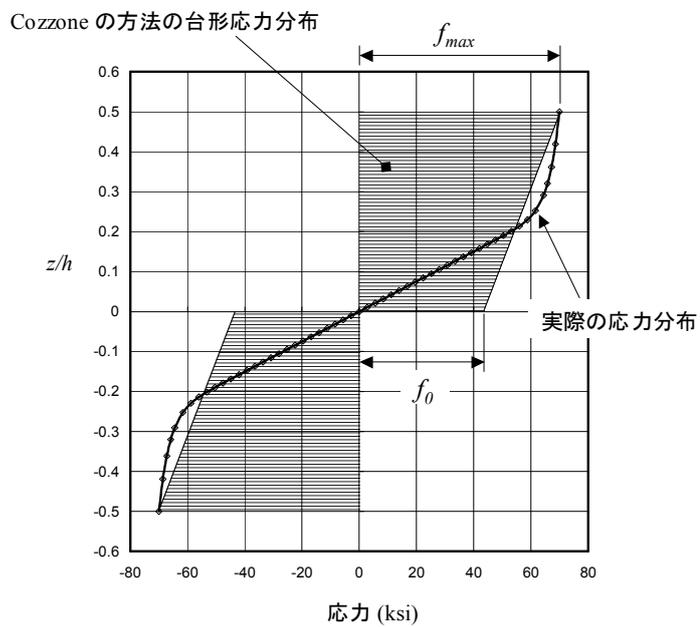


図 6-53 実際の応力分布と Cozzone の方法の応力分布の比較 ($f_{max} = 70\text{ksi}$) - 7050-T7451, Plate

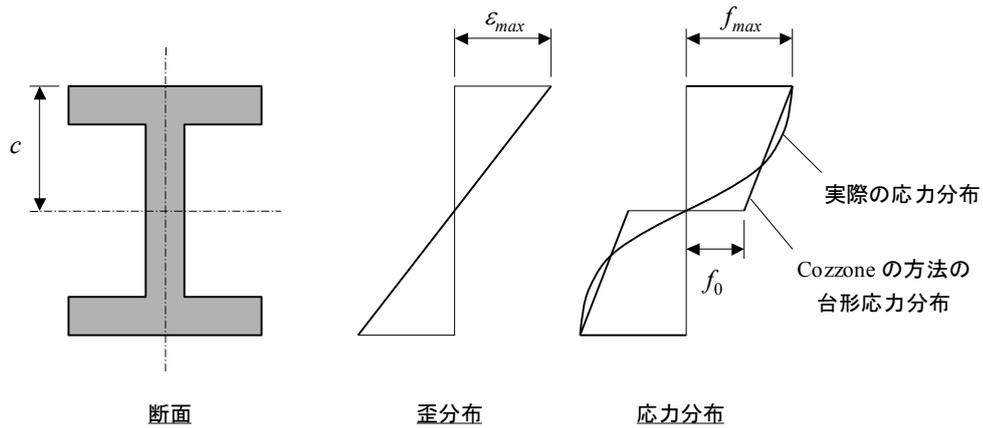


図 6-54 一般の1軸対称断面の塑性曲げ

Flanges Only	Thin Tube	Hourglass	Rectangle	Hexagon	Solid Round	Diamond
$k = 1.0$	$k = 1.27$	$k = 1.33$	$k = 1.5$	$k = 1.6$	$k = 1.7$	$k = 2.0$

文献[2-27]より

図 6-55 断面形状係数 K

(5) Cozzone の方法を使った塑性曲げの計算例

図 6-56 に示す I 型断面の y 軸周りの曲げを考える。材料は 7050-T7451, Plate とし、図 6-52 の f_{max} , f_0 チャートを使う。この断面のフランジの板幅/板厚比は $b/t = 0.75/0.2 = 3.75$ と小さいのでクリッピング破壊はしない。したがって塑性曲げを適用できる。

まず断面特性を計算すると、

	z (inch)	b (inch)	h (inch)	A (inch ²)	$A \cdot z$ (inch ³)	$A \cdot z^2$ (inch ⁴)	I_{y0} (inch ⁴)
1	0.8	1.5	0.2	0.3	0.24	0.192	0.0010
2	0	0.2	1.4	0.28	0	0	0.0457
3	-0.8	1.5	0.2	0.3	-0.24	0.192	0.0010
Sum				0.8800	0.0000	0.3840	0.0477

A	(inch ²)	0.8800
\bar{z}	(inch)	0
I_y	(inch ⁴)	0.43173

$$c = 0.9 \text{ inch}$$

$$A = 0.880 \text{ inch}^2$$

$$I_y = 0.4317 \text{ inch}^4$$

$$Q_y = \int_0^c b(z)zdz = \int_0^{0.7} 0.2zdz + \int_{0.7}^{0.9} 1.5zdz = \left[0.2 \times \frac{z^2}{2} \right]_0^{0.7} + \left[1.5 \times \frac{z^2}{2} \right]_{0.7}^{0.9} = 0.289 \text{ inch}^3$$

$$K = \frac{2Q}{I_y/c} = \frac{2 \times 0.289}{0.4317/0.9} = 1.205$$

f_{max} を $F_{ty} = 66 \text{ ksi}$ とすると、図 6-52 より $f_0 = 24.0 \text{ ksi}$ であり、仮想塑性曲げ許容応力 F_b と塑性曲げモーメント M_b は、

$$F_b = f_{max} + (K-1)f_0 = 66 + (1.205-1) \times 24.0 = 70.9 \text{ ksi}$$

$$M_b = \frac{I_y}{c} [f_{max} + (K-1)f_0] = \frac{0.4317}{0.9} \times [66 + (1.205-1) \times 24.0] = 34.0 \times 10^3 \text{ inch-lb}$$

f_{max} を $F_{tu} = 76 \text{ ksi}$ とすると、図 6-52 より $f_0 = 65.7 \text{ ksi}$ であり、仮想塑性曲げ許容応力 F_b と塑性曲げモーメント M_b は、

$$F_b = f_{max} + (K-1)f_0 = 76 + (1.205-1) \times 65.7 = 89.5 \text{ ksi}$$

$$M_b = \frac{I_y}{c} [f_{max} + (K-1)f_0] = \frac{0.4317}{0.9} \times [76 + (1.205-1) \times 65.7] = 42.9 \times 10^3 \text{ inch-lb}$$

塑性曲げを考慮しない場合 (6.5.3.1 項参照) には圧縮側が標定となり、塑性曲げで f_{max} として F_{ty} を使った場合より約 10%安全側の計算となっている。

$$F_b = F_{cy} = 64 \text{ ksi}$$

$$M_b = \frac{I_y}{c} F_{cy} = \frac{0.4317}{0.9} \times 64 = 30.7 \times 10^3 \text{ inch-lb}$$

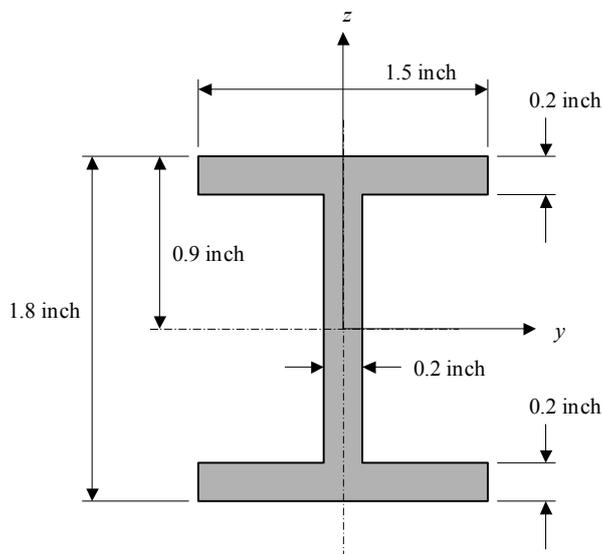


図 6-56 I型断面の塑性曲げ

(6) 数値積分による塑性曲げの計算方法

断面内の歪分布がわかれば応力-歪曲線を使って数値積分することにより許容曲げモーメントとせん断応力の分布を計算することができる。現在では表計算ソフト (MS-Excel) があり容易に数値積分ができるので任意の断面の塑性曲げの計算も難しくない。本項ではその方法を説明する。

ここで説明する解析方法の前提条件は次のとおり。

- 応力-歪曲線は引張側と圧縮側で異なってもよい。Ramberg-Osgood の式が成り立つとする。
- ひとつの主軸まわりの曲げだけを考える。
- せん断荷重も考慮する。
- 断面内の歪分布は線形とする。

図 6-57 に示す断面を考える。y 軸を主軸にとる。断面の下端 ($z = z_{\min}$) の歪を ε_{\min} (圧縮側) とし、上端 ($z = z_{\max}$) の歪を ε_{\max} (引張側) とする。このとき断面の曲げモーメント M と軸力 P は次の式で表される。

$$M = \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} b(z)f(z)zdz = \sum_{i=1}^m b(z_i)f(z_i)z_i\Delta z_i$$

$$P = \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} b(z)f(z)dz = \sum_{i=1}^m b(z_i)f(z_i)\Delta z_i$$

$$\varepsilon(z) = \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}{z_{\max} - z_{\min}}(z - z_{\min}) + \varepsilon_{\min}$$

$$\varepsilon^+ = \frac{f_t}{E_t} + 0.002 \left(\frac{f_t}{F_{ty}} \right)^{n^+}$$

$$\varepsilon^- = -\frac{f_c}{E_c} - 0.002 \left(\frac{f_c}{F_{cy}} \right)^{n^-}$$

ここで、 z_i : 断面を z 方向に m 分割したときの各分割の中央の z 座標

$b(z)$: z 位置での断面の幅

$a(z)$: z 位置での断面の歪

$f(z)$: z 位置での断面の曲げ応力

f_t : 引張応力

E_t : 引張ヤング率

n^+ : Ramberg-Osgood の式の引張側のパラメータ

f_c : 圧縮応力

E_c : 圧縮ヤング率

n^- : Ramberg-Osgood の式の引張側のパラメータ

軸力 P はゼロにならなければならないので、歪 ε_{\min} か ε_{\max} のどちらかを与えてやれば他方の歪を決定することができ、塑性曲げモーメントも決まる。歪の値から Ramberg-Osgood の式から応力を計算するには、Newton 法を使う。Newton 法による Ramberg-Osgood の式の解き方を図 6-58 と下の式に示す。軸力 P をゼロにするには MS-Excel のソルバーを使う。

$$i \text{ 番目の近似値 } f_i \Rightarrow \varepsilon_i = \frac{f_i}{E} + 0.002 \left(\frac{f_i}{F_y} \right)^n$$

$$\text{次の近似値 } f_{i+1} = \frac{\varepsilon - \varepsilon_i}{\left(\frac{d\varepsilon}{df} \right)_i} + f_i = \frac{\varepsilon - \varepsilon_i}{\frac{1}{E} + 0.002n \frac{f_i^{n-1}}{F_y^n}} + f_i$$

f_i の初期値 f_0 としては、 εE と F_u のうちの小さいほうをとる。

せん断応力応力を計算するには、今考えている断面から梁の軸方向に Δx だけ離れた断面を考えてその断面で少しだけ ε_{\min} か ε_{\max} を変化させて応力分布を上と同じように計算する(図 6-57)。このときの曲げモーメントを M' とし、せん断力 V との関係から $z=z$ の位置のせん断応力が次のように計算できる。

$$M' = M + V\Delta x$$

$$M' - M = \Delta M = \int_z^{z_{\max}} b(z)\Delta f(z)zdz = \int_z^{z_{\max}} b(z)\frac{\Delta f(z)}{\Delta x}(\Delta x)zdz = \int_z^{z_{\max}} b(z)\frac{\Delta f(z)}{\Delta \varepsilon}\frac{\Delta \varepsilon}{\Delta x}(\Delta x)zdz$$

$$V = \frac{\Delta M}{\Delta x} = \int_z^{z_{\max}} b(z)\frac{df}{d\varepsilon}\frac{\Delta \varepsilon}{\Delta x}zdz$$

$$f_s(z)b\Delta x = \int_z^{z_{\max}} b(z)\Delta f(z)dz = \int_z^{z_{\max}} b(z)\frac{df}{d\varepsilon}\Delta \varepsilon dz$$

$$f_s(z) = \frac{1}{b(z)\Delta x} \int_z^{z_{\max}} b(z)\frac{df}{d\varepsilon}\Delta \varepsilon dz = \frac{1}{b(z)} \int_z^{z_{\max}} b(z)\frac{df}{d\varepsilon}\frac{\Delta \varepsilon}{\Delta x} dz$$

$$\frac{d\varepsilon}{df} = \left(\frac{1}{E} + 0.002n \frac{f^{n-1}}{F_y^n} \right), \quad \frac{df}{d\varepsilon} = \frac{1}{\frac{1}{E} + 0.002n \frac{f^{n-1}}{F_y^n}}$$

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon &= \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_{2,\max} - \varepsilon_{2,\min}}{z_{\max} - z_{\min}}(z - z_{\min}) + \varepsilon_{2,\min} - \frac{\varepsilon_{1,\max} - \varepsilon_{1,\min}}{z_{\max} - z_{\min}}(z - z_{\min}) - \varepsilon_{1,\min} \\ &= \frac{(\varepsilon_{2,\max} - \varepsilon_{1,\max}) - (\varepsilon_{2,\min} - \varepsilon_{1,\min})}{z_{\max} - z_{\min}}(z - z_{\min}) + (\varepsilon_{2,\min} - \varepsilon_{1,\min}) = \frac{\Delta \varepsilon_{\max} - \Delta \varepsilon_{\min}}{z_{\max} - z_{\min}}(z - z_{\min}) + \Delta \varepsilon_{\min} \end{aligned}$$

$$\alpha = -\frac{\varepsilon_{\min}}{\varepsilon_{\max}} \text{ とおくと,}$$

$$\frac{\Delta \varepsilon}{\Delta x} = \frac{(1+\alpha)\frac{\Delta \varepsilon_{\max}}{\Delta x}}{z_{\max} - z_{\min}}(z - z_{\min}) - \alpha \frac{\Delta \varepsilon_{\min}}{\Delta x} = \frac{\Delta \varepsilon_{\max}}{\Delta x} \left[\frac{1+\alpha}{z_{\max} - z_{\min}}(z - z_{\min}) - \alpha \right]$$

$$V = \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} b(z)\frac{df}{d\varepsilon}\frac{\Delta \varepsilon_{\max}}{\Delta x} \left[\frac{1+\alpha}{z_{\max} - z_{\min}}(z - z_{\min}) - \alpha \right] z dz = \frac{\Delta \varepsilon_{\max}}{\Delta x} \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} b(z)\frac{df}{d\varepsilon} \left[\frac{1+\alpha}{z_{\max} - z_{\min}}(z - z_{\min}) - \alpha \right] z dz$$

$$\begin{aligned} f_s(z) &= \frac{1}{b(z)} \int_z^{z_{\max}} b(z)\frac{df}{d\varepsilon}\frac{\Delta \varepsilon_{\max}}{\Delta x} \left[\frac{1+\alpha}{z_{\max} - z_{\min}}(z - z_{\min}) - \alpha \right] dz = \frac{\Delta \varepsilon_{\max}}{b(z)\Delta x} \int_z^{z_{\max}} b(z)\frac{df}{d\varepsilon} \left[\frac{1+\alpha}{z_{\max} - z_{\min}}(z - z_{\min}) - \alpha \right] dz \\ &= \frac{V}{b(z)} \frac{\int_z^{z_{\max}} b(z)\frac{df}{d\varepsilon} \left[\frac{1+\alpha}{z_{\max} - z_{\min}}(z - z_{\min}) - \alpha \right] dz}{\int_{z_{\min}}^{z_{\max}} b(z)\frac{df}{d\varepsilon} \left[\frac{1+\alpha}{z_{\max} - z_{\min}}(z - z_{\min}) - \alpha \right] z dz} \end{aligned}$$

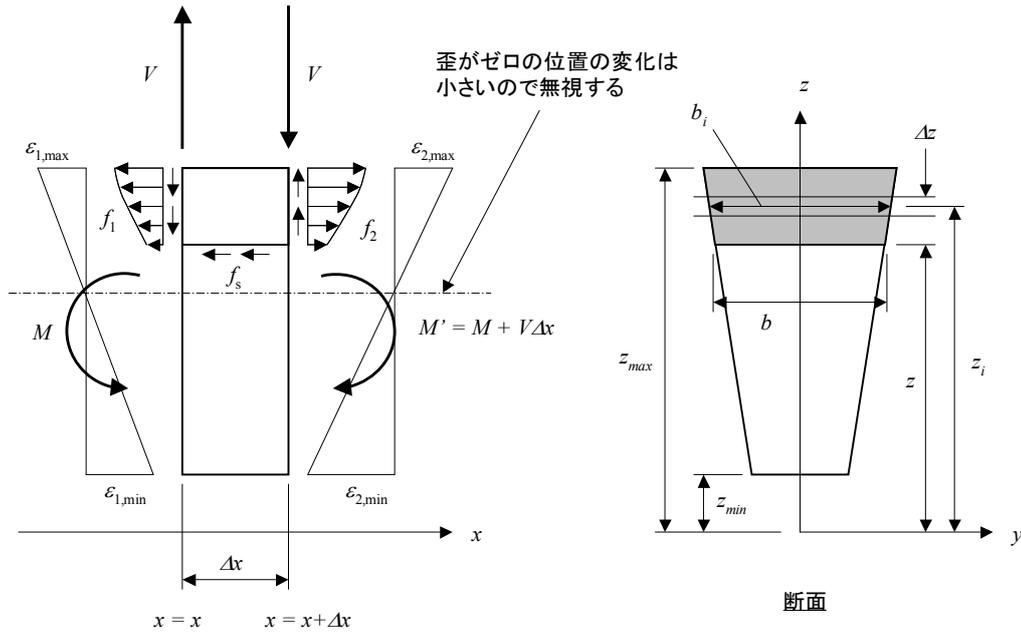


図 6-57 数値積分による塑性曲げの解析

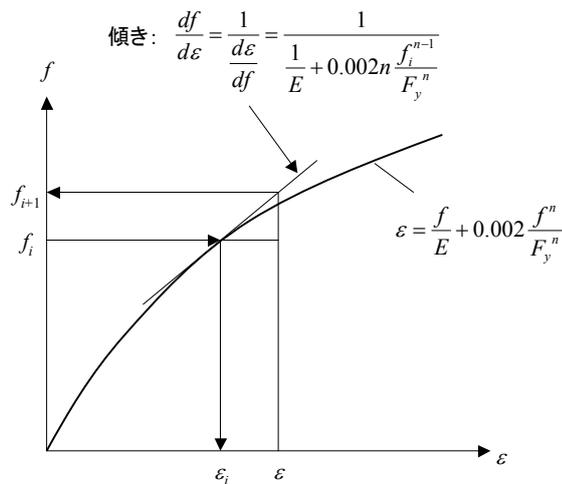


図 6-58 Newton 法による Ramberg-Osgood の式の解き方

a. 数値例 1 : 円形断面

図 6-59 に示す円形断面の塑性曲げの計算例を以下に示す。材料は 7050-T7451, Plate とし、引張と圧縮で同じ応力-歪曲線 (図 6-48) を使う。Ramberg-Osgood の式は次の値を使う。

$$\varepsilon^+ = \varepsilon^- = \frac{f}{10300} + 0.002 \left(\frac{f}{66} \right)^{19}, \text{ 単位 ksi}$$

計算結果を図 6-60 に示す。最大歪 0.005 ではまだ弾性曲げであり、最大歪 0.0075 では断面の上面と下面が塑

性域に入っている。塑性曲げの領域に入るとせん断応力の分布が大きく変わり、中央のせん断応力が急激に増大することに注意されたい。

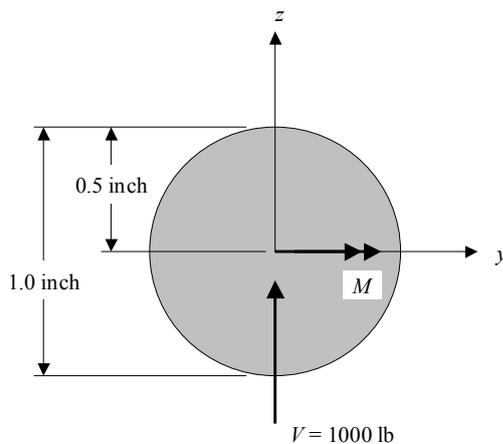


図 6-59 数値積分による塑性曲げの計算例 - 円形断面

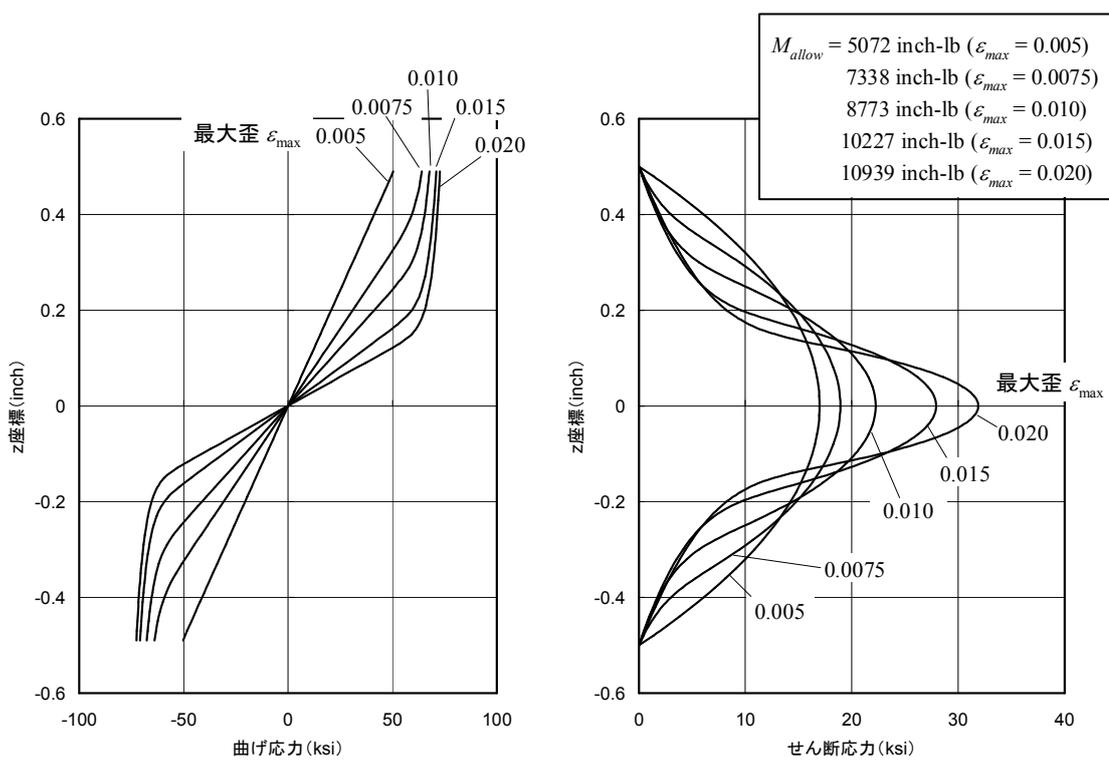


図 6-60 円形断面の塑性曲げの応力分布

b. 数値例 2 : I 型断面

図 6-61 に示す I 型断面の塑性曲げの計算例を以下に示す。これは Cozzone の方法の説明に使った数値例と同じである。材料は 7050-T7451, Plate とし、引張と圧縮で異なる応力-歪曲線を使う。Ramberg-Osgood の式は次の値を使う。

$$\varepsilon^+ = \frac{f}{10300} + 0.002 \left(\frac{f}{66} \right)^{19}, \text{ 単位 ksi}$$

$$\varepsilon^- = \frac{f}{10600} + 0.002 \left(\frac{f}{64} \right)^{19}$$

計算結果を図 6-62 に示す。Cozzone の方法で計算した許容曲げモーメントと比較すると、次のようになり両者はほとんど一致しており、Cozzone の方法の精度はよいことがわかる。

	Cozzone の方法	数値積分による
最大応力を Fty とした場合	$34.0 \times 10^3 \text{ inch-lb}$	$35.1 \times 10^3 \text{ inch-lb}$
最大応力を Ftu とした場合	$42.9 \times 10^3 \text{ inch-lb}$	$43.1 \times 10^3 \text{ inch-lb}$

円形断面のときと同様に、塑性曲げになるとせん断応力が中央で急激に増大する。

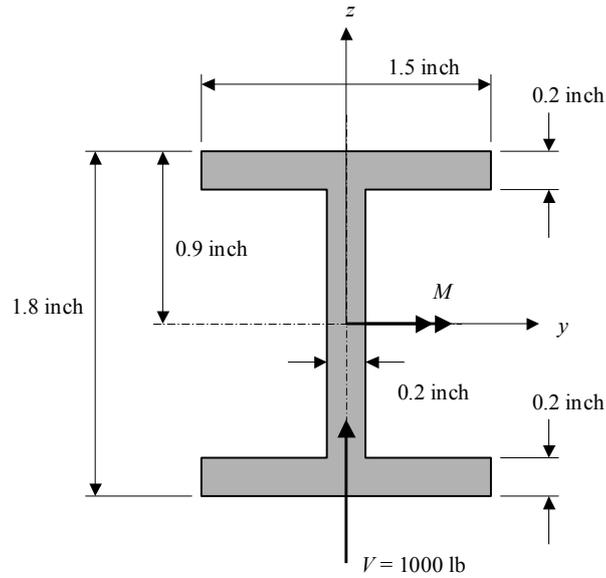


図 6-61 数値積分による塑性曲げの計算例 - I 型断面

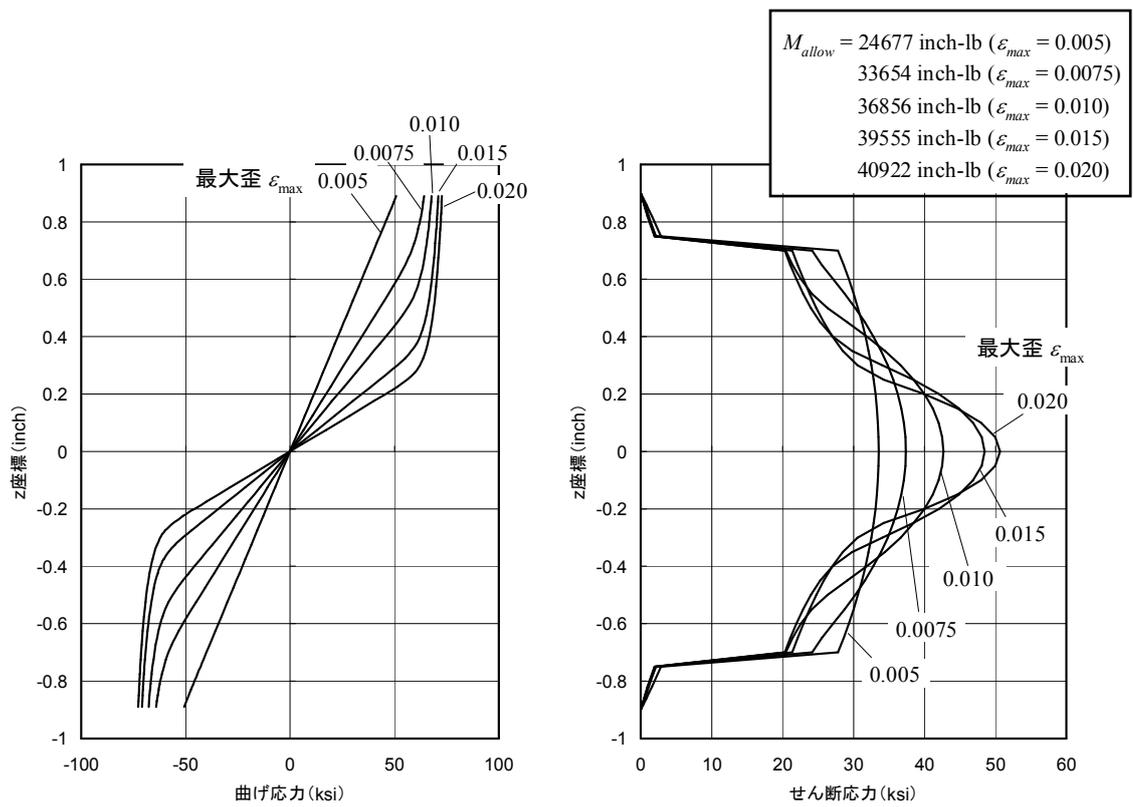
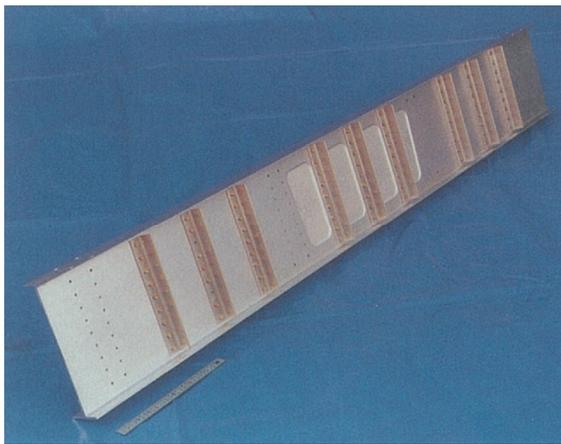


図 6-62 矩形断面の塑性曲げの応力分布

6.5.3.3 横倒れ座屈

断面の高い梁に曲げが負荷されるとき、圧縮側が横に倒れる不安定現象が起きることがある。これを横倒れ座屈 (Lateral Buckling) と呼ぶ。幅が狭くて高さが高い梁に生じる。断面の横方向の曲げ剛性と梁のねじり剛性が不足して圧縮側の横方向の倒れを保持できないのが原因である。I 型断面でフランジの幅で横方向の剛性を持たせても梁の高さが高い場合には、図 6-63 に示すように横倒れ座屈が起きる。

実際の航空機構造では図 4-131 に示した耐圧隔壁のビームや胴体フレームでフランジに圧縮応力が発生する場合に横倒れ座屈がクリティカルになることがある。この現象を防ぐには、①横曲げ剛性を上げる、②ねじり剛性を上げる、③倒れを防ぐ部材を追加する (図 6-64) がある。①②よりも③の対策のほうが重量的に有利な場合がある。

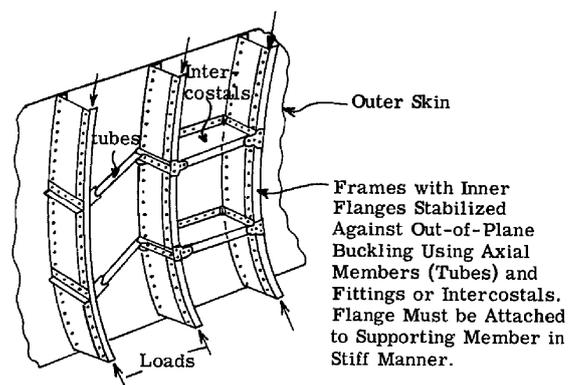


文献[2-24]より

図 6-63 I 型断面梁の横倒れ座屈 - 4 点曲げ試験



C-17 の後胴フレーム (文献[2-38]より)



文献[1-4]より

図 6-64 横倒れ座屈を防止する方法の例

I型断面の梁の横倒れ座屈荷重の計算式は以下のように表される（文献[2-37]）。

(1) 純曲げの場合

長さ L の梁が $x=0$ と $x=L$ の位置でフリーフランジの横変位はゼロとなるように支持されているとし、一定の曲げモーメントを受けているときの横倒れ座屈荷重 $M_{0,cr}$ は次の式で表される。

$$M_{0,cr} = \frac{\pi}{L^2} \sqrt{EI_z GJ} \sqrt{1 + \frac{E\Gamma}{GJ} \frac{\pi^2}{L^2}}$$

ここで、 I_z : z 軸まわりの断面2次モーメント（計算式は表 6-7）

J : ねじり係数（計算式は表 6-7）

Γ : ワーピング係数（計算式は表 6-7）

E : ヤング率

G : せん断弾性係数

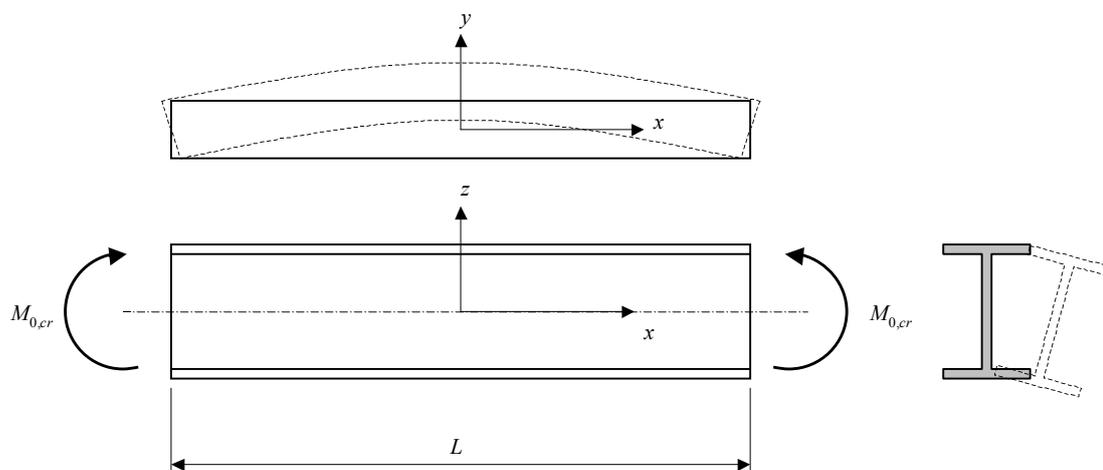


図 6-65 I型断面梁の純曲げの場合の横倒れ座屈

(2) 片持ち梁に集中荷重が負荷される場合

長さ L の片持ち梁の自由端の図心に集中荷重が負荷されるとき、横倒れ座屈荷重 P_{cr} は次の式で表される。

$$P_{cr} = \gamma_2 \frac{\sqrt{EI_z GJ}}{L^2}$$

$$\gamma_2 = \frac{4.013}{\left(1 - \sqrt{\frac{E\Gamma}{GJL^2}}\right)^2}$$

荷重の負荷点が引張側のフランジに近づくと座屈荷重は下がり、圧縮側のフランジに近づくと座屈荷重は上がる。

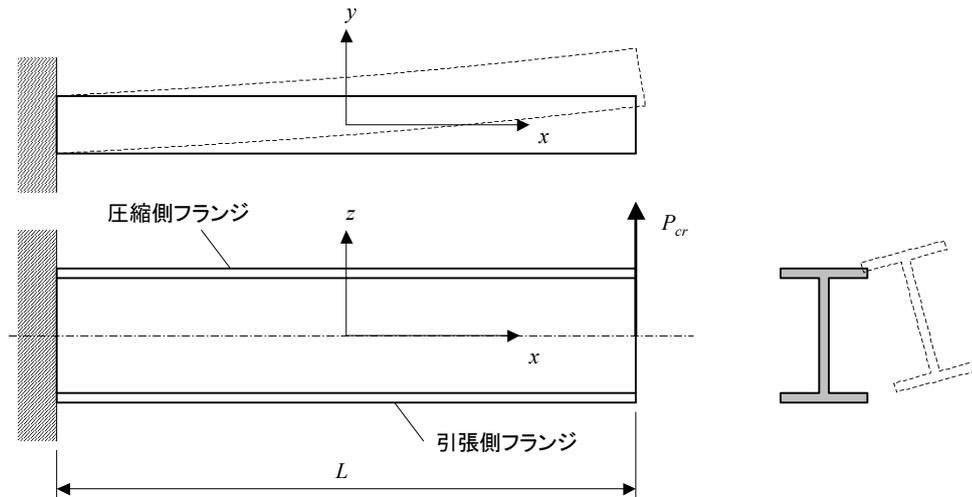


図 6-66 I型断面片持ち梁の横倒れ座屈

(3) 単純支持梁に一樣分布荷重が負荷される場合

長さ L の単純支持梁に一樣分布荷重が負荷されるとき、横倒れ座屈荷重 q_{cr} は次の式で表される。

$$q_{cr}L = \gamma_4 \frac{\sqrt{EI_z GJ}}{L^2}$$

ここで、 γ_4 : 座屈係数, 図 6-68 参照.

以上の座屈荷重の式からわかるように、横曲げ剛性とねじり剛性が低いときに横倒れ座屈がクリティカルになる。

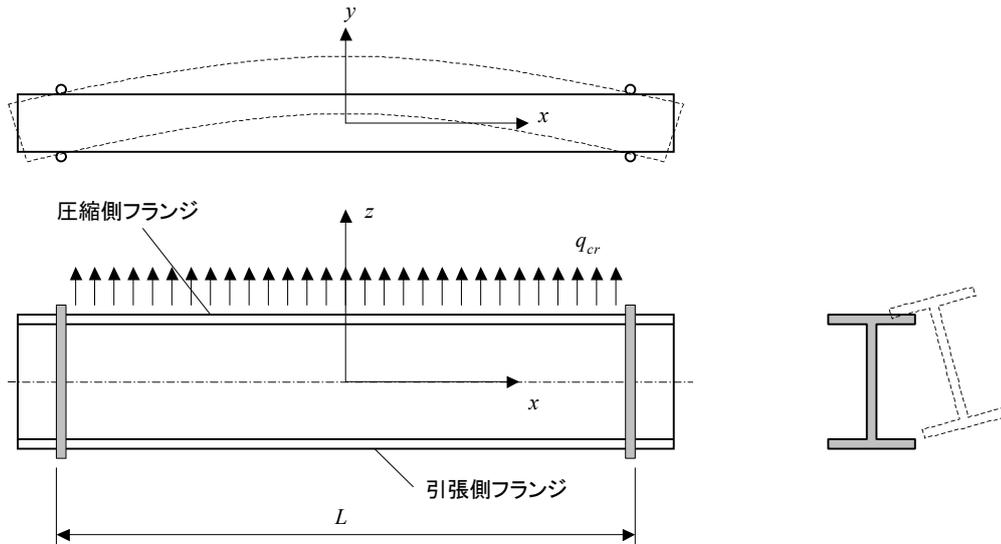


図 6-67 一様荷重が負荷される単純支持の I 型断面梁

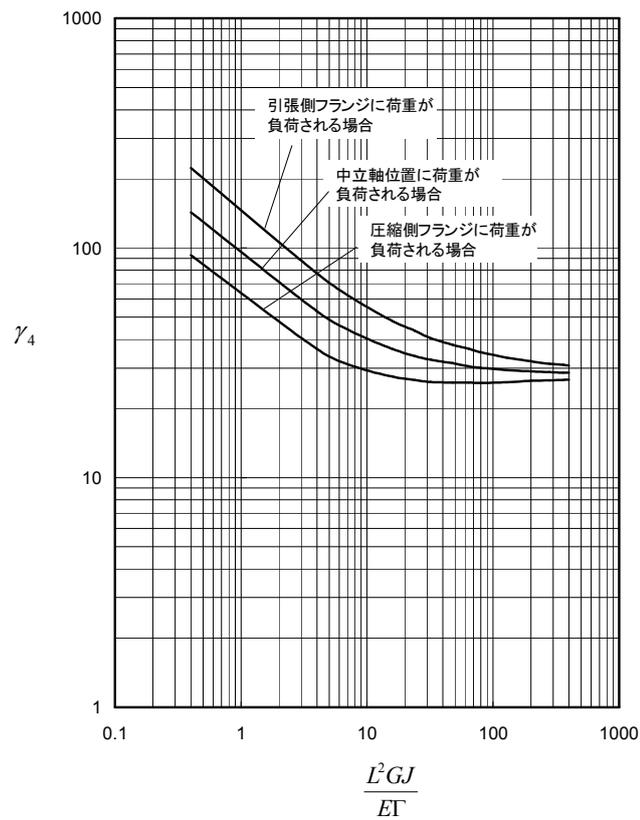


図 6-68 横倒れ座屈係数 - 一様分布荷重が負荷される単純支持 I 型断面梁

6.5.4 ビームカラム

曲げモーメントが働いている真っ直ぐな梁に圧縮軸力が負荷されると、曲げモーメントによって生じた変形と圧縮軸力により付加的な曲げモーメントが発生する。このため、梁の変形が増加し、圧縮軸力でさらに付加的な曲げモーメントが増加する。圧縮軸力がオイラー座屈荷重に近づくと曲げモーメントが発散していく。したがって、梁に圧縮軸力が負荷される場合には、強度が急激に低下するおそれがある。逆に、梁に引張軸力が負荷される場合には、曲げモーメントは減少する。このように、梁に軸力が負荷される場合には、曲げと軸力が連成するため、足し合わせはできない（非線形）挙動を示す。梁に軸力が負荷される場合をビームカラム（Beam-column）と呼ぶ。ビームカラムは幾何学的非線形現象であるので、変形後の力の釣合いを考える必要がある。

集中荷重が働いている一定断面の単純支持梁に圧縮軸力が負荷される例で説明する（図 6-69）。梁の方程式

$$-EI \frac{d^2 w}{d^2 x} = M_y$$

の曲げモーメントとして、横力 Q による梁の曲げモーメントと、軸力 P と変形 w によって発生する曲げモーメントを入れて、

$$-EI \frac{d^2 w}{d^2 x} = \frac{Q(L-a)}{L} x + Pw: 0 \leq x \leq a$$

$$-EI \frac{d^2 w}{d^2 x} = \frac{Qa}{L} (L-x) + Pw: a \leq x \leq L$$

が得られる。この式は変形後の釣り合い式である。

一般解は $j = \sqrt{\frac{EI}{P}}$ とおいて、

$$w_1 = A \cos \frac{x}{j} + B \sin \frac{x}{j} - \frac{Q(L-a)}{PL} x: 0 \leq x \leq a$$

$$w_2 = C \cos \frac{x}{j} + D \sin \frac{x}{j} - \frac{Qa}{PL} (L-x): a \leq x \leq L$$

ここで、 A, B, C, D は未定定数で、次の連続の条件から決定できる。

$$(w_1)_{x=0} = 0, (w_2)_{x=L} = 0, (w_1)_{x=a} = (w_2)_{x=a}, \left(\frac{dw_1}{dx} \right)_{x=a} = \left(\frac{dw_2}{dx} \right)_{x=a}$$

$$A = 0, B = \frac{Q \sin \frac{L-a}{j}}{\frac{P}{j} \sin \frac{L}{j}}, C = -D \tan \frac{L}{j}, D = \frac{Q \sin \frac{a}{j}}{\frac{P}{j} \tan \frac{L}{j}}$$

したがって、解は次のようになる。

$$w_1 = \frac{Q \sin \frac{L-a}{j}}{\frac{P}{j} \sin \frac{L}{j}} \sin \frac{x}{j} - \frac{Q(L-a)}{PL} x: 0 \leq x \leq a$$

$$w_2 = \frac{Q \sin \frac{a}{j}}{\frac{P}{j} \sin \frac{L}{j}} \sin \frac{L-x}{j} - \frac{Qa}{PL} (L-x): a \leq x \leq L$$

この式は横力 Q に関しては線形であるが、軸力 P に関しては線形ではない。曲げモーメントは、

$$M = \frac{Qj \sin \frac{L-a}{j}}{\sin \frac{L}{j}} \sin \frac{x}{j} : 0 \leq x \leq a$$

$$M = \frac{Qj \sin \frac{a}{j}}{\sin \frac{L}{j}} \sin \frac{L-x}{j} : a \leq x \leq L$$

となる。

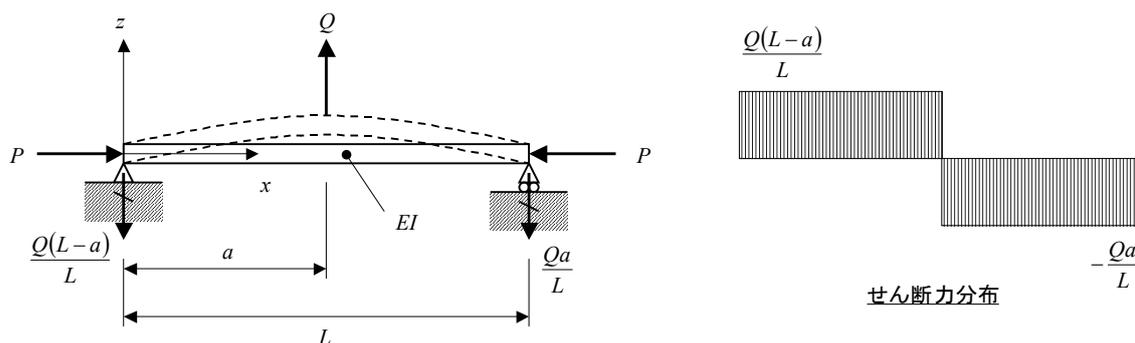


図 6-69 ビームカラムの例

数値例として、

$$L = 500 \text{ mm}, \quad a = 250 \text{ mm}$$

$$E = 71000 \text{ MPa}, \quad I = 30000 \text{ mm}^4$$

$$Q = 2000 \text{ N}, \quad P = 65000 \text{ N} \sim 80000 \text{ N} \quad (\text{圧縮})$$

の場合を上式の計算した結果を図 6-70, 図 6-71 に示す。横荷重 Q がゼロのときのオイラー座屈荷重は

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = 84089 \text{ N}$$

であり、軸圧縮力 P がこのオイラー座屈荷重に近づくと変形と曲げモーメントが発散する (図 6-72, 図 6-73)。

一定断面のビームカラムについては、上で説明したように釣り合い式を解析的に解くことができ、Bruhnの本 (文献[1-4]) や Roarkの本 (文献[2-11]) に公式が載っている。

変断面のビームカラムやさらに複雑なビームカラムの問題を解くには、著者が開発したエネルギー法による直接解法 (文献[2-4]) を使うことを推奨する。MS-Excel のテンプレートとその使用法は著者のホームページ (http://www.geocities.jp/toshimi_taki/index.htm) の「MS-Excel による非線形梁の解析」を参照されたい。上の数値例をエネルギー法による直接解法を用いて解析した結果を解析式と比較した (図 6-70, 図 6-71)。圧縮軸力が比較的小さいときは変位と曲げモーメントに関して両者はほとんど一致しているが、圧縮軸力がオイラー座屈荷重に近づくと解析式のほうが大きい値となっている。解析式は x 方向の変位を無視した近似解析であるのに対し、エネルギー法による直接解法は厳密解である。

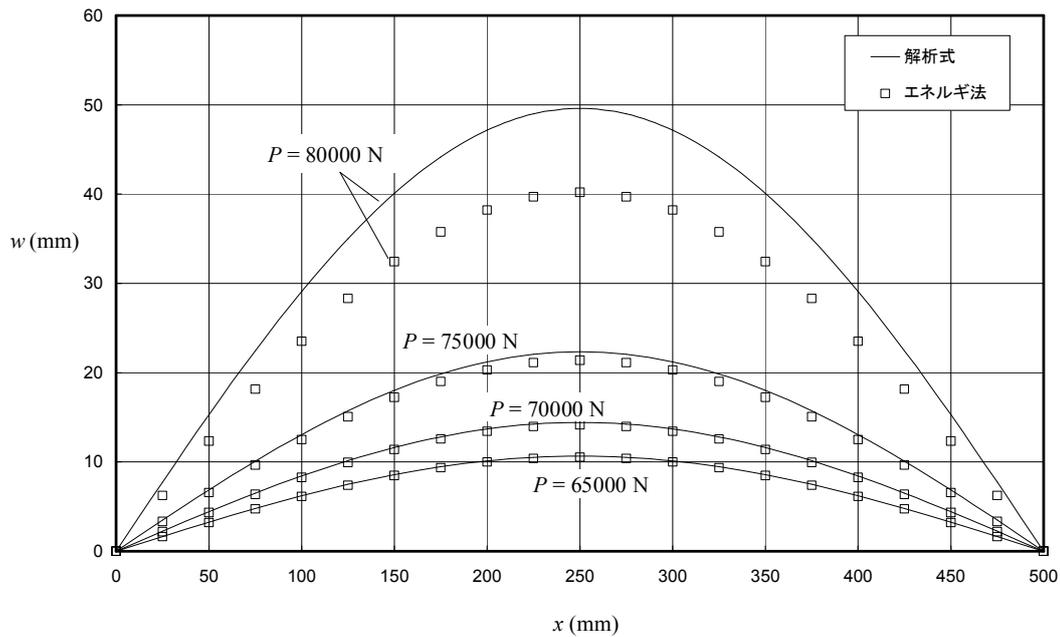


図 6-70 ビームカラムの数値例 - 変位

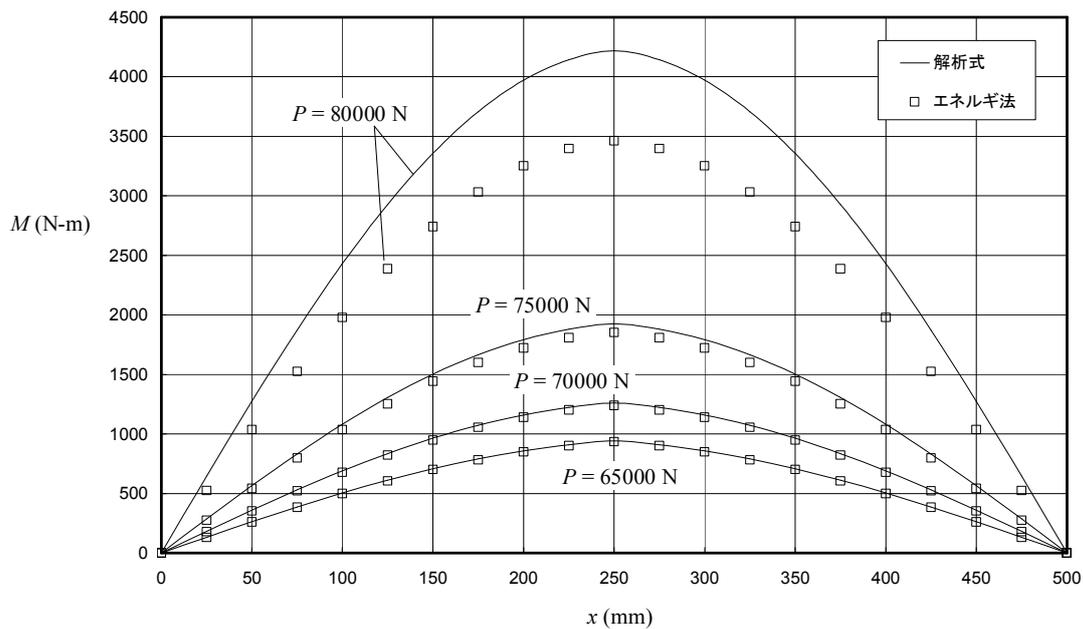


図 6-71 ビームカラムの数値例 - 曲げモーメント

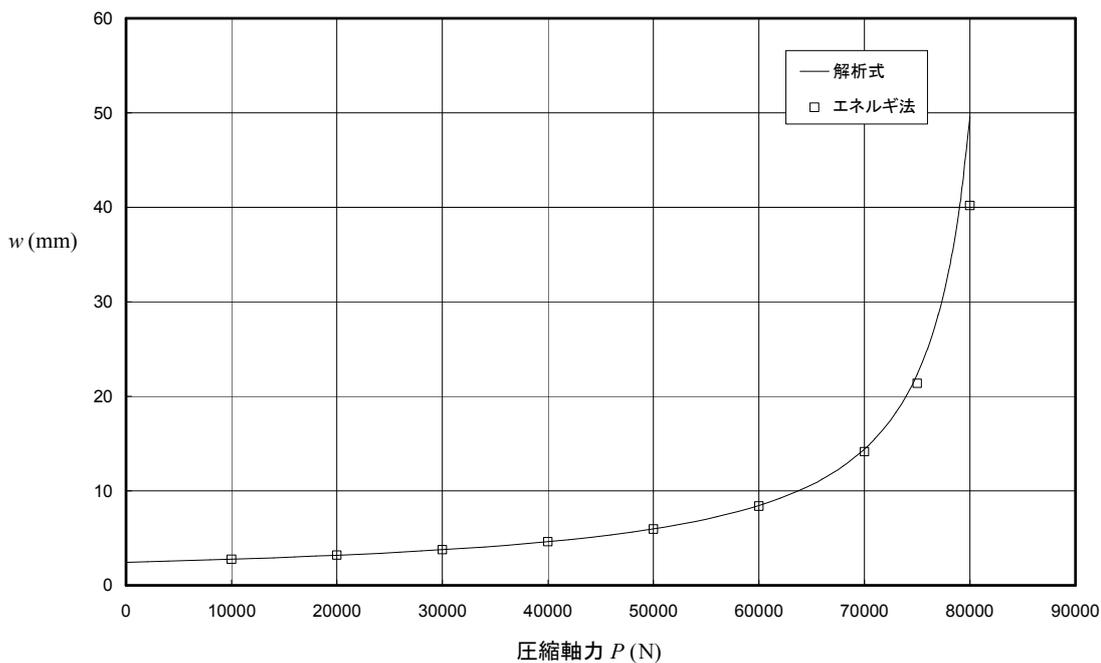


図 6-72 ビームカラムの数値例 - 圧縮軸力と変形の関係

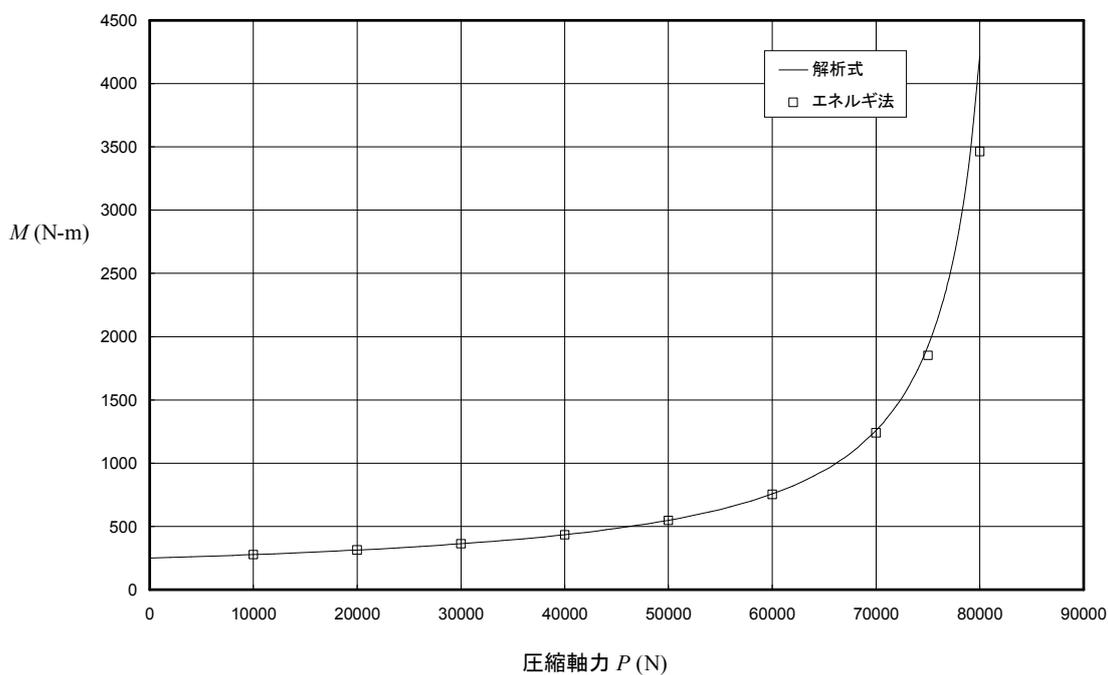


図 6-73 ビームカラムの数値例 - 圧縮軸力と曲げモーメントの関係

4.3.6.3 項で説明した図 4-23 の門型フレームは、フレームを構成する梁部材に曲げモーメントに加え圧縮軸力が働いているので、荷重が大きくなるとビームカラム効果が表れる。エネルギー法による直接解法で非線形解析を行った結果を 4.3.6.3 項の線形解析結果と比較すると図 6-74 のようになる。この例に示すように、負荷荷重が大きくなってビームカラム効果が表れる場合には線形解析は非安全側 (unconservative) の結果となるので、非線形解析をする必要がある。

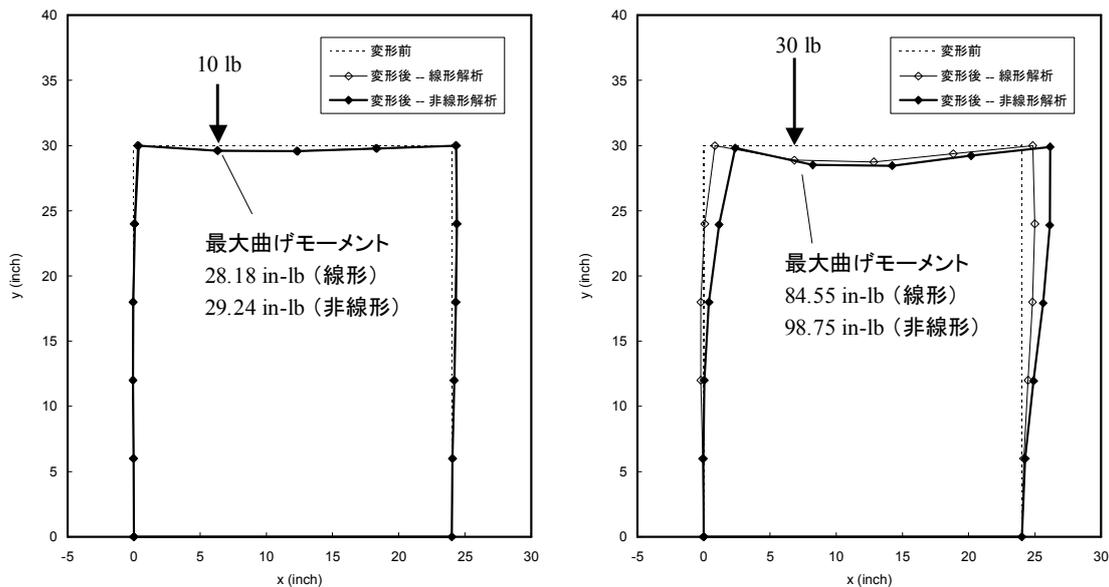


図 6-74 門型フレームの変形と最大曲げモーメント - ビームカラム効果

6.5.5 板の座屈

航空機構造では、構造部材として薄板を使い、主に面内荷重を受け持たせることが多い。構造部材としての板は桁（せん断梁）のウェブであったり、胴体の外板、主翼の外板であったりする。平板や曲面板に面内の圧縮荷重やせん断荷重が負荷され、荷重がある大きさに達すると急に板が面外変形を起こす。これが板の座屈である。板が座屈しても即破壊となるとは限らないが、座屈を起こすと荷重の受け持ち方が変わるので、たとえ座屈で破壊しなくても、座屈荷重を求める必要がある。以下に板の座屈荷重の計算方法を説明する。座屈後の強度については、補強パネルの強度の項と張力場の項で説明する。

6.5.5.1 矩形平板の圧縮座屈

一定板厚の矩形平板に圧縮荷重が負荷されたときの座屈応力は、板の寸法（大きさと板厚）、材料、周辺支持条件、荷重の負荷形態で決まる。矩形平板の圧縮座屈応力は次の式で表される。

$$F_{c,cr} = \eta \frac{k_c \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

ここで、

η : 塑性補正係数 (Plasticity Reduction Factor)

k_c : 圧縮座屈係数 (Buckling Coefficient)

E : ヤング率 (Young's Modulus)

ν_e : ポアソン比 (Poisson's Ratio)

t : 板厚 (Thickness)

a : 側辺の長さ

b : 荷重辺の長さ

圧縮座屈変形の例を図 6-75 に示す。圧縮座屈係数を図 6-78 に示す（文献[2-28]より）。図中の”C”は固定支持 (Clamped), ”SS”は単純支持 (Simply Supported), ”FR”は自由 (Free) を示す。側辺の長さが荷重辺の長さに比べて短くないかぎり、座屈応力は基本的に荷重辺の長さで決まり、側辺の長さが長くなっても座屈変形の波の数が増えるだけで座屈応力は変わらないことに注意されたい。座屈係数のグラフ（図 6-78）は座屈波数が切りかわる a/b の値でピーク値をとって波打っているが、座屈応力の計算にはピーク値を使わず、グラフの谷を結んだ線の値を使うべきである。

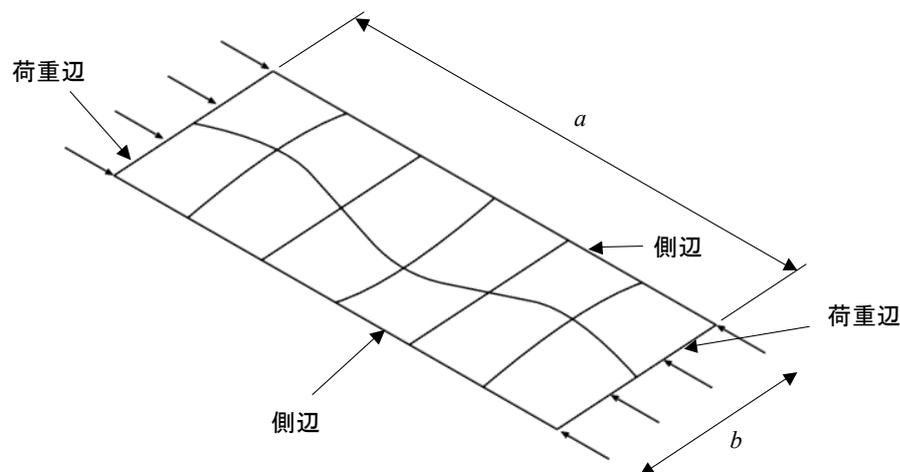


図 6-75 圧縮座屈変形 - 周辺単純支持の場合

座屈応力が弾性範囲を超えるときには塑性の補正をする。圧縮座屈の塑性補正係数を図 6-79 に示す。この図中の n と $F_{0.7}$ は Ramberg-Osgood の式のパラメータである。塑性の補正方法は以下のとおりである。まず、弾性座屈係数を図 6-78 から求める。次に材料のヤング率 E 、ポアソン比 ν_e 、 n 、 $F_{0.7}$ を求め、横軸のパラメータ

$\frac{k_c \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2) F_{0.7}} \left(\frac{t}{b}\right)^2$ を計算する。図 6-79 の対応する n のグラフから横軸のパラメータに対応する $F_{cr}/F_{0.7}$ の値を読み取る。塑性の影響を補正した座屈応力はこの読み取った $F_{cr}/F_{0.7}$ に $F_{0.7}$ を掛けたものである。

6.5.5.2 矩形平板のせん断座屈

一定板厚の矩形平板に純せん断荷重が負荷される場合、 45° 方向に傾いた座標系で見ると、直交する引張応力と圧縮応力が働いていることになる（図 3-15 参照）。この圧縮応力があることで不安定現象（座屈）が発生する。せん断座屈応力は、板の寸法（大きさと板厚）、材料、周辺支持条件、荷重の負荷形態で決まる。矩形平板のせん断座屈応力は次の式で表される。

$$F_{s,cr} = \eta \frac{k_s \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

ここで、

η : 塑性補正係数 (Plasticity Reduction Factor)

k_s : せん断座屈係数 (Buckling Coefficient)

E : ヤング率 (Young's Modulus)

ν_e : ポアソン比 (Poisson's Ratio)

t : 板厚 (Thickness)

a : 長辺の長さ

b : 短辺の長さ

せん断座屈変形の例を図 6-76 に示す。せん断座屈係数を図 6-80 に示す（文献[2-28]より）。図中の”C”は固定支持 (Clamped)、“SS”は単純支持 (Simply Supported)、“FR”は自由 (Free) を示す。側辺の長さが荷重辺の長さに対して短くないかぎり、座屈応力は基本的に短辺の長さで決まり、長辺の長さが長くなっても座屈変形の波の数が増えるだけで座屈応力は変わらないことに注意されたい。

座屈応力が弾性範囲を超えるときには塑性の補正をする。せん断座屈の塑性補正係数を図 6-81 に示す。この図中の n と $F_{0.7}$ は Ramberg-Osgood の式のパラメータである。塑性の補正方法は以下のとおりである。まず、弾性座屈係数を図 6-80 から求める。次に材料のヤング率 E 、ポアソン比 ν_e 、 n 、 $F_{0.7}$ を求め、横軸のパラメータ ($F_{0.7}$ で

ノーマライズした弾性座屈応力) $\frac{k_s \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2) F_{0.7}} \left(\frac{t}{b}\right)^2$ を計算する。図 6-81 の対応する n のグラフから横軸のパラ

メータに対応する $F_{cr}/F_{0.7}$ の値 ($F_{0.7}$ でノーマライズした塑性座屈応力) を読み取る。塑性の影響を補正した座屈応力はこの読み取った $F_{cr}/F_{0.7}$ に $F_{0.7}$ を掛けたものである。

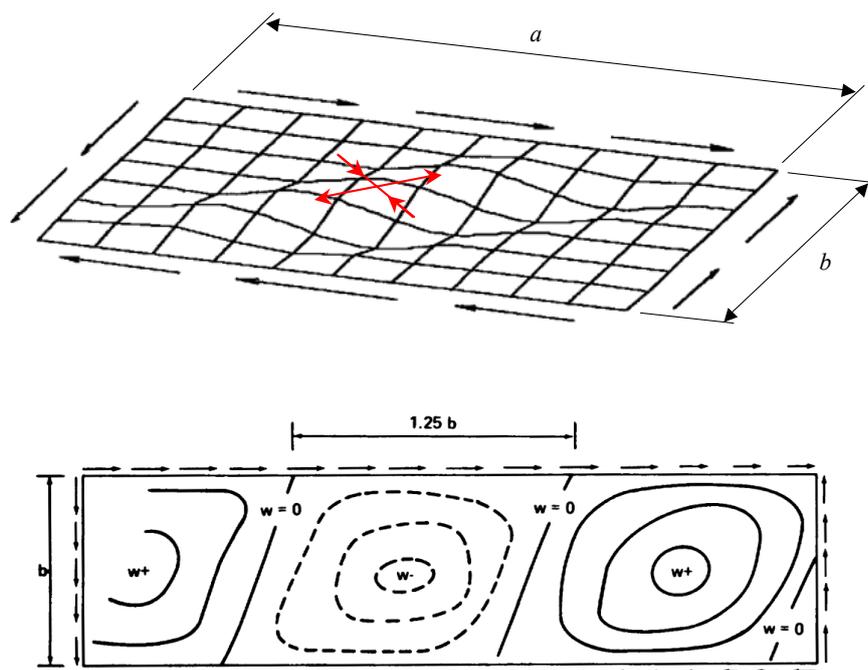


図 6-76 せん断座屈変形 - 周辺単純支持の場合

6.5.5.3 矩形平板の曲げ座屈

一定板厚の矩形平板に曲げ荷重が負荷されたときの座屈応力は、板の寸法（大きさと板厚）、材料、周辺支持条件、荷重の負荷形態で決まる。矩形平板の曲げ座屈応力は次の式で表される。座屈応力 $F_{o,cr}$ の定義は図 6-82 を参照のこと。

$$F_{o,cr} = \eta \frac{k_b \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2$$

ここで、

η : 塑性補正係数 (Plasticity Reduction Factor)

k_b : 曲げ座屈係数 (Buckling Coefficient)

E : ヤング率 (Young's Modulus)

ν_e : ポアソン比 (Poisson's Ratio)

t : 板厚 (Thickness)

a : 側辺の長さ

b : 荷重辺の長さ

曲げ座屈変形の例を図 6-77 に示す。曲げ座屈係数を図 6-82 (文献[2-28]より) と図 6-83 に示す。図中の”C”は固定支持 (Clamped), ”SS”は単純支持 (Simply Supported) を示す。図 6-83 は、文献[2-4]に示した方法で著者が計算して作成した。側辺の長さが荷重辺の長さに比べて短くないかぎり、座屈応力は基本的に荷重辺の長さで決まり、側辺の長さが長くなっても座屈変形の波の数が増えるだけで座屈応力は変わらないことに注意されたい。

座屈応力が弾性範囲を超えるときには塑性の補正をする。曲げ座屈の塑性補正係数は、図 6-79 の下の図を使用する。この図中の n と $F_{0.7}$ は Ramberg-Osgood の式のパラメータである。塑性の補正方法は以下のとおりである。まず、弾性座屈係数を図 6-82 から求める。次に材料のヤング率 E 、ポアソン比 ν_e 、 n 、 $F_{0.7}$ を求め、横軸のパラメータ

($F_{0.7}$ でノーマライズした弾性座屈応力) $\frac{k_b \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2) F_{0.7}} \left(\frac{t}{b}\right)^2$ を計算する。図 6-79 の下の図の対応する n の

グラフから横軸のパラメータに対応する $F_{cr}/F_{0.7}$ ($F_{0.7}$ でノーマライズした塑性座屈応力) の値を読み取る。塑性の影響を補正した座屈応力はこの読み取った $F_{cr}/F_{0.7}$ に $F_{0.7}$ を掛けたものである。

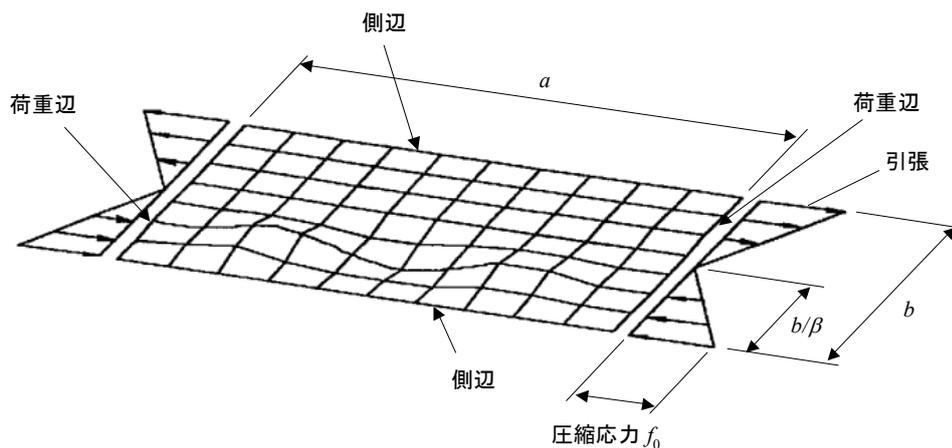


図 6-77 曲げ座屈変形 - 周辺単純支持の場合

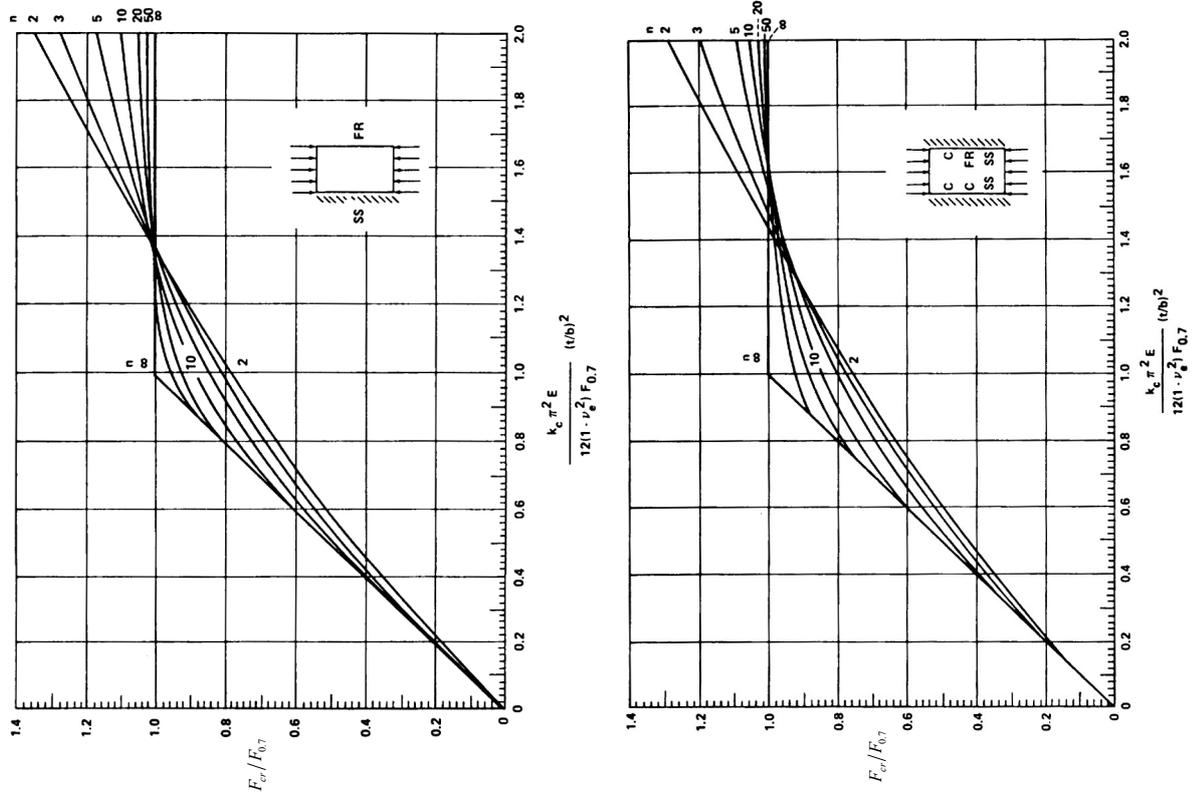


図 6-79 圧縮座屈の塑性の補正

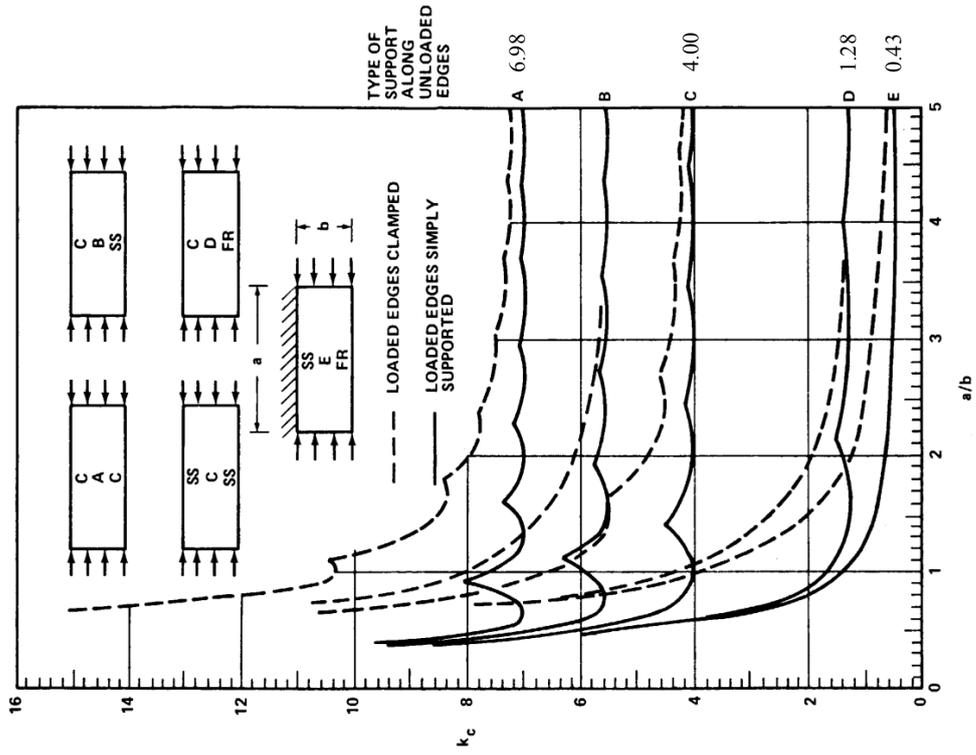


図 6-78 矩形平板の圧縮座屈係数

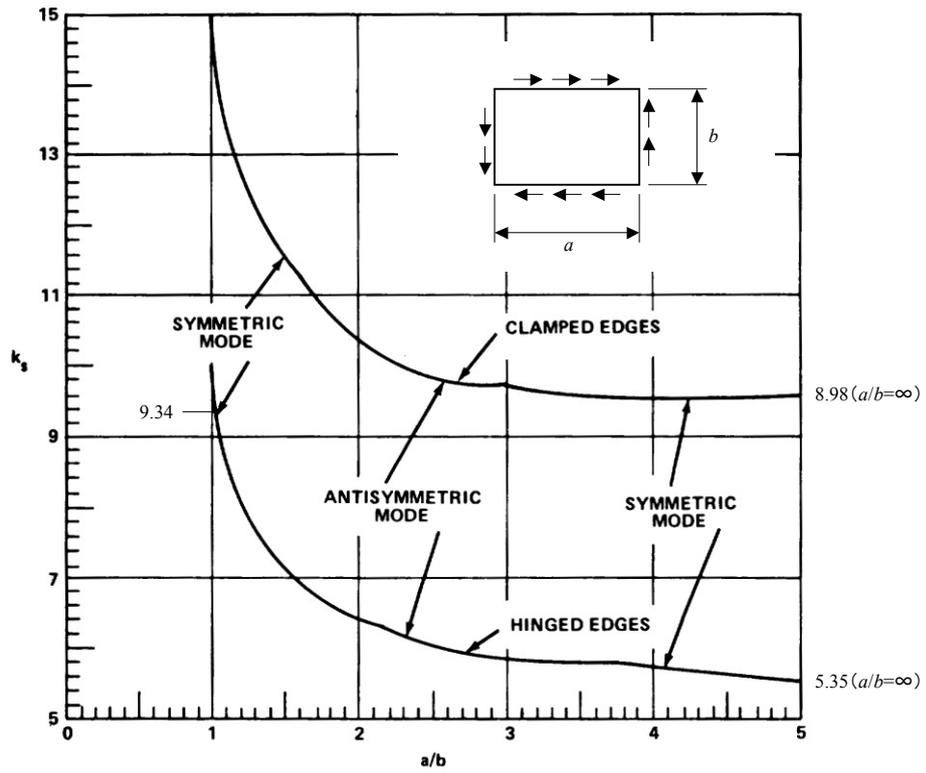


図 6-80 矩形平板のせん断座屈係数

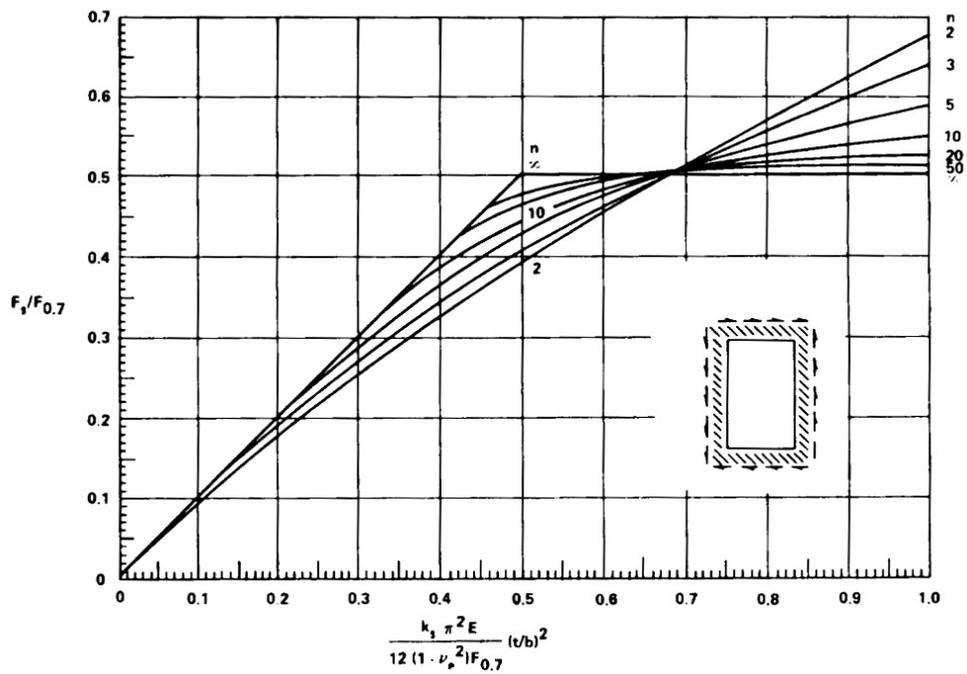


図 6-81 せん断座屈の塑性の補正

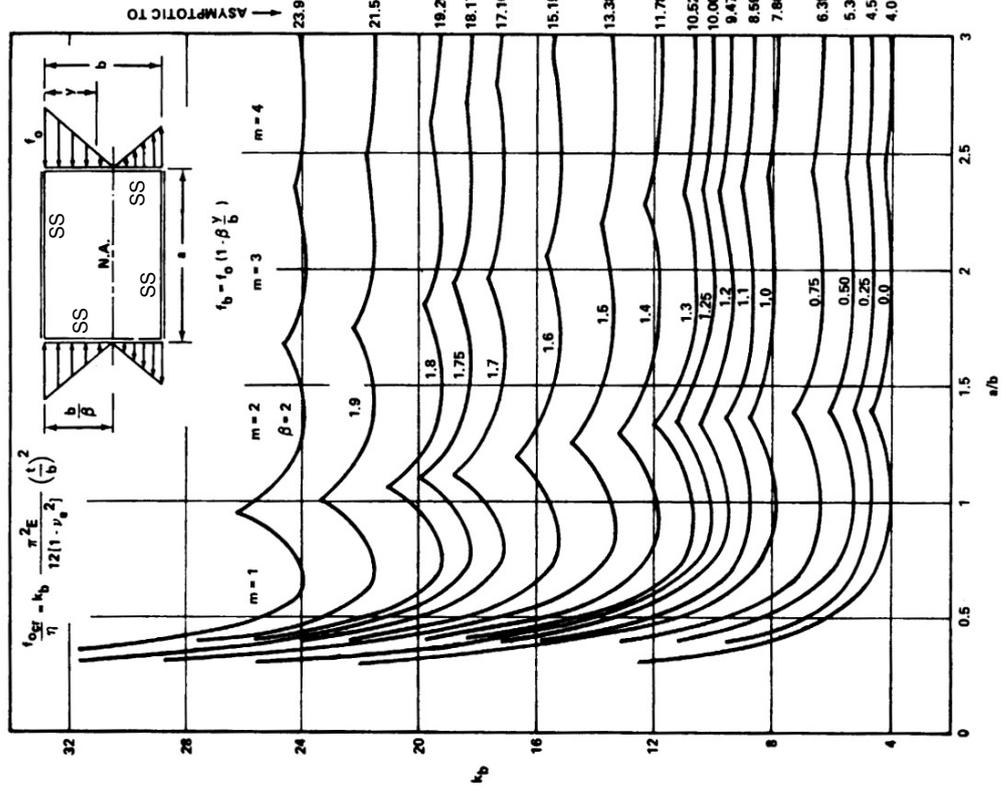
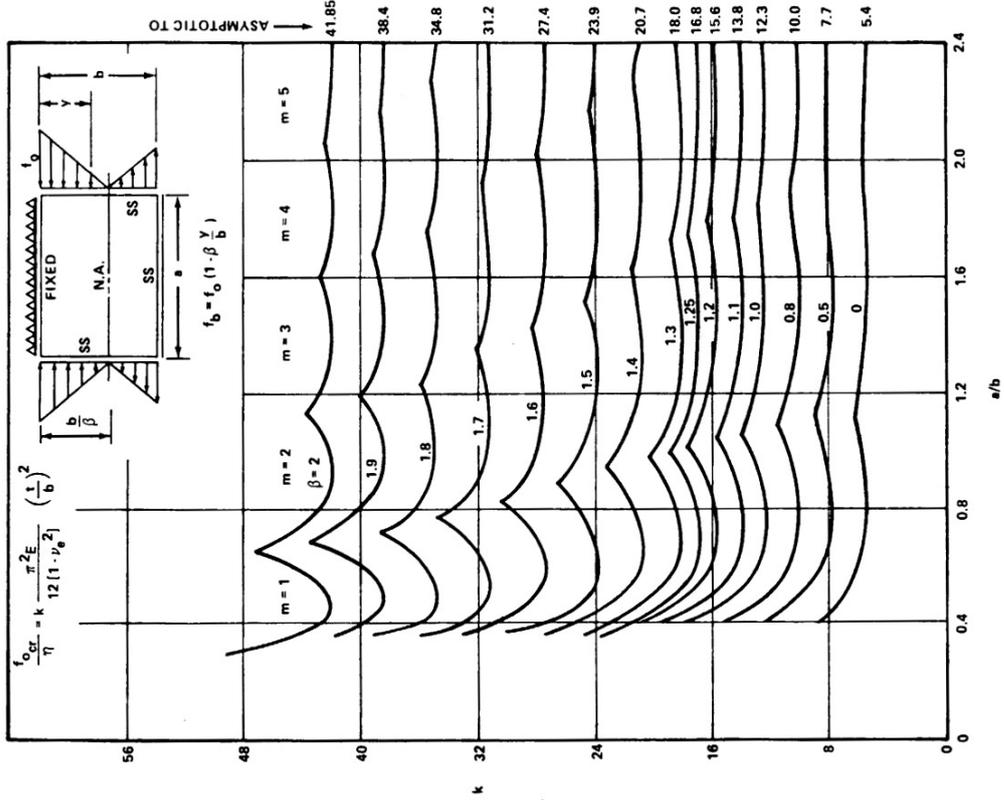


図 6-82 矩形平板の曲げ座屈係数

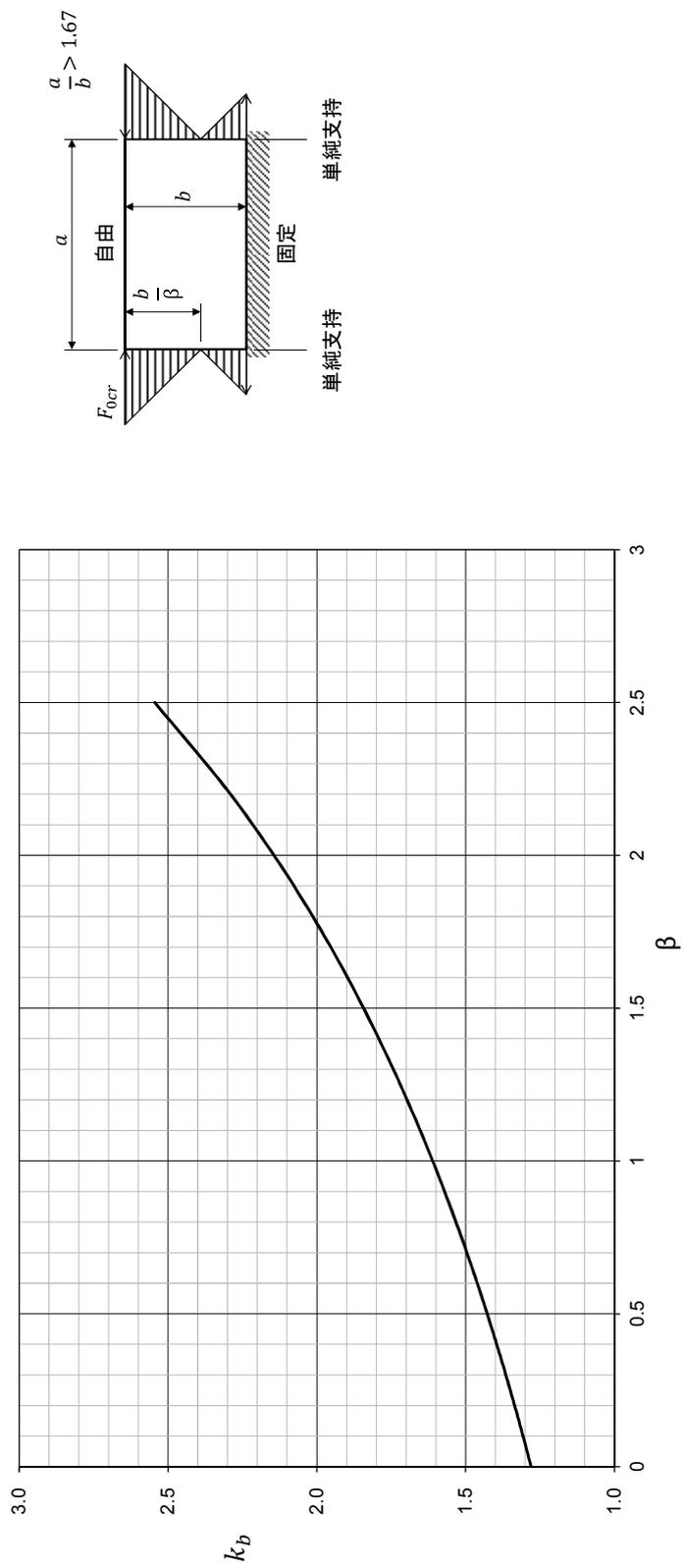


図 6-83 矩形平板の曲げ座屈係数 - 1 側辺固定, 1 側辺自由

6.5.5.4 組み合わせ荷重下の矩形平板の座屈

矩形平板に組み合わせ荷重が負荷されるときに座屈応力（Buckling Stress Under Combined Load）は、相互作用式（Interaction Equation）で計算する。文献[2-28]には矩形平板に種々の組み合わせ荷重が負荷されるときに相互作用式およびグラフと安全余裕のグラフがまとめられている。主要な相互作用式を表 6-10 に示す。

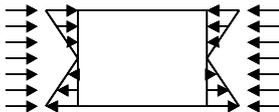
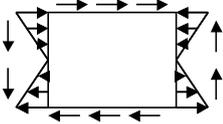
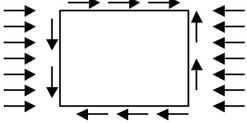
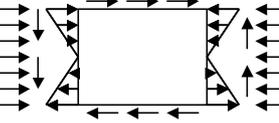
応力比 R を作用応力 f と座屈応力 F_{cr} の比により次のように定義する。

$$R_c = \frac{f_c}{F_{c,cr}}, \quad R_b = \frac{f_b}{F_{b,cr}}, \quad R_s = \frac{f_s}{F_{s,cr}}, \quad R_L = \frac{f_L}{F_{c,cr}}$$

ここで、

- f_c : 圧縮応力（正(+)）
- f_L : 軸応力（引張を負(-), 圧縮を正(+)とする）
- f_b : 曲げ応力
- f_s : せん断応力
- $F_{c,cr}$: 圧縮座屈応力
- $F_{b,cr}$: 曲げ座屈応力
- $F_{s,cr}$: せん断座屈応力

表 6-10 組み合わせ荷重下の矩形平板の座屈応力計算式

荷重の組み合わせ	図	相互作用式	M.S.の式
圧縮+曲げ		$R_c + R_b^{1.75} = 1.0$	図 6-84
せん断+曲げ		$R_s^2 + R_b^2 = 1.0$	$M.S. = \frac{1}{\sqrt{R_s^2 + R_b^2}} - 1$ 図 6-85
軸荷重+せん断		$R_L + R_s^2 = 1.0$	$M.S. = \frac{2}{R_L + \sqrt{R_L^2 + 4R_s^2}} - 1$ 図 6-86
圧縮+せん断+曲げ		図 6-87	図 6-88

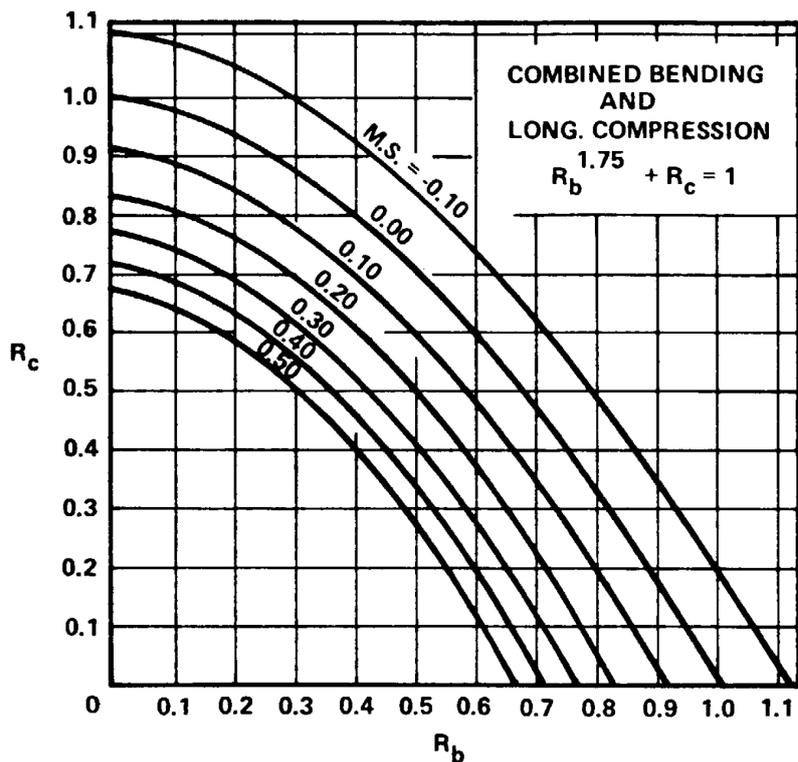


図 6-84 軸圧縮+曲げ座屈の安全余裕

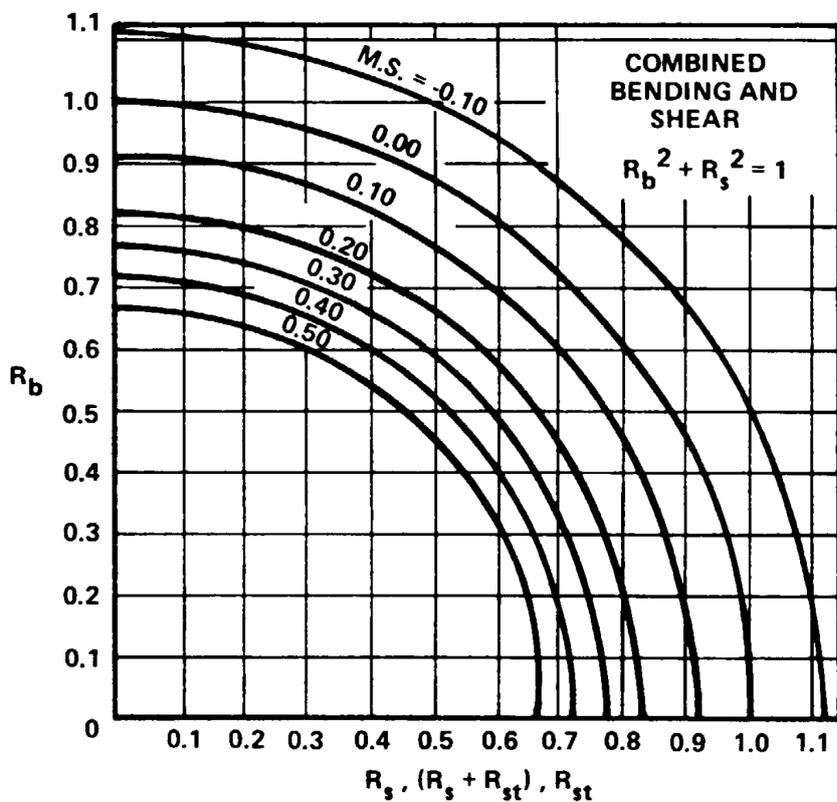


図 6-85 せん断+曲げ座屈の安全余裕

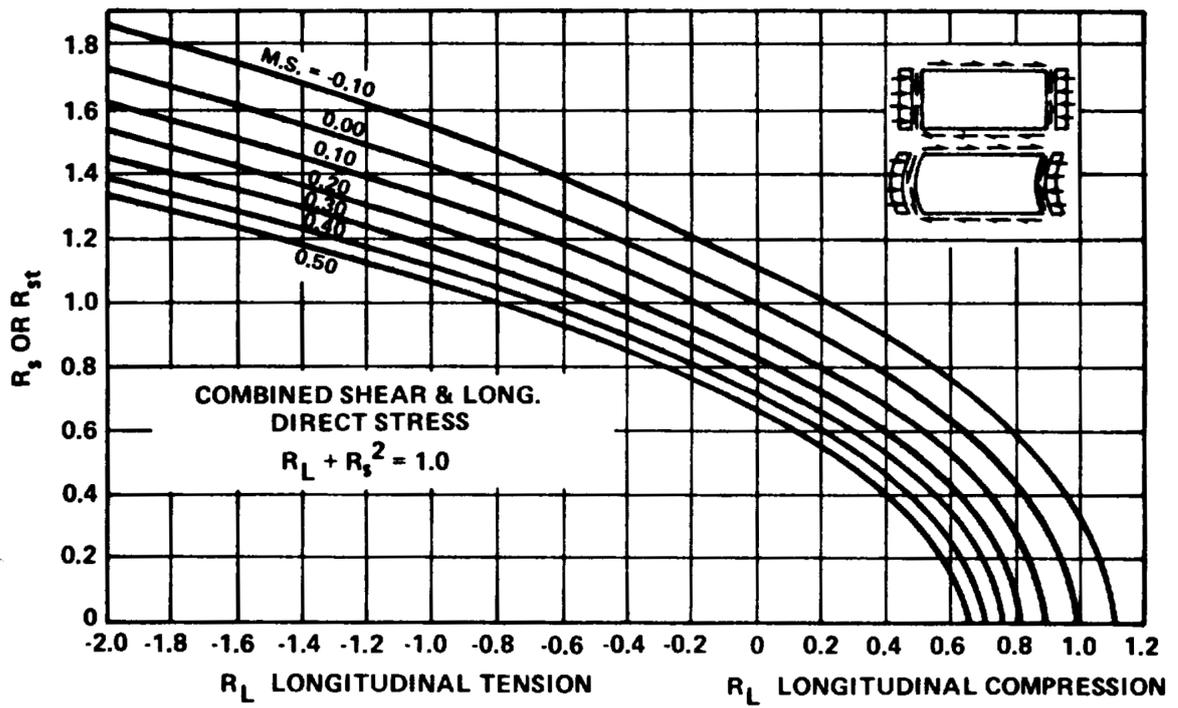


図 6-86 軸荷重+せん断座屈の安全余裕

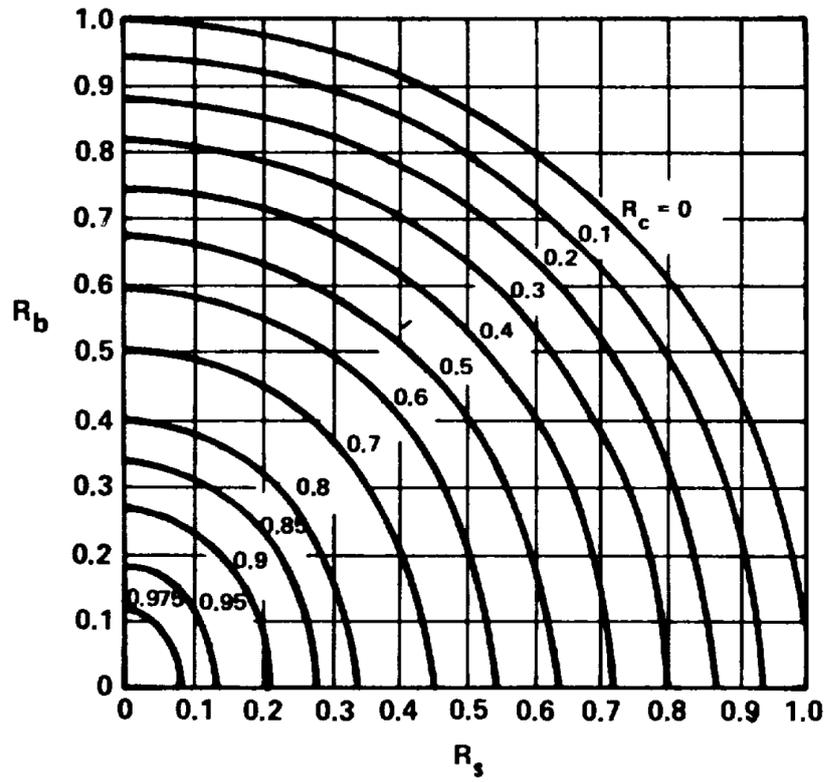


図 6-87 圧縮+せん断+曲げ座屈の相互作用曲線

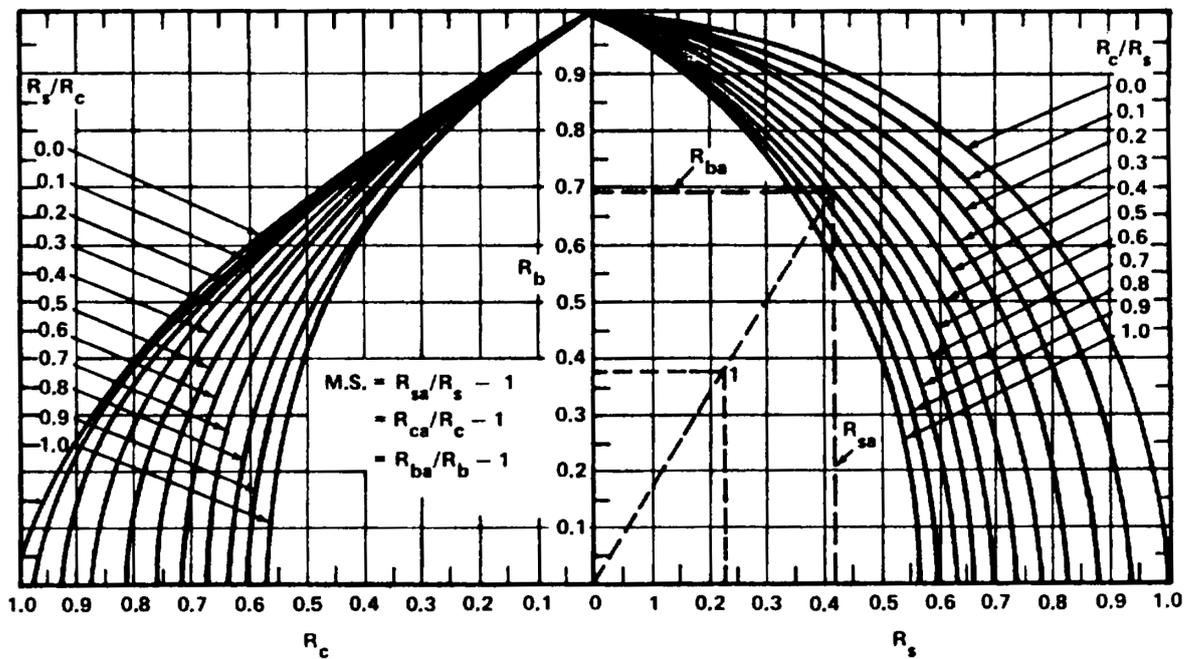


図 6-88 圧縮+せん断+曲げ座屈の安全余裕

6.5.5.5 矩形平板の座屈応力の計算例

矩形座屈平板の座屈応力の計算例を以下に示す。

(1) 計算例 1 – 圧縮座屈, 弾性域

板厚.040 inch の 2024-T3 でできた 250mm × 125mm の周辺単純支持の矩形平板の短辺に一樣な圧縮荷重が負荷されるとききの座屈応力を計算する。

2024-T3, .040inch t の材料定数は MMPDS-01 より,

$$E_c = 10.7 \text{ msi} = 73780 \text{ MPa}, \nu_e = 0.33$$

$a = 250\text{mm}$, $b = 125\text{mm}$ だから, $a/b = 2.0$ で, 図 6-78 の曲線 C より $k_c = 4.0$ が得られる. (a/b が 1.0 以上ならば $k_c = 4.0$ となる.)

$$F_{c,cr} = \eta \frac{k_c \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 = \eta \frac{4.0 \times \pi^2 \times 73780}{12(1-0.33^2)} \left(\frac{.040 \times 25.4}{125}\right)^2 = \eta \times 18.0 \text{ MPa}$$

この応力は比例限より十分小さいので, 塑性の補正は不要である ($\eta = 1.0$). したがって, 圧縮座屈応力は

$$F_{c,cr} = 18.0 \text{ MPa}$$

(2) 計算例 2 – 圧縮座屈, 塑性域

板厚.100 inch の 2024-T3 でできた 200mm × 70mm の周辺単純支持の矩形平板の短辺に圧縮荷重が負荷されるとききの座屈応力を計算する。

2024-T3, .100 inch t の材料定数は MMPDS-01 より,

$E_c = 10.7 \text{ msi} = 73780 \text{ MPa}$, $\nu_e = 0.33$, Ramberg-Osgood のパラメータ $n = 15$, $F_{0.7} = 43.5 \text{ ksi} = 300 \text{ MPa}$ である. ($F_{0.7}$ は MMPDS-01 の応力-歪曲線にカーブ・フィッティングして求めた. (図 6-89))

$a = 200\text{mm}$, $b = 70\text{mm}$ だから, $a/b = 2.54$ で, 図 6-78 の曲線 C より $k_c = 4.0$ が得られる。

$$\frac{k_c \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2) F_{0.7}} \left(\frac{t}{b}\right)^2 = \frac{4.0 \times \pi^2 \times 73780}{12(1-0.33^2) \times 300} \left(\frac{.100 \times 25.4}{70}\right)^2 = 1.20$$

図 6-79 の下の図から $F_{c,cr}/F_{0.7}$ を読み取ると, 0.91 である. したがって,

$$F_{c,cr} = 0.91 F_{0.7} = 0.91 \times 300 = 273 \text{ MPa}$$

一方,

$$F_{c,cr} = \eta \frac{k_c \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 = \eta \frac{4.0 \times \pi^2 \times 73780}{12(1-0.33^2)} \left(\frac{.100 \times 25.4}{70}\right)^2 = \eta \times 359 \text{ MPa}$$

であるから, 塑性補正係数は, $\eta = \frac{273}{359} = 0.76$ である。

(3) 計算例 3 – 圧縮+せん断の組み合わせ荷重

板厚.040 inch の 2024-T3 でできた 250mm × 125mm の周辺単純支持の矩形平板に図 6-90 に示す荷重が負荷されるとききの安全余裕を計算する。

圧縮座屈応力は(1)ですすでに計算してある ($F_{c,cr} = 18.0 \text{ MPa}$) ので, せん断座屈応力を計算する。

2024-T3, .040inch t の材料定数は MMPDS-01 より,

$$E_c = 10.7 \text{ msi} = 73780 \text{ MPa}, \nu_e = 0.33$$

$a = 250\text{mm}$, $b = 125\text{mm}$ だから, $a/b = 2.0$ で, せん断座屈係数は図 6-80 の下の曲線より $k_s = 6.4$ が得られる。

せん断座屈応力は

$$F_{s,cr} = \eta \frac{k_s \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 = \eta \frac{6.4 \times \pi^2 \times 73780}{12(1-0.33^2)} \left(\frac{.040 \times 25.4}{125}\right)^2 = \eta \times 28.8 \text{ MPa}$$

この応力は比例限より十分小さいので、塑性の補正は不要である ($\eta = 1.0$)。したがって、せん断座屈応力は

$$F_{s,cr} = 28.8 \text{ MPa}$$

応力比と安全余裕は表 6-10 の式から

$$R_L = \frac{f_c}{F_{c,cr}} = \frac{.040 \times 25.4}{18.0} = \frac{9.84}{18.0} = 0.547, \quad R_s = \frac{f_s}{F_{s,cr}} = \frac{.040 \times 25.4}{28.8} = \frac{14.76}{28.8} = 0.513$$

$$M.S. = \frac{2}{R_L + \sqrt{R_L^2 + 4R_s^2}} - 1 = \frac{2}{0.547 + \sqrt{0.547^2 + 4 \times 0.513^2}} - 1 = +0.17$$

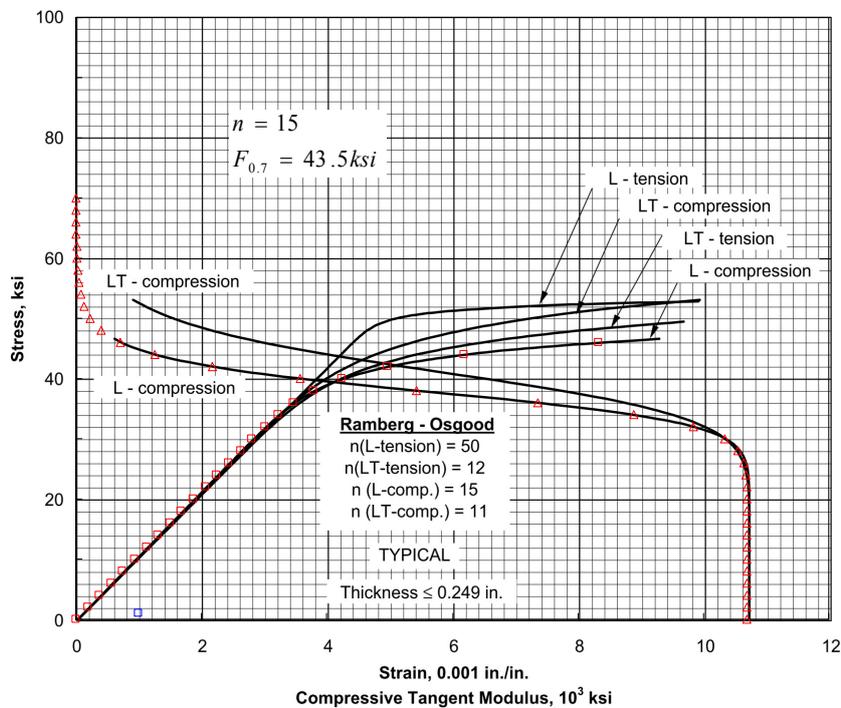


図 6-89 2024-T3 Sheet 材の応力-歪曲線

単位幅あたりのせん断流 $N_{xy} = 15 \text{ N/mm}$

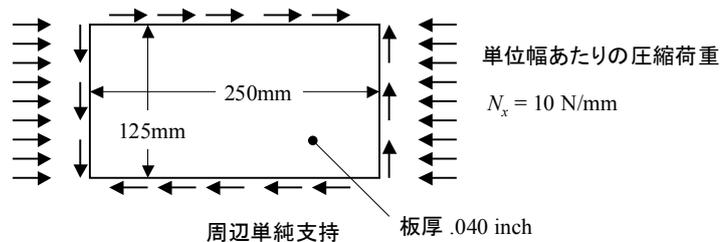


図 6-90 圧縮荷重とせん断荷重が負荷される矩形平板の座屈荷重計算例

6.5.5.6 曲面板の圧縮座屈

胴体外板や翼外板では板に曲率がついていることがある。曲率がついていると板が安定化され、座屈荷重は平板のときよりも大きくなる。しかし、平板のときとは異なり、円筒および曲面板の圧縮座屈荷重の試験値は理論値に比べて小さいことが知られている。図 6-91 に半径 R 、板厚 t の、長さ L の円筒の圧縮座屈係数（文献[2-39]）を示す。圧縮座屈係数の定義は以下のとおりである。

$$F_{c,cr} = \frac{k_c \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t}{L} \right)^2$$

ここで、

k_c : 円筒の圧縮座屈係数 (Buckling Coefficient)

E : ヤング率 (Young's Modulus)

ν_e : ポアソン比 (Poisson's Ratio)

t : 板厚 (Thickness)

L : 円筒の長さ

R : 円筒の半径

Z : 形状パラメータ, $Z = \frac{L^2}{Rt} \sqrt{1-\nu_e^2}$

この図からわかるように、 Z が大きい領域では圧縮座屈係数の試験値は理論値（線形座屈解析）の数分の 1 しかない。これは、円筒の小さな初期不整が圧縮座屈荷重の低下に大きく寄与するためである。 Z が小さい（平板に近い）領域では理論値と試験値の差は小さくなる。初期不整が圧縮座屈荷重に及ぼす影響を圧縮荷重と横方向の変位のグラフで示したものが図 6-92（文献[2-42]）で、円筒の圧縮の場合は、座屈が起き横変形が生じると急激に荷重が下がるグラフになっているため、初期不整があると最大荷重が下がる。

曲面板は円筒の一部であるので、座屈の挙動は円筒と同じである。図 6-93 は文献[2-39]の Fig.38（試験データのプロット）を使って作成した曲面板の圧縮座屈係数のチャートであり、初期不整の影響が含まれている。

$$F_{c,cr} = \frac{k_c \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2$$

ここで、

k_c : 曲面板の圧縮座屈係数 (Buckling Coefficient)

E : ヤング率 (Young's Modulus)

ν_e : ポアソン比 (Poisson's Ratio)

t : 板厚 (Thickness)

b : 曲面板の荷重辺の長さと同辺の長さの短いほう

R : 曲面板の半径

Z_b : 形状パラメータ, $Z_b = \frac{b^2}{Rt} \sqrt{1-\nu_e^2}$

曲面板の圧縮座屈を FEM で解析するには、ふつうの固有値解析では初期不整の影響を考慮できないので、幾何学的非線形解析で初期不整を入れた解析を行う必要がある。

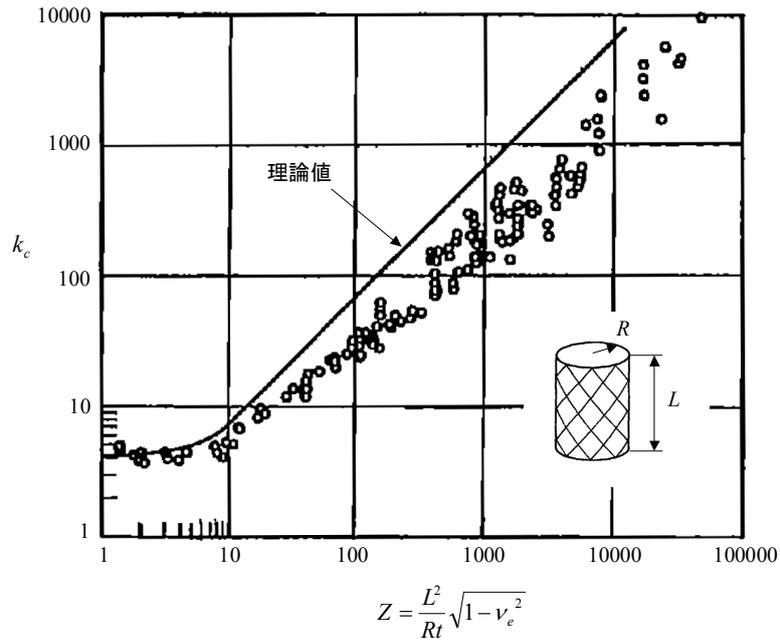


図 6-91 円筒の圧縮座屈係数 - 理論値と試験値の比較

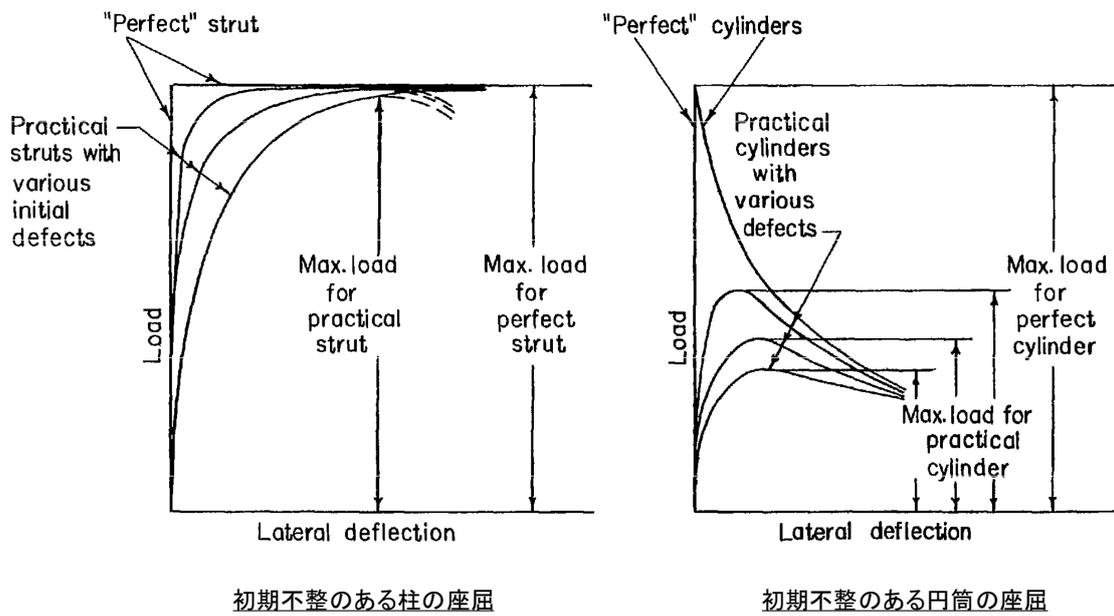


図 6-92 円筒の座屈荷重が理論値よりも小さくなる理由

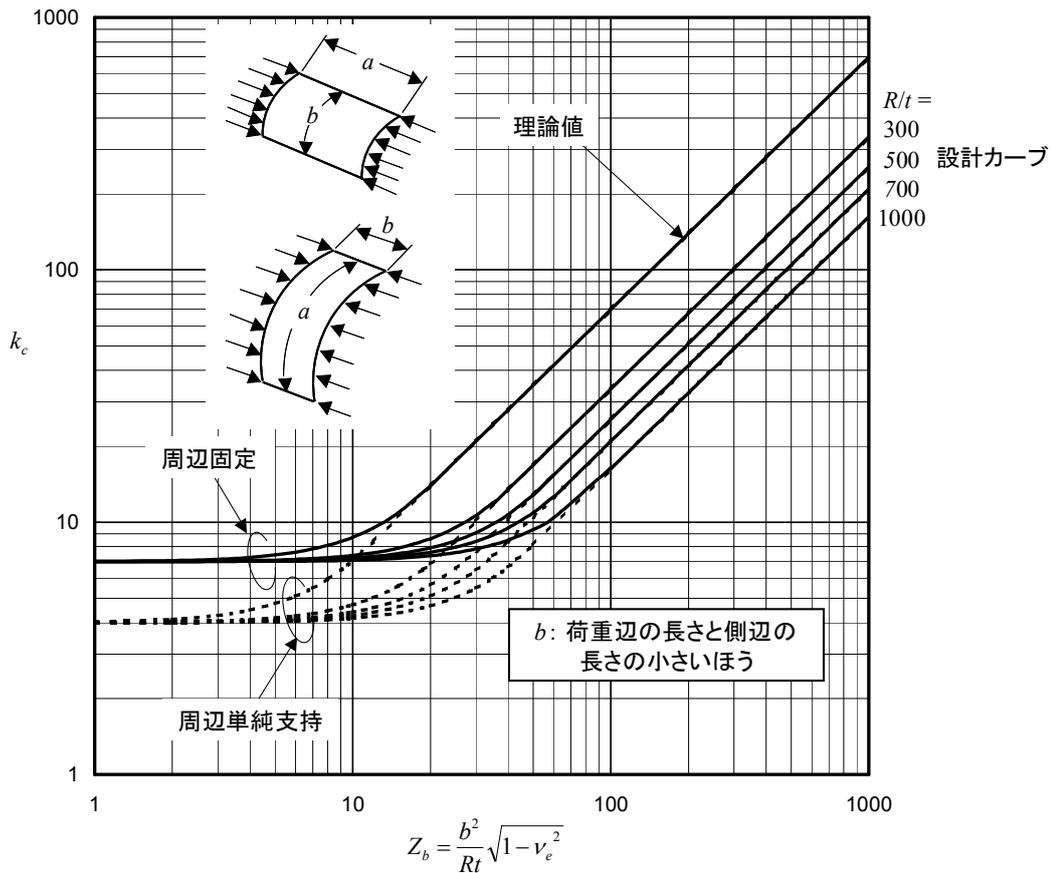


図 6-93 曲面板の圧縮座屈係数

6.5.5.7 曲面板のせん断座屈

曲面板のせん断座屈の場合には、初期不整が座屈荷重におよぼす影響は小さいため、理論式が使える。図 6-94, 図 6-95, 図 6-96, 図 6-97 に曲面板のせん断座屈係数を示す（文献[2-28]より）。せん断座屈係数の定義を以下に示す。

$$F_{s,cr} = \frac{k_s \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

ここで、

k_s : 曲面板のせん断座屈係数 (Buckling Coefficient)

E : ヤング率 (Young's Modulus)

ν_e : ポアソン比 (Poisson's Ratio)

t : 板厚 (Thickness)

a : 曲面板の長辺

b : 曲面板の短辺

R : 曲面板の半径

Z_b : 形状パラメータ, $Z_b = \frac{b^2}{Rt} \sqrt{1-\nu_e^2}$

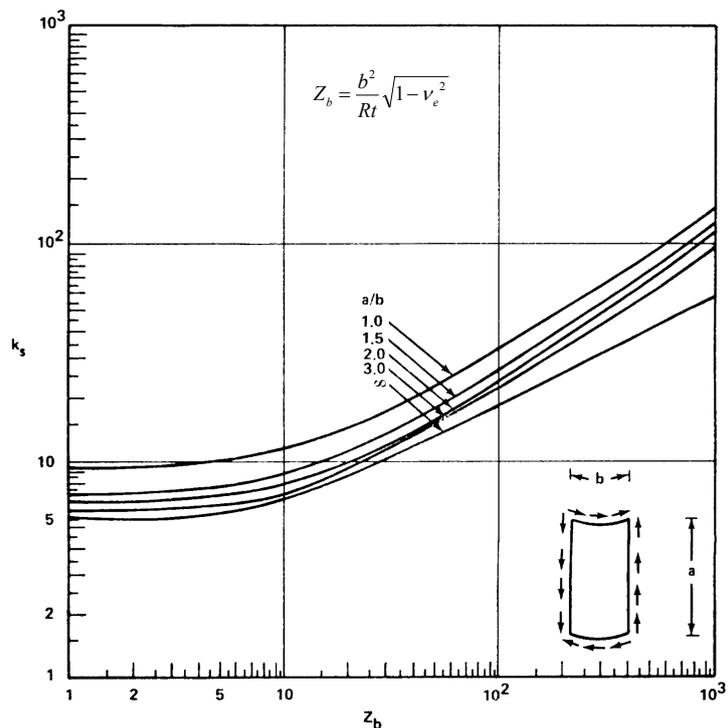


図 6-94 曲面板のせん断座屈係数 - 単純支持

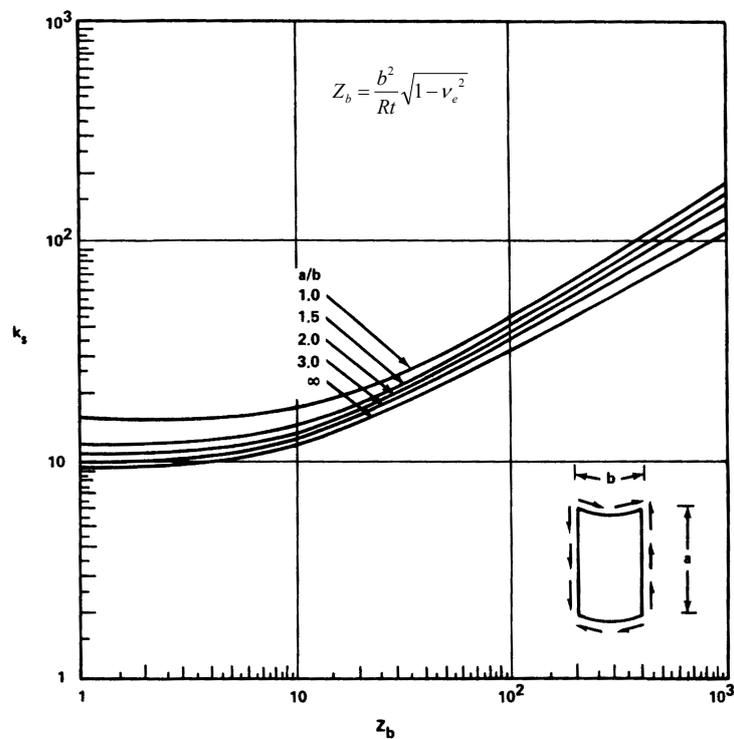


図 6-95 曲面板のせん断座屈係数 - 固定支持

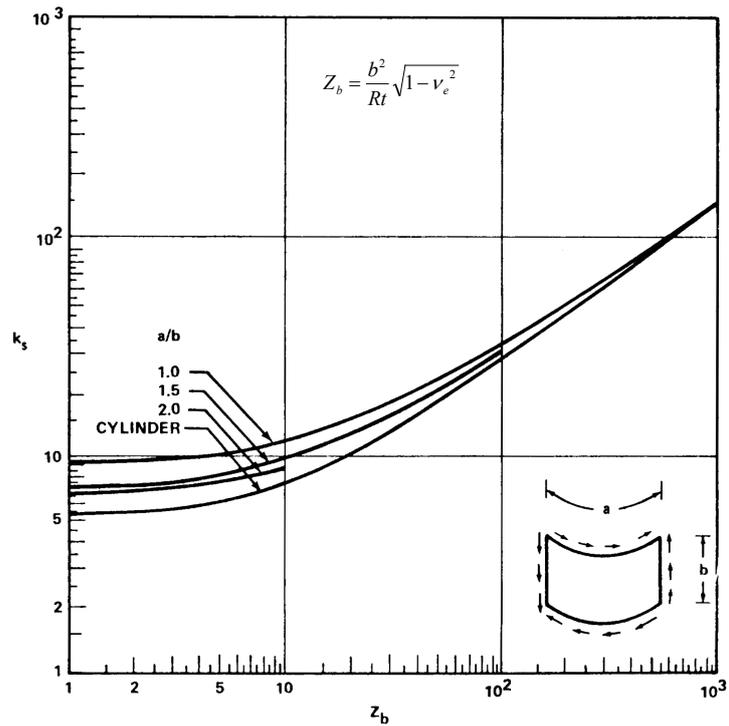


図 6-96 曲面板のせん断座屈係数 - 単純支持

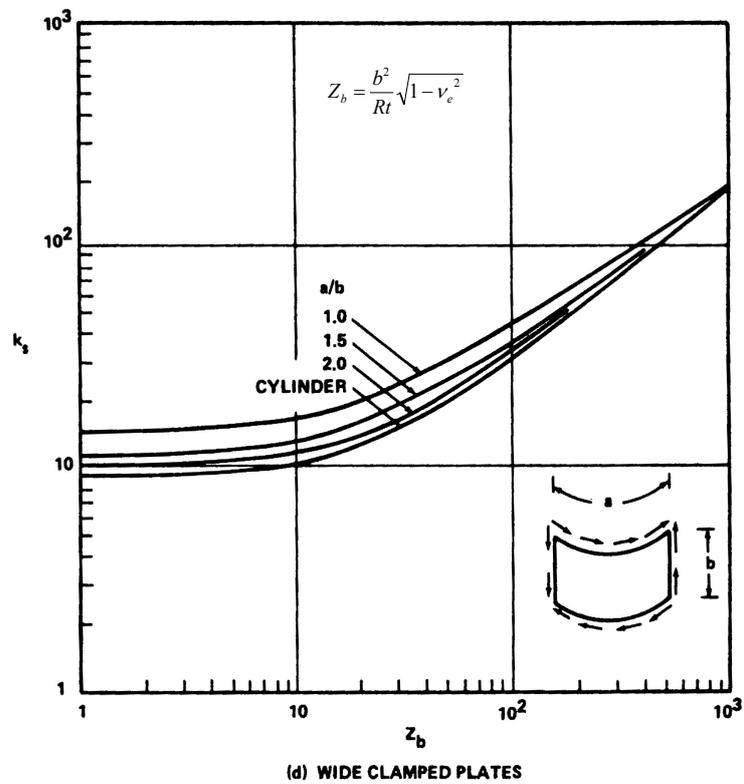


図 6-97 曲面板のせん断座屈係数 - 固定支持

6.5.5.8 曲面板の組み合わせ荷重下の座屈

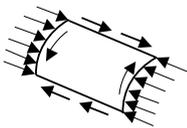
曲面板に組み合わせ荷重が負荷される場合の座屈荷重も、平板の場合と同じように相互作用式で表される（表 6-11）。応力比 R を作用応力 f と座屈応力 F_{cr} の比により次のように定義する。

$$R_c = \frac{f_c}{F_{c,cr}}, \quad R_s = \frac{f_s}{F_{s,cr}}, \quad R_L = \frac{f_L}{F_{c,cr}}$$

ここで、

- f_c : 圧縮応力（正(+)）
- f_L : 軸応力（引張を負(-), 圧縮を正(+)とする）
- f_s : せん断応力
- $F_{c,cr}$: 圧縮座屈応力
- $F_{s,cr}$: せん断座屈応力

表 6-11 組み合わせ荷重下の曲面板の座屈応力計算式

荷重の組み合わせ	図	相互作用式	M.S.の式
軸荷重+せん断		$R_L + R_s^2 = 1.0$	$M.S. = \frac{2}{R_L + \sqrt{R_L^2 + 4R_s^2}} - 1$ 図 6-86

6.5.5.9 板の座屈係数の近似式

(1) 平板の座屈係数の近似式

平板の圧縮座屈係数とせん断座屈係数の近似式が文献[2-44]に載っているので、表 6-12、表 6-13 に紹介する。記号の定義は 6.5.5.1 項、6.5.5.2 項と同じである。

(2) 曲面板の座屈係数の近似式

曲面板の座屈係数の近似式も同じ文献[2-44]に載っている。近似式を以下に示す。この近似式は表 6-12 と表 6-13 に示す平板の座屈係数の支持条件とその座屈係数に基づいている。

まず、以下のパラメータを計算する。

$$X = \frac{\sqrt{1-\nu^2}}{t}, \quad L = a \text{ と } b \text{ の小さいほう}, \quad Z_L = \frac{L^2 X}{R}, \quad Z_x = \frac{a^2 X}{R}, \quad Z_y = \frac{b^2 X}{R}$$

$$C = \frac{\left(\frac{R}{t}\right)^{0.395}}{3.065 \left(\frac{R}{t}\right)^{0.1675 \log\left(\frac{R}{t}\right)}}, \quad p = 0.138 \log Z_L$$

ここで、

- ν : ポアソン比
- t : 板厚 (Thickness)
- a : 曲面板の直線の辺の長さ
- b : 曲面板の円弧の辺の長さ
- R : 曲面板の半径

a. 圧縮座屈係数

表 6-12 の同じ支持条件の平板の圧縮座屈係数 $k_{c,flatplate}$ を使って,

$Z_y < 1$ のとき

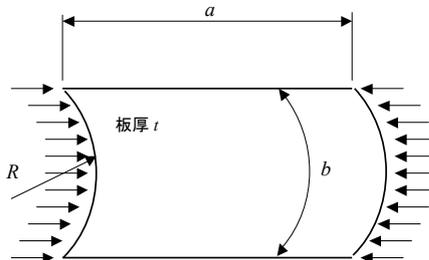
$$k_c = k_{c,flatplate}$$

$Z_y > \frac{1.55k_{c,flatplate}}{C}$ のとき

$$k_c = 1.286CZ_y$$

それ以外のとき

$$k_c = k_{c,flatplate} + 0.413 \frac{C^2 Z_y^2}{k_{c,flatplate}}$$



b. せん断座屈係数

表 6-13 の同じ支持条件の平板のせん断座屈係数 $k_{s,flatplate}$ を使って,

$Z_L \geq 30$ のとき

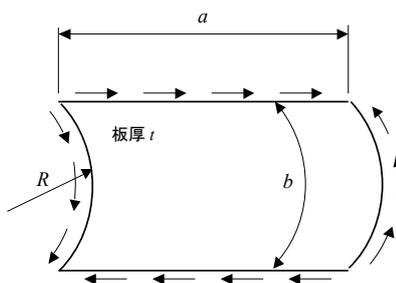
$$k_s = 0.37k_{s,flatplate} \sqrt{Z_L}$$

$30 > Z_L \geq 1$ のとき

$$k_s = k_{s,flatplate} Z_L^p$$

$1 > Z_L$ のとき

$$k_s = k_{s,flatplate}$$



(3) 曲面板のせん断座屈係数の別の近似式

文献[2-40]には周辺単純支持の曲面板のせん断座屈応力の近似式が載っている。この式は円弧の辺 b より直線の辺 a のほうが長い場合に適用される。

$$F_{s,cr} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{a^2}{Rt} \right)^{\frac{1}{4}} \left(\frac{Et}{R} \right) + 5.25E \left(\frac{t}{b} \right)^2$$

ここで,

E : ヤング率 (Young's Modulus)

t : 板厚 (Thickness)

a : 曲面板の直線の辺の長さ

b : 曲面板の円弧の辺の長さ, $a > b$

R : 曲面板の半径

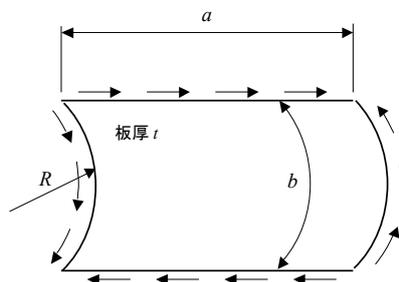


表 6-12 平板の圧縮座屈係数の近似式

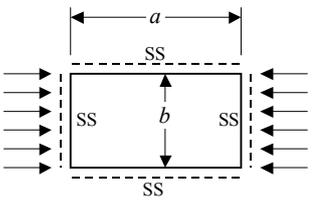
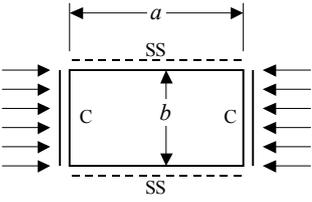
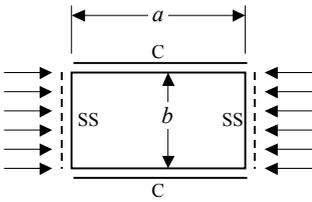
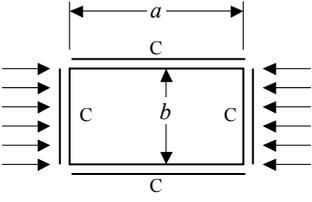
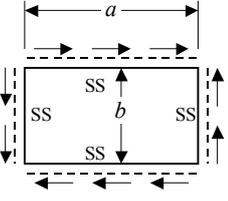
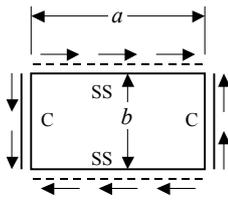
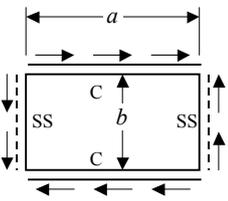
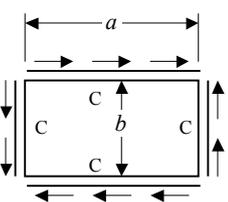
図	支持条件	座屈係数近似式
	<p>周辺単純支持 (SS)</p>	<p>$\frac{a}{b} < 1$ のとき $k_c = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2$</p> <p>$\frac{a}{b} \geq 1$ のとき $k_c = 4$</p>
	<p>側辺単純支持 (SS) 荷重辺固定 (C)</p>	<p>$\frac{a}{b} < 0.5$ のとき</p> $k_c = 2.196\left(\frac{b}{a}\right)^2 + 1.041\left(\frac{b}{a}\right) + 6.98$ <p>$\frac{a}{b} \geq 0.5$ のとき</p> $k_c = 3.839\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 0.791\left(\frac{b}{a}\right) + 4.00$
	<p>側辺固定 (C) 荷重辺単純支持 (SS)</p>	<p>$\frac{a}{b} < 0.55$ のとき</p> $k_c = 1.438\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 2.589\left(\frac{b}{a}\right) + 6.98$ <p>$\frac{a}{b} \geq 0.55$ のとき</p> $k_c = 6.98$
	<p>周辺固定 (C)</p>	$k_c = 2.196\left(\frac{b}{a}\right)^2 + 1.041\left(\frac{b}{a}\right) + 6.98$

表 6-13 平板のせん断座屈係数の近似式

図	支持条件	座屈係数近似式
	<p>周辺単純支持 (SS)</p>	<p>長辺を a、短辺を b とする。 $k_s = 4.005 \left(\frac{b}{a} \right)^2 + 5.37$</p>
	<p>長辺単純支持 (SS) 短辺固定 (C)</p>	<p>長辺を a、短辺を b とする。 $k_s = 8.077 \left(\frac{b}{a} \right)^2 - 0.830 \left(\frac{b}{a} \right) + 5.37$</p>
	<p>長辺固定 (C) 短辺単純支持 (SS)</p>	<p>長辺を a、短辺を b とする。 $k_s = 2.766 \left(\frac{b}{a} \right)^2 + 0.940 \left(\frac{b}{a} \right) + 8.91$</p>
	<p>周辺固定 (C)</p>	<p>長辺を a、短辺を b とする。 $k_s = 5.764 \left(\frac{b}{a} \right)^2 + 0.115 \left(\frac{b}{a} \right) + 8.91$</p>

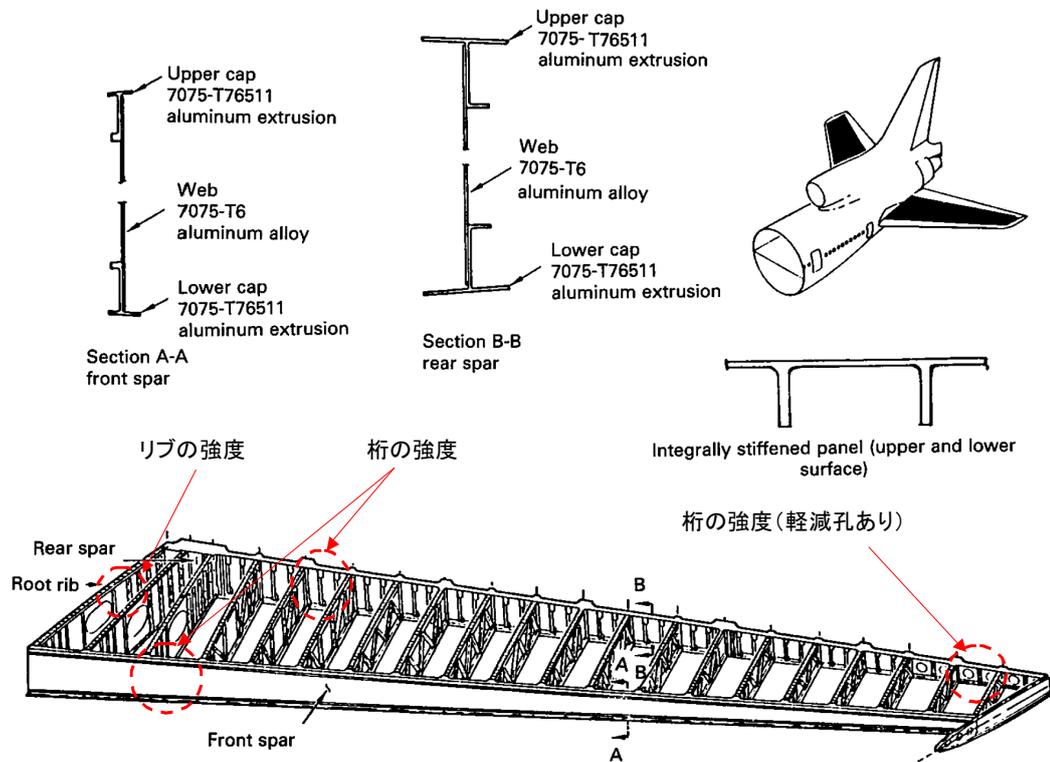
6.5.6 せん断梁の破壊

せん断梁として機能する構造要素は、翼の桁やリブ（図 6-98）、圧力隔壁のビーム（図 4-121）、インターコストル（図 4-109）等がある。これらのせん断梁の断面形状は、チャンネル型、I 型、Z 型があり、ウェブ（Web）でせん断荷重を、フランジ（Flange）で曲げの軸力を受け持つ。フランジ（キャップ（Cap）またはコード（Chord）とも呼ぶ）とウェブが別部品でできている組立構造（ビルドアップ構造）の場合と、一体でできている場合がある。

ウェブのせん断荷重が小さい場合には重量軽減のために軽減孔をあけることがあるが、ウェブの中心はせん断荷重の通り道であるので、軽減孔が大きくなるとせん断強度が急激に下がることに注意すべきである。したがって、ウェブの軽減孔の縁にフランジを立てて剛性をあげる必要がある。

せん断梁はウェブの設計のしかたで2種類に分類される。終極荷重までウェブの座屈を許さないせん断梁のことを Shear Resistant Beam と呼ぶ。ウェブが長手方向のフランジと高さ方向のスティフナでしっかりと区切られている場合には、ウェブがせん断座屈したあとも荷重に耐えるので、座屈を許す設計をすることができる。ウェブをせん断座屈荷重以上で使う場合を「張力場ウェブ」（Diagonal Tension Web または Tension Field Web）と呼ぶ。

どういった場合にウェブのせん断座屈を許し、どういった場合にせん断座屈を許さないかは、それぞれの開発プログラムの方針として決められるので、その方針にしたがう。



文献[1-5]より

図 6-98 水平尾翼のせん断梁

6.5.6.1 Shear Resistant Beam

せん断荷重が小さい場合、または、高さが低い梁の場合、張力場ウェブにするのは不利なので、終極荷重までウェブのせん断を許さないせん断梁（Shear Resistant Beam）にするのが重量的に有利である。Shear Resistant Beam は次のように分類できる。

- 補強なしウェブ
- 補強材付きウェブ
- 軽減孔付きウェブ
- ビード付きウェブ

Shear Resistant Beam の強度チェックは、①ウェブのせん断強度、②フランジの引張強度または圧縮強度、③フランジとウェブの結合強度についておこなう。

ウェブは、材料せん断強度とせん断座屈強度が標定となる。ウェブのせん断座屈応力の計算法は 6.5.5.2 項を参照のこと。ウェブの曲げ応力がある場合には、曲げとせん断の組み合わせ荷重による座屈を計算する（6.5.5.3 項、6.5.5.4 項）。座屈係数を求めるときの周辺支持条件を正確に決めるのは困難であるので、通常は安全側の仮定として「周辺単純支持」条件を使う。図 6-99 に示すような組立構造の梁の場合には、ファスナ位置をウェブの端と考え、ファスナ間の距離をウェブの高さ h と幅 d とする。

ウェブを区切る補強材（スティフナ、Stiffener）の剛性が足りない場合には補強材がウェブと一緒に変形してしまい、「周辺単純支持」条件とならないので注意する必要がある。ウェブの板厚に比べて補強材の板厚が薄い場合が要注意である。補強材の必要曲げ剛性を図 6-100 に示す。この図は文献[2-43]の結果に基づいている。

せん断流が小さい場合には、ウェブに軽減孔をあけたり、ウェブをビード補強することで軽量化できる。Bruhn の教科書（文献[1-4]）に設計チャートが載っている。

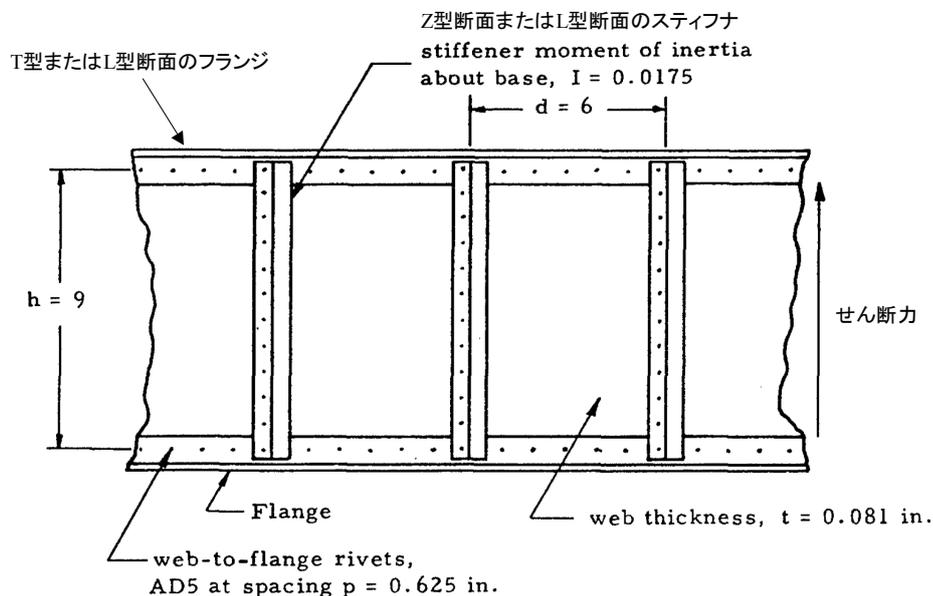
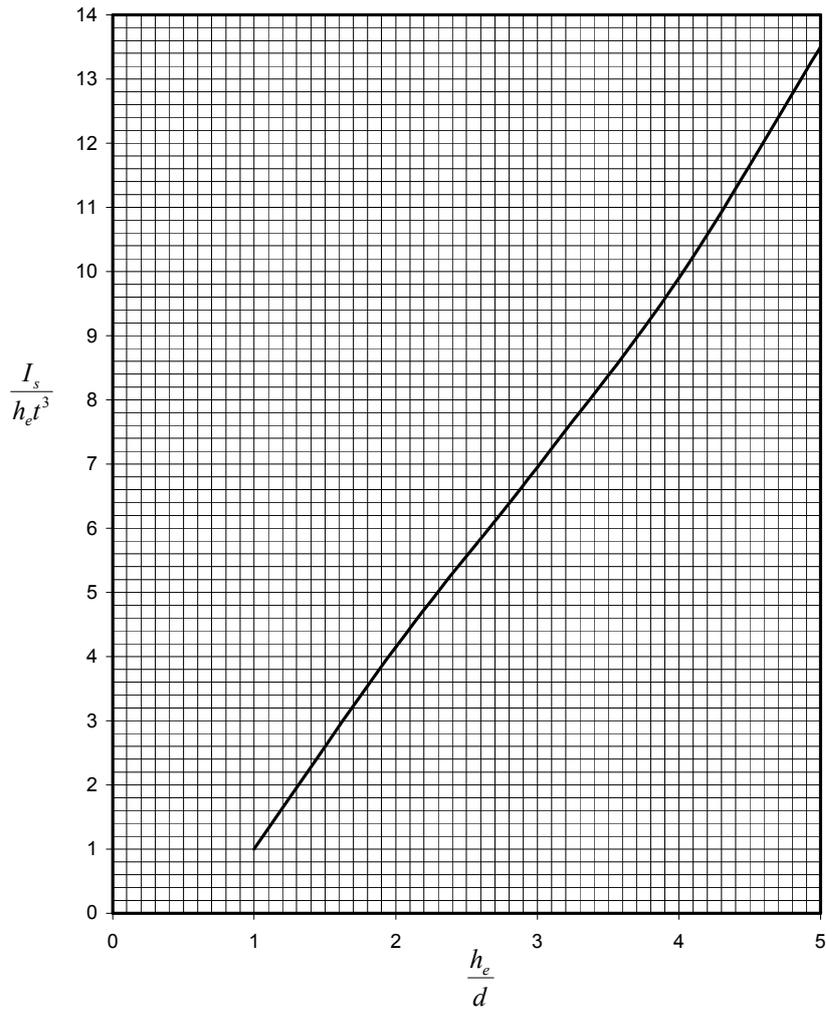


図 6-99 ウェブのせん断座屈を許さないせん断梁の例 - 補強材（スティフナ）付きウェブ



文献[2-25]より

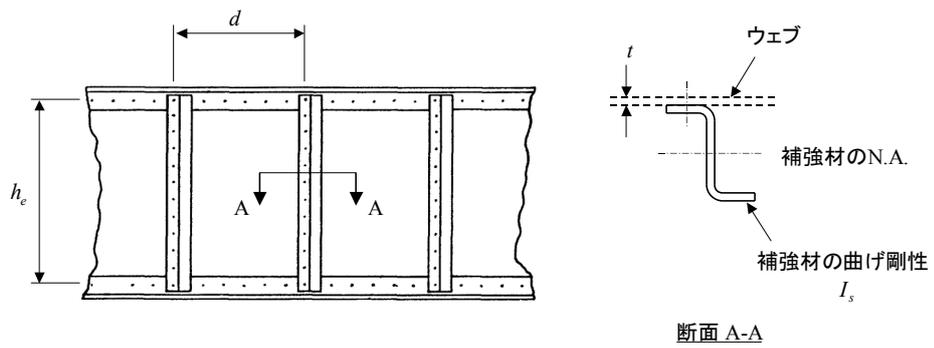


図 6-100 Shear Resistant Beam の補強材の必要曲げ剛性

6.5.6.2 張力場

せん断梁のウェブがスティフナで区切られている場合には、せん断梁のウェブが座屈した後もウェブが耐荷する。このようにせん断座屈荷重以上で使うウェブを張力場ウェブ (Diagonal-Tension Web) と呼ぶ。張力場梁の破壊の例を図 6-101 に示す。ウェブに斜めのしわが発生していることがわかる。図 6-102 に示すように航空機の胴体外板もせん断座屈を許して張力場 (Diagonal-Tension Field) として使っている。張力場とすることでウェブや外板の板厚を薄くできる。

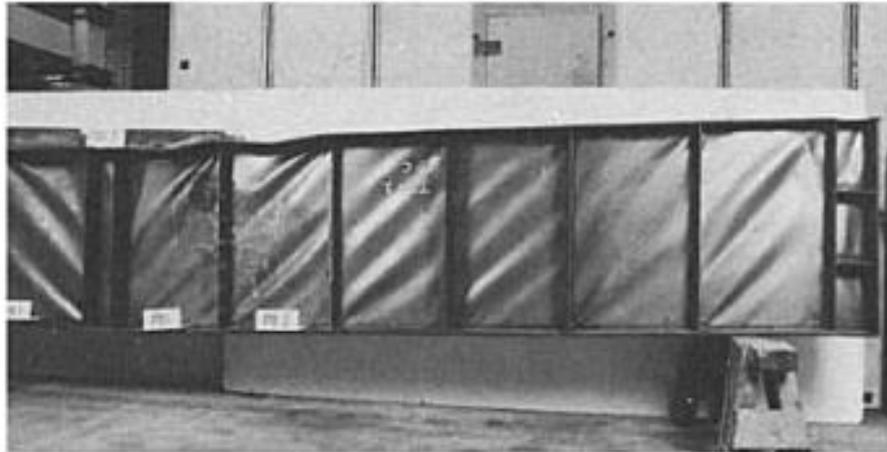


図 6-101 張力場

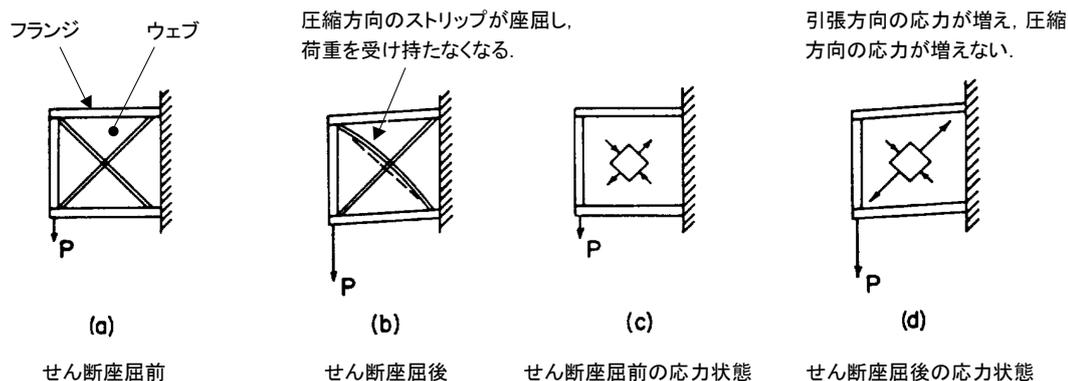


Flight International, September 8-14, 1999 より

図 6-102 胴体外板のしわ

(1) 張力場の概念

せん断を受け持つウェブは図 6-103 の(a)に示すように対角線に入れた2つの筋交いとみなすことができる。せん断荷重が小さくウェブがせん断座屈していないときには引張側筋交いの荷重と圧縮側の筋交いの荷重は等しい。このとき、ウェブは純せん断応力状態なので、45度方向の応力は図の(c)に示すようになっており、引張応力と圧縮応力の大きさは等しい。せん断座屈が起きると、圧縮方向の筋交い（ストリップ）がそれ以上荷重を受け持たなくなるので、圧縮方向の応力は増加しなくなる（(b), (d)）。このように、せん断荷重をウェブの純せん断応力ではなく、斜め方向の引張応力で受け持つことを張力場（Diagonal-Tension Field）と呼ぶ。



文献[2-45]より

図 6-103 張力場の説明

(2) 完全張力場

ウェブが座屈した後にせん断荷重が増大していくと、圧縮方向のストリップの荷重に比べて引張方向のストリップの荷重の比率が大きくなり、圧縮ストリップを無視できるようになる。この極限状態を完全張力場（Complete Diagonal-Tension Field）と呼ぶ。完全張力場は単純化されたモデルであるので、内部荷重の解析式がある。

完全張力場では、ウェブを引張方向のストリップの集まりであるとみなす（図 6-104）。このストリップの傾き α は、フランジ剛性、スティフナ（アップライト Upright ともいう）剛性、ウェブ剛性で決まる角度である。 α は 45 度より小さく 40 度程度である。完全張力場梁の内部荷重の釣り合いを考えると（図 6-104, 図 6-105）、フランジの荷重とスティフナの荷重が Shear Resistant 梁とは異なることがわかる。上下のフランジが引張ストリップで引きつけられることにより、フランジが曲げられる。この引きつけ力にスティフナが対抗するためにスティフナには圧縮力が発生する。上下のフランジには付加的な圧縮力も発生する。Shear Resistant 梁と張力場梁の内部荷重の比較を表 6-14 に示す。完全張力場の内部荷重の計算式の詳細に興味のある読者は文献[2-45]を参照されたい。

ウェブが張力場になることにより、フランジとスティフナに余分な負担がかかるため、フランジとスティフナの強度に特別な注意をはらうことが必要となる。

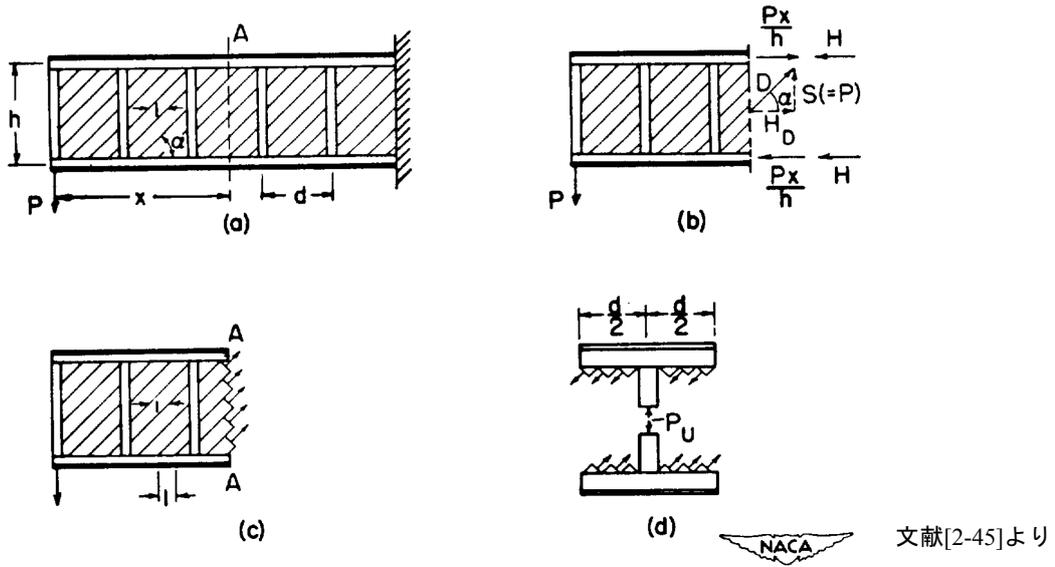


図 6-104 完全張力場のモデル

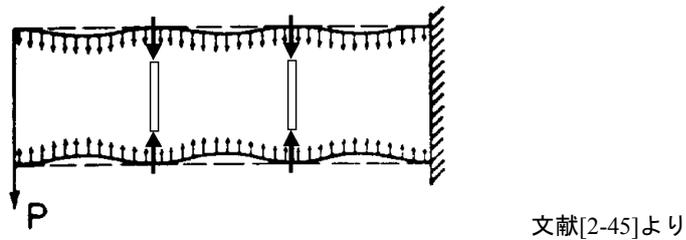


図 6-105 張力場によって生じるフランジの曲げとステイフナの圧縮荷重

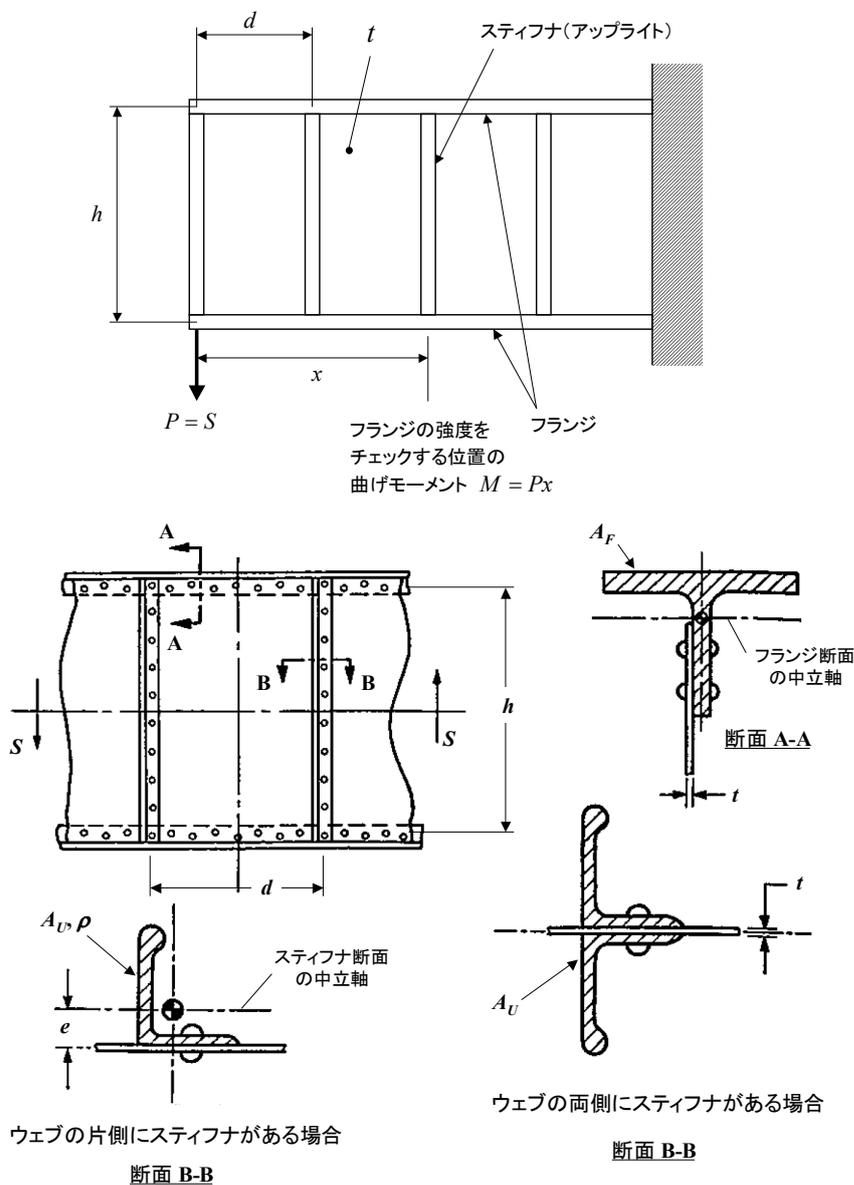
表 6-14 Shear Resistant 梁と完全張力場梁の内部荷重の比較

	Shear Resistant 梁	完全張力場梁
フランジ軸力	$\pm \frac{M}{h}$	$\pm \frac{M}{h} - \frac{S}{2} \cot \alpha$
フランジ曲げモーメント	なし	$M_{\max} = \frac{Sd^2}{12h} \tan \alpha$ (ステイフナ位置で最大)
ステイフナ軸力 (圧縮)	なし	$P_U = -S \frac{d}{h} \tan \alpha$
ウェブ/フランジ結合リベット荷重 (単位長さあたり)	$R'' = \frac{S}{h}$	$R'' = \frac{S}{h \cos \alpha}$
引張ストリップの角度	----	$\tan^4 \alpha = \left(1 + \frac{ht}{2A_F}\right) \left/ \left(1 + \frac{dt}{A_{Ue}}\right)\right.$

ここで、 $S=P$:せん断力, A_F : フランジの断面積, A_{Ue} : ステイフナの有効断面積, t : ウェブの板厚,
 h : ウェブの高さ, d : ステイフナの間隔, α : 張力場の角度
 ステイフナの有効断面積については不完全張力場の項で説明する.

- ウェブとフランジの結合部破壊
- スティフナとフランジの結合部破壊

(一体削り出し梁 (Machined Beam) のウェブを張力場で使うことは可能であるが、公表された強度計算方法は無い。ウェブとフランジ、またはウェブとスティフナの結合部に曲げ応力が発生することに注意しなければならない。)



$P=S$: 作用せん断荷重, h : 梁の有効高さ, d : スティフナ間隔, t : ウェブの板厚

A_F : フランジ断面積, A_U : スティフナ断面積

e : スティフナの中立軸とウェブの中心との距離, ρ : スティフナ断面の回転半径 (ウェブの片側にスティフナがある場合)

図 6-107 張力場梁の強度計算

不完全張力場梁の作用応力計算式は以下のとおり。

① せん断座屈応力

組立梁のウェブの周辺支持条件を考慮したせん断座屈係数のグラフが文献[2-45]に載っている（図 6-108 参照）。せん断座屈応力 F_{scr} は次の式で表される。

$$F_{scr} = \eta k_{ss} E \left(\frac{t}{d_c} \right)^2 \left[R_h + \frac{1}{2} (R_d - R_h) \left(\frac{d_c}{h_c} \right)^3 \right] \quad (d_c < h_c)$$

ここで、 d_c ：図 6-108 に示すスティフナ間距離

h_c ：図 6-108 に示すフランジ間距離

R_d ：ウェブ／フランジ結合部の拘束係数

R_h ：ウェブ／スティフナ結合部の拘束係数

t ：ウェブの板厚

E ：ウェブのヤング率

η ：塑性補正係数

座屈応力が弾性域を超える場合は塑性の補正が必要である。塑性の補正については 6.5.5.2 項を参照のこと。

② ウェブのノミナルせん断応力と張力場係数

張力場係数 k を以下の式で計算する。

ウェブのノミナルせん断応力 f_s は、

$$f_s = \frac{S}{h_e t}$$

$$k = \tanh \left(0.5 \log_{10} \frac{f_s}{F_{scr}} \right), \text{ または図 6-109.}$$

ここで、 S ：作用せん断荷重

h_e ：梁の有効高さ、フランジの中立軸間距離

③ スティフナの圧縮応力

張力場によってスティフナに生じる応力 f_U はスティフナの長さ方向に変化しており、中央で最大になる。ノミナル圧縮応力 f_U は次の式で表される。ウェブの両側にスティフナがある場合にはスティフナの断面内の圧縮応力は一様であるが、ウェブの片側にスティフナがある場合にはスティフナが曲がるので、断面内の圧縮応力は一様ではない。 f_U はウェブの中央面の位置における応力である。

$$f_U = - \frac{k f_s \tan \alpha_{DT}}{\frac{A_{Ue}}{dt} + 0.5(1-k)} \quad (\text{符号付き, 圧縮が負})$$

ここで、 α_{DT} ：不完全張力場の角度。

⑤で示すように、 α_{DT} は f_U と f_F の関数であるので、直接計算できないことに注意されたい。

A_{Ue} ：スティフナの有効断面積（ウェブは含めない）

ウェブの両側にスティフナがある場合はスティフナの断面積の合計。 $A_{Ue} = A_U$

ウェブの片側にスティフナがある場合は次の式による。

$$A_{Ue} = \frac{A_U}{1 + \frac{e^2}{\rho^2}}$$

A_U : スティフナの断面積, e : スティフナの中立軸とウェブの板厚中心の距離,
 I_U : スティフナの断面2次モーメント,

$$\rho: \text{スティフナの断面の回転半径}, \quad \rho = \sqrt{\frac{I_U}{A_U}}$$

スティフナの長さの中央で発生する最大圧縮応力 f_{Umax} とノミナル圧縮応力 f_U の比 $\frac{f_{Umax}}{f_U}$ は図 6-110 で表

される. 図 6-110 の横軸のパラメータ $\frac{d}{h_U}$ の h_U はスティフナとフランジを結合しているファスナの重心間

の距離である. 最大圧縮応力 f_{Umax} はスティフナの局所破壊の判定に使用される.

平均圧縮応力 f_{Uav} を次のように定義する. 平均圧縮応力はスティフナの柱の座屈判定に使用される.

$$f_{Uav} = \frac{f_U A_{Ue}}{A_U} \quad (\text{符号付き, 圧縮が負})$$

④ 張力場によってフランジに生じる軸圧縮応力

張力場によってフランジに生じる軸圧縮応力 f_F は次の式で表される.

$$f_F = -\frac{kf_s \cot \alpha_{IDT}}{\frac{2A_F}{h_e t} + 0.5(1-k)}$$

ここで, A_F : フランジの断面積 (ウェブは含めない)

⑤ 不完全張力場の角度

不完全張力場の角度 α_{IDT} は次の式で表される.

$$\tan^2 \alpha_{IDT} = \frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{\varepsilon - \varepsilon_U}$$

$$\text{ここで, } \varepsilon_F = \frac{f_F}{E_c}, \quad \varepsilon_U = \frac{f_U}{E_c}, \quad \varepsilon = \frac{f_s}{E} \left[\frac{2k}{\sin 2\alpha_{IDT}} + (1-k)(1+\nu) \sin 2\alpha_{IDT} \right]$$

E_c : フランジとスティフナの圧縮ヤング率

E : ウェブのヤング率

ν : ウェブのポアソン比

③④⑤の式を使って, 繰り返し計算をして α_{IDT} , f_F , f_U の値を決定する.

⑥ ウェブの最大ノミナルせん断応力

ウェブの最大ノミナルせん断応力 $f'_{s,max}$ は次の式で表される.

$$f'_{s,max} = f_s (1+k^2 C_1) (1+k C_2)$$

ここで, C_1 は角度 α_{IDT} と 45 度の差の補正係数で, 図 6-111 による.

C_2 はフランジの変形で生じる応力集中の補正係数で, 図 6-111 による.

C_2 を求めるためのフランジ剛性パラメータ αd は次のように定義されている.

$$\alpha d = d \sin \alpha_{IDT} \sqrt[4]{\left(\frac{1}{I_T} + \frac{1}{I_C} \right) \frac{t}{4h_e}}$$

ここで, I_T , I_C はそれぞれ引張側, 圧縮側のフランジの曲げ剛性である.

⑦ ウェブとフランジの結合荷重

ウェブとフランジの単位幅あたりの結合荷重 R'' は次の式で表される。

$$R'' = \frac{S}{h_R} (1 + 0.414k)$$

ここで、 h_R はウェブと上下フランジを結合するリベット列間の距離である。リベットが2列の場合はリベット列の重心位置間の距離とする。

⑧ スティフナとフランジの結合荷重

スティフナとフランジの結合荷重 P_U は次の式で表される。

$$P_U = f_U A_{Ue}$$

不完全張力場梁の許容応力計算式は以下のとおり。

⑨ ウェブの許容せん断応力

張力場係数 k の時のウェブの許容せん断応力 $F_{s,all}$ は実験的に求められており、文献[2-47]によると次の式で表される。この式は文献[2-45]のグラフと整合している。このウェブの許容応力はグロス応力（リベット穴の面積を控除しない）で表されていることに注意すること。この許容応力はウェブの最大せん断応力 $f_{s,max}$ と比較する。

$$F_{s,all} = 0.9F_{ty} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{F_{tu}}{F_{ty}} - 1 \right)^2 \right] \left[\frac{1}{2} + (1-k)^3 \left(\frac{F_{su}}{F_{tu}} - \frac{1}{2} \right) \right]$$

また、制限荷重においては有害な残留変形を生じないことが要求される。このため、文献[2-27]の B4.8 項によると、終極荷重における張力場係数を次の式の k_{max} 以下にすることが推奨されている。

$$k_{max} = 0.78 - (t - 0.012)^{0.5} \quad \text{ここで、ウェブ板厚 } t \text{ は inch で表した数値である。}$$

⑩ スティフナの強制クリッピング

スティフナにウェブから圧縮荷重がかかることにより、スティフナのウェブとの結合部が図 6-112 に示すような局所破壊を起こす。これを強制クリッピング破壊 (Forced Crippling) と呼ぶ。ウェブの片側にスティフナがある場合の強制クリッピング許容応力は次の式で表される (文献[2-47])。この許容応力はスティフナの最大作用応力 f_{Umax} と比較すること。

$$F_{fc} = 26.0F_{cy} \left[k^{\frac{2}{3}} \left(\frac{t_U}{t} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \frac{0.00182}{\sqrt{\frac{F_{cy}}{E_c} + 0.002}}$$

ここで、 t : ウェブの板厚、 t_U : スティフナの板厚、 F_{cy} : スティフナの圧縮降伏応力 (ksi)、 E_c : スティフナの圧縮ヤング率 (ksi)

この式の有効範囲は、 $k^{\frac{2}{3}} \left(\frac{t_U}{t} \right)^{\frac{1}{3}} < 1.3$ である。

ウェブの両側にスティフナがある場合の強制クリッピング許容応力は、ウェブの片側にスティフナがある場

合の許容応力の 1.24 倍の値を使う。

この許容応力が弾性限を超えている場合には塑性の補正をおこなう。

$$\eta = \frac{E_{sec}}{E_c} : \text{塑性補正係数}$$

ここで、 E_{sec} はスティフナの Secant Modulus

⑩ スティフナの柱の座屈

スティフナにウェブから圧縮荷重がかかることにより、スティフナが柱の座屈を起こす。クリッピングに関わる座屈破壊はすでに⑩でカバーされているので、ここでは長柱座屈（弾性限を超える場合は塑性座屈）をチェックすればよい。

スティフナの座屈有効長さ L_e は次の式で表わされる。

$$L_e = \frac{h_U}{\sqrt{1+k^2\left(3-2\frac{d}{h_U}\right)}} \quad (d < 1.5 h_U)$$

$$L_e = h_U \quad (d > 1.5 h_U)$$

ここで、 h_U は上下フランジとスティフナを結合しているファスナ・パターンの重心間の距離。

(a) ウェブの片側にスティフナがある場合

スティフナの柱としての破壊または過大な変形を防ぐためには、

- ノミナル圧縮応力 f_U が F_{cy} を超えないこと
- 平均圧縮応力 f_{Uav} が細長比 $h_U/2\rho$ の柱の座屈応力 F_{column} を超えないこと。座屈応力が弾性限を超える場合は、短柱の塑性座屈を計算すること（6.5.2.7 参照）。

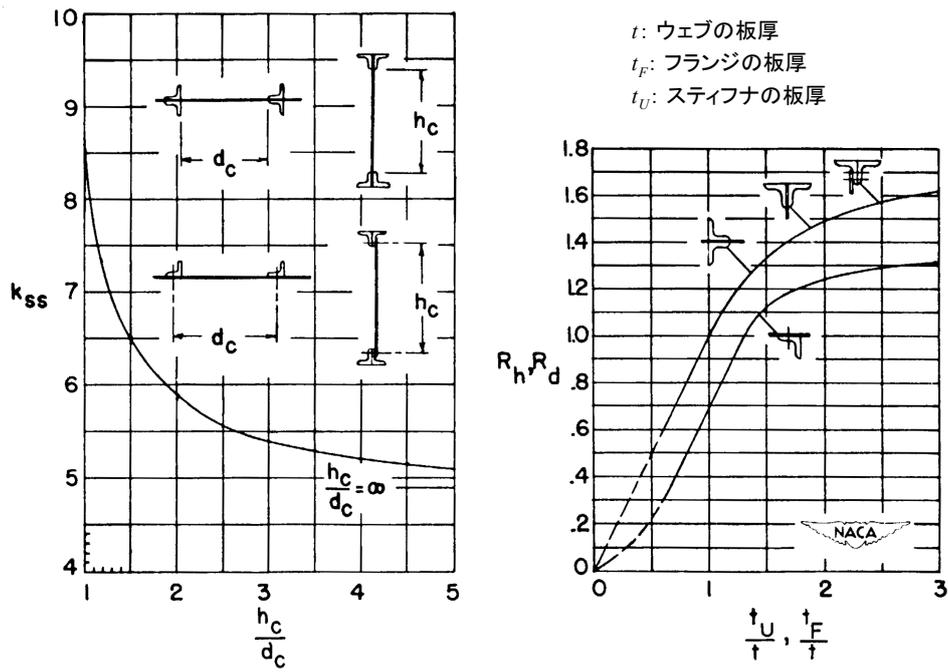
$$F_{column} = \frac{\pi^2 E_c}{(h_U/2\rho)^2}$$

(b) ウェブの両側にスティフナがある場合

スティフナの柱としての破壊を防ぐためには、平均圧縮応力（=ノミナル圧縮応力） f_{Uav} （= f_U ）が細長比 L_e/ρ の柱の座屈応力 F_{column} を超えないこと。座屈応力が弾性限を超える場合は、短柱の塑性座屈を計算すること（6.5.2.7 参照）。

$$F_{column} = \frac{\pi^2 E_c}{(L_e/\rho)^2}$$

以上に示した作用応力計算式と許容応力計算式を使って半張力場梁の強度計算ができる。強度計算の手順を図 6-113 に示す。この図中の①～⑩は上記の計算式の項目番号を示している。



文献[2-45]より

図 6-108 組立梁のウェブのせん断座屈係数

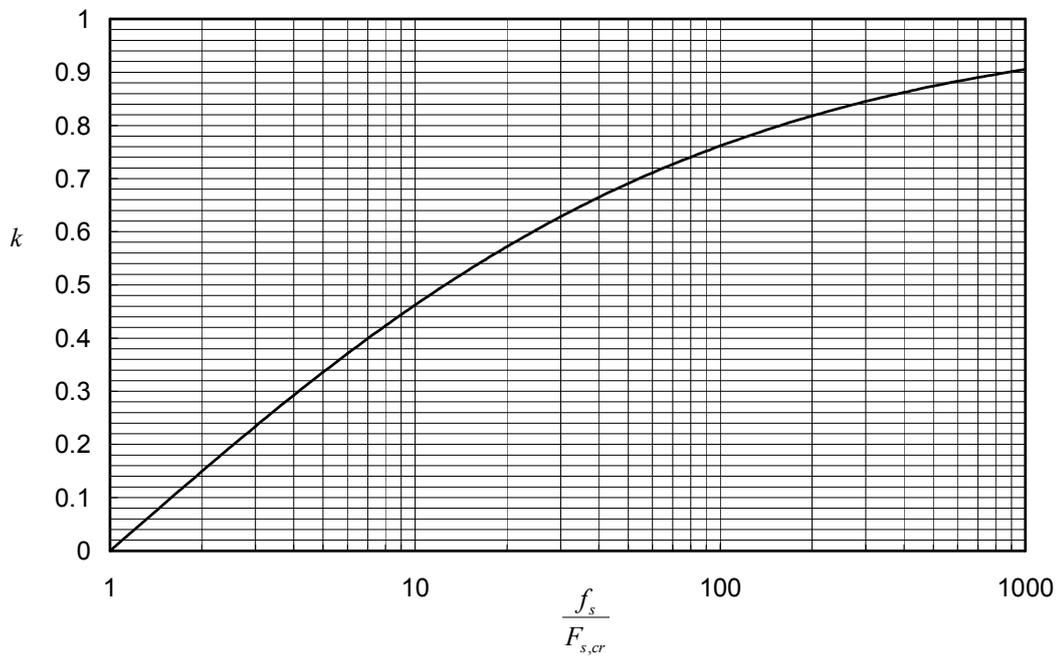
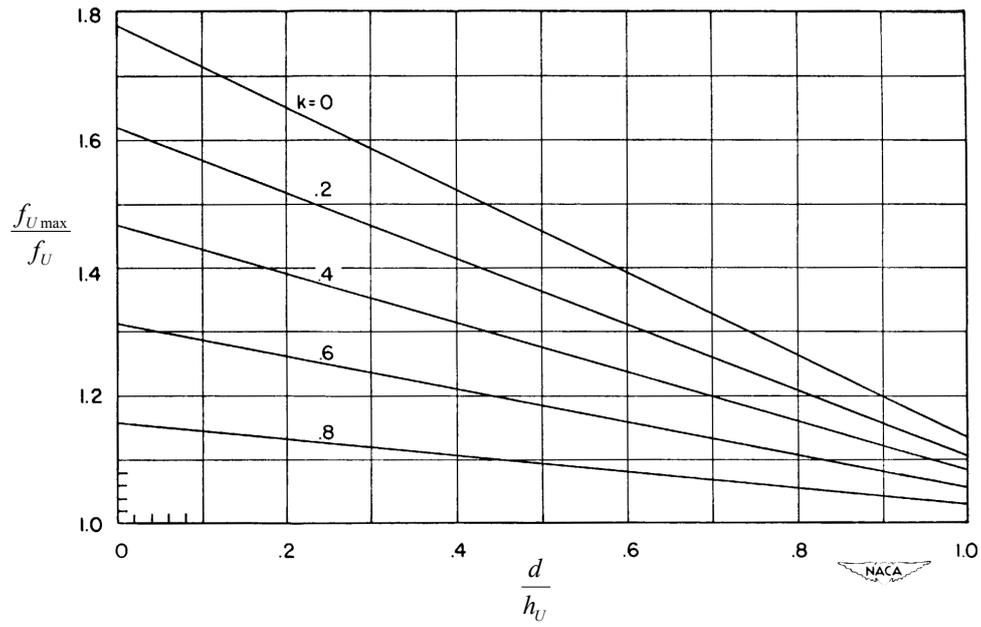
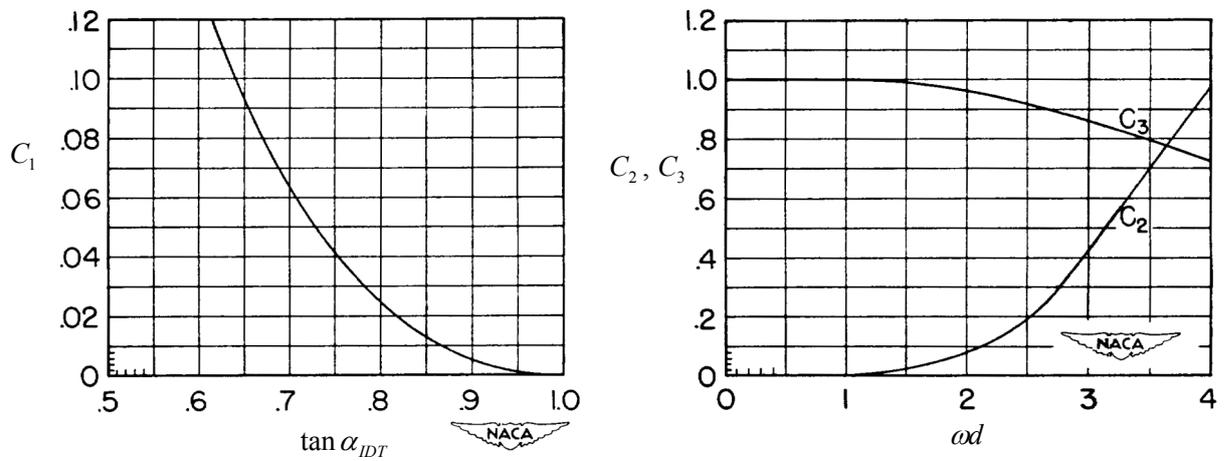


図 6-109 張力場係数



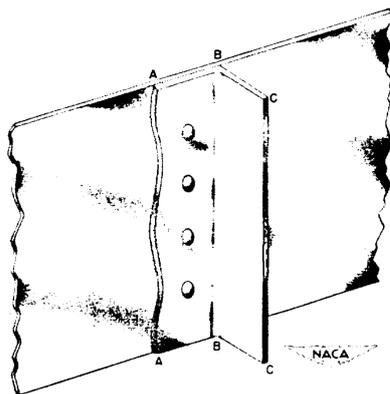
文献[2-45]より

図 6-110 スティフナの最大圧縮応力



文献[2-45]より

図 6-111 ウェブの最大せん断応力の補正係数



文献[2-45]より

図 6-112 スティフナの強制クリッピング破壊

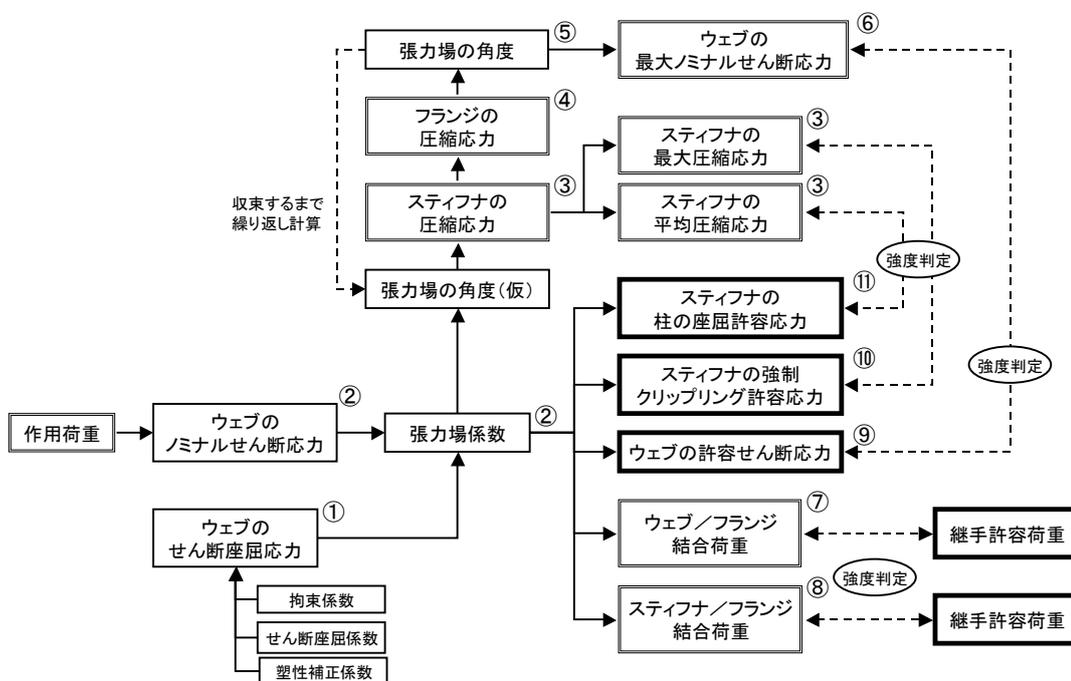


図 6-113 半張力場梁の強度計算の手順

(5) 不完全張力場梁の強度計算例

図 6-114 に示す不完全張力場梁の強度を計算する。この例題は文献[2-25]に載っている例題である。なお、以下の計算では、フランジの強度計算は省略した。

● 材料

ウェブ : 7075-T6 Clad, .040 inch t

$E = 10300 \text{ ksi}$, $E_c = 10500 \text{ ksi}$, $\nu = 0.33$

$F_{tu} = 75 \text{ ksi (B-basis)}$, $F_{ly} = 66 \text{ ksi (B-basis)}$, $F_{cy} = 65 \text{ ksi (B-basis)}$, $F_{su} = 45 \text{ ksi (B-basis)}$

スティフナ, フランジ : 7075-T73 Extrusion

$E = 10400 \text{ ksi}$, $E_c = 10700 \text{ ksi}$, $\nu = 0.33$

$F_{tu} = 72 \text{ ksi (B-basis)}$, $F_{ly} = 61 \text{ ksi (B-basis)}$, $F_{cy} = 61 \text{ ksi (B-basis)}$, $F_{su} = 39 \text{ ksi (B-basis)}$

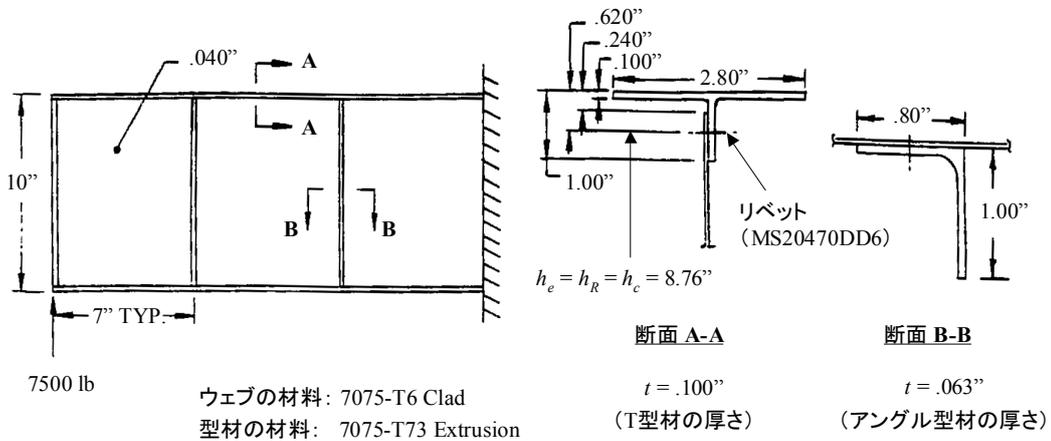


図 6-114 張力場梁の例題

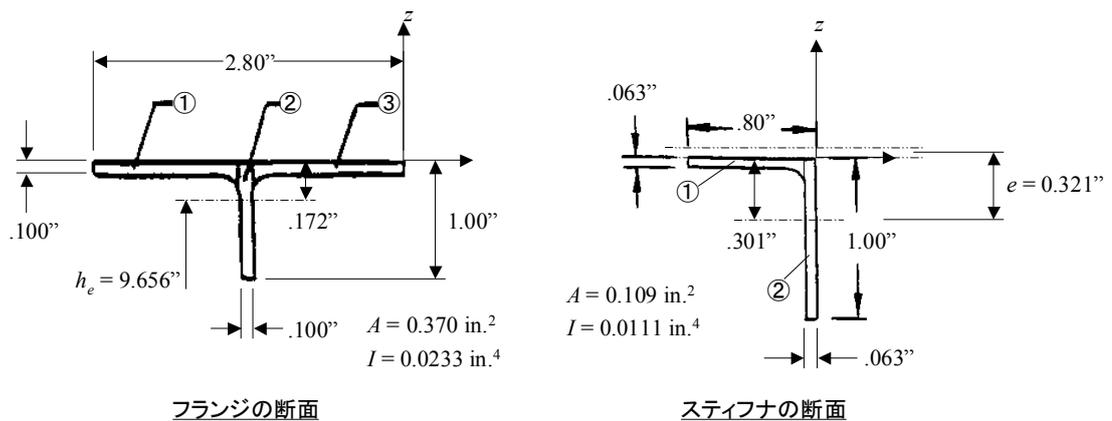


図 6-115 フランジとスティフナの断面形状

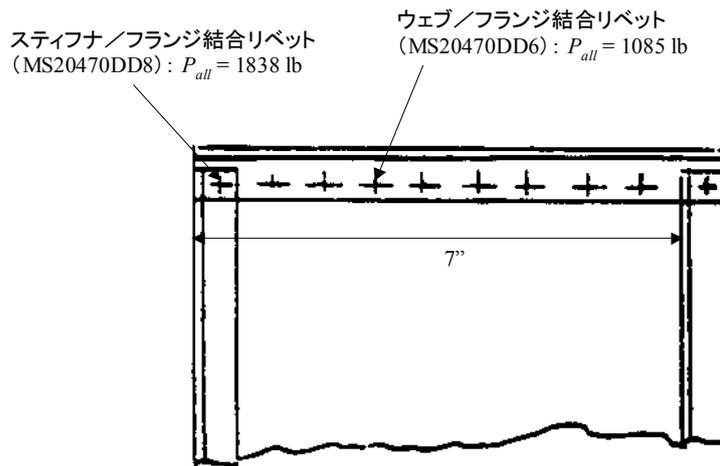


図 6-116 結合ファスナと結合強度

- フランジとスティフナの断面特性の計算
フランジとスティフナの断面形状を図 6-115 に示す。断面特性の計算を下に示す。

フランジの断面特性

Element	b (in.)	h (in.)	z (in.)	A (in. ²)	A*z (in. ³)	A*z ² (in. ⁴)	I0 (in. ⁴)
1	1.35	0.1	-0.05	0.135	-0.0068	0.0003375	0.0001125
2	0.1	1	-0.5	0.1	-0.05	0.025	0.0083333
3	1.35	0.1	-0.05	0.135	-0.0068	0.0003375	0.0001125
Sum	--	--	--	0.37	-0.0635	0.025675	0.0085583

\bar{z}	=	-0.1716	in.
A	=	0.3700	in. ²
I	=	0.02334	in. ⁴
ρ	=	0.2511	in.

スティフナの断面特性

Element	b (in.)	h (in.)	z (in.)	A (in. ²)	A*z (in. ³)	A*z ² (in. ⁴)	I0 (in. ⁴)
1	0.737	0.063	-0.0315	0.04643	-0.0015	4.6071E-05	1.536E-05
2	0.063	1	-0.5	0.063	-0.0315	0.01575	0.00525
Sum	--	--	--	0.10943	-0.033	0.01579607	0.0052654

\bar{z}	=	-0.3012	in.
A	=	0.1094	in. ²
I	=	0.01113	in. ⁴
ρ	=	0.3190	in.

● ウェブのせん断座屈応力の計算

ウェブのせん断座屈応力を計算する (①).

$$\frac{t_F}{t} = \frac{0.100}{0.040} = 2.5, \quad \frac{t_U}{t} = \frac{0.063}{0.040} = 1.575 \quad \text{だから, 図 6-108 より,}$$

ウェブ/フランジ結合の拘束係数は $R_d = 1.30$, ウェブ/スティフナ結合の拘束係数は $R_h = 1.15$ である.

$$h_c = 10 - 0.620 \times 2 = 8.76 \text{ inch}, \quad d_c = 7.00 \text{ inch} \quad \text{だから, } \frac{h_c}{d_c} = \frac{8.76}{7.00} = 1.251$$

図 6-108 より, $k_{ss} = 7.00$ となり, せん断座屈応力は次のように計算される.

$$\begin{aligned} F_{s,cr} &= k_{ss} E \left(\frac{t}{d_c} \right)^2 \left[R_h + \frac{1}{2} (R_d - R_h) \left(\frac{d_c}{h_c} \right)^3 \right] \\ &= 7.00 \times 10300 \times \left(\frac{0.040}{7.00} \right)^2 \left[1.15 + \frac{1}{2} (1.30 - 1.15) \left(\frac{7.00}{8.76} \right)^3 \right] = 2.798 \text{ ksi} \end{aligned}$$

この座屈応力は弾性範囲にある.

● 作用せん断荷重 7500 lb のとき

作用せん断荷重 7500 lb のときの作用応力と許容応力の計算を以下に示す.

② ウェブのノミナルせん断応力と張力場係数

ウェブのノミナルせん断応力 f_s は, $h_e = 10 - 0.172 \times 2 = 9.656 \text{ inch}$ だから,

$$f_s = \frac{S}{h_e t} = \frac{7500}{9.656 \times 0.040} = 19.42 \text{ ksi}$$

張力場係数 k は,

$$k = \tanh \left(0.5 \log_{10} \frac{f_s}{F_{s,cr}} \right) = \tanh \left(0.5 \log_{10} \frac{19.42}{2.798} \right) = 0.398$$

③ スティフナの圧縮応力

スティフナの有効断面積は,

$$A_{Ue} = \frac{A_U}{1 + \frac{e^2}{\rho^2}} = \frac{0.109}{1 + \left(\frac{0.321}{0.319} \right)^2} = 0.0542 \text{ inch}^2$$

スティフナの高さ h_U は,

$$h_U = 10 - 0.620 \times 2 = 8.76 \text{ inch}$$

張力場の角度を $\alpha_{IDT} = 41.54$ 度と仮定すると (図 6-113 に示す③~⑤の繰り返し計算が収束した後の値),

スティフナのノミナル圧縮応力 f_U は,

$$f_U = - \frac{k f_s \tan \alpha_{IDT}}{\frac{A_{Ue}}{dt} + 0.5(1-k)} = - \frac{0.398 \times 19.42 \times \tan(41.54^\circ)}{\frac{0.0542}{7.00 \times 0.040} + 0.5 \times (1 - 0.398)} = -13.85 \text{ ksi}$$

最大圧縮応力 f_{Umax} とノミナル圧縮応力 f_U の比 $\frac{f_{Umax}}{f_U}$ は, $\frac{d}{h_U} = \frac{7.00}{8.76} = 0.799$ と $k = 0.398$ より 図

6-110 から読みとると, $\frac{f_{Umax}}{f_U} = 1.16$ だから,

$$f_{Umax} = -1.16 \times 13.85 = -16.1 \text{ ksi}$$

平均圧縮応力 f_{Uav} は,

$$f_{U_{av}} = \frac{f_U A_{Ue}}{A_U} = \frac{-13.85 \times 0.0542}{0.109} = -6.89 \text{ ksi}$$

④ 張力場によってフランジに生じる軸圧縮応力

張力場によってフランジに生じる軸圧縮応力 f_F は、

$$f_F = -\frac{kf_s \cot \alpha_{IDT}}{\frac{2A_F}{h_e t} + 0.5(1-k)} = -\frac{0.398 \times 19.42 \times \cot 41.54^\circ}{\frac{2 \times 0.370}{9.656 \times 0.040} + 0.5 \times (1 - 0.398)} = -3.94 \text{ ksi}$$

⑤ 不完全張力場の角度

歪を計算すると、

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{f_s}{E} \left[\frac{2k}{\sin 2\alpha_{IDT}} + (1-k)(1+\nu) \sin 2\alpha_{IDT} \right] \\ &= \frac{19.42}{10300} \left[\frac{2 \times 0.398}{\sin(2 \times 41.54^\circ)} + (1 - 0.398) \times (1 + 0.33) \times \sin(2 \times 41.54^\circ) \right] = 0.003010 \end{aligned}$$

$$\varepsilon_U = \frac{f_U}{E_c} = \frac{-13.85}{10700} = -0.001294$$

$$\varepsilon_F = \frac{f_F}{E_c} = \frac{-3.94}{10700} = -0.0003682$$

不完全張力場の角度 α_{IDT} は、

$$\tan^2 \alpha_{IDT} = \frac{\varepsilon - \varepsilon_F}{\varepsilon - \varepsilon_U} = \frac{0.003010 + 0.0003682}{0.003010 + 0.001294} = 0.7849 \text{ より, } \alpha_{IDT} = 41.54^\circ$$

となり、収束していることが確認できた。

⑥ ウェブの最大ノミナルせん断応力

フランジ剛性パラメータ αd は、

$$\alpha d = d \sin \alpha_{IDT} \sqrt{\left(\frac{1}{I_T} + \frac{1}{I_C} \right) \frac{t}{4h_e}} = 7.00 \times \sin 41.54^\circ \times \sqrt{\left(\frac{1}{0.0233} + \frac{1}{0.0233} \right) \times \frac{0.040}{4 \times 9.656}} = 2.53$$

張力場の角度より、 $\tan \alpha_{IDT} = \tan 41.54^\circ = 0.886$ だから、

図 6-111 より、 $C_1 = 0.006$ 、 $C_2 = 0.20$

ウェブの最大ノミナルせん断応力 $f'_{s,max}$ は、

$$f'_{s,max} = f_s (1 + k^2 C_1) (1 + k C_2) = 19.42 \times (1 + 0.398^2 \times 0.006) \times (1 + 0.398 \times 0.20) = 21.0 \text{ ksi}$$

⑦ ウェブとフランジの結合荷重

ウェブとフランジの単位幅あたりの結合荷重 R'' は、 $h_R = 10 - 0.620 \times 2 = 8.76 \text{ inch}$ だから、

$$R'' = \frac{S}{h_R} (1 + 0.414k) = \frac{7500}{8.76} \times (1 + 0.414 \times 0.398) = 997 \text{ lb/inch}$$

ファスナ 1 本あたりの結合荷重 P は、結合長さ $d = 7 \text{ inch}$ でファスナ 9 本で結合しているから (図 6-116)、

$$P = \frac{R'' d}{9} = \frac{997 \times 7}{9} = 775 \text{ lb}$$

⑧ スティフナとフランジの結合荷重

スティフナとフランジの結合荷重 P_U は、

$$P_U = f_U A_{Ue} = -13.85 \times 0.0542 \times 1000 = -751 \text{ lb}$$

⑨ ウェブの許容せん断応力

ウェブの許容せん断応力 $F_{s,all}$ は,

$$F_{s,all} = 0.9F_{ty} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{F_{tu}}{F_{ty}} - 1 \right)^2 \right] \left[\frac{1}{2} + (1-k)^3 \left(\frac{F_{su}}{F_{tu}} - \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$= 0.9 \times 66 \times \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{75}{66} - 1 \right)^2 \right] \left[\frac{1}{2} + (1-0.398)^3 \left(\frac{45}{75} - \frac{1}{2} \right) \right] = 31.3 \text{ ksi}$$

⑩ スティフナの強制クリッピング許容応力

ウェブの片側にスティフナがある場合の強制クリッピング許容応力 F_{fc} は,

$$F_{fc} = 26.0F_{cy} \left[k^{\frac{2}{3}} \left(\frac{t_U}{t} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \frac{0.00182}{\sqrt{\frac{F_{cy}}{E_c} + 0.002}} = 26.0 \times 61 \times \left[0.398^{\frac{2}{3}} \left(\frac{0.063}{0.040} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \times \frac{0.00182}{\sqrt{\frac{61}{10700} + 0.002}} = 20.7 \text{ ksi}$$

⑪ スティフナの柱の座屈

ウェブの片側にスティフナがある場合なので、細長比 $h_U/2\rho$ の柱の座屈応力 F_{column} は,

$$h_U/2\rho = \frac{8.76}{2 \times 0.319} = 13.7$$

$$F_{column} = \frac{\pi^2 E_c}{(h_U/2\rho)^2} = \frac{\pi^2 \times 10700}{(13.7)^2} = 563 \text{ ksi}$$

この応力は弾性限界以上なので、塑性座屈を計算する。7075-T73 型材の塑性座屈のチャートを図 6-117 に示す。このチャートから、塑性座屈応力は次のようになる。

$$F_{column} = 71 \text{ ksi}$$

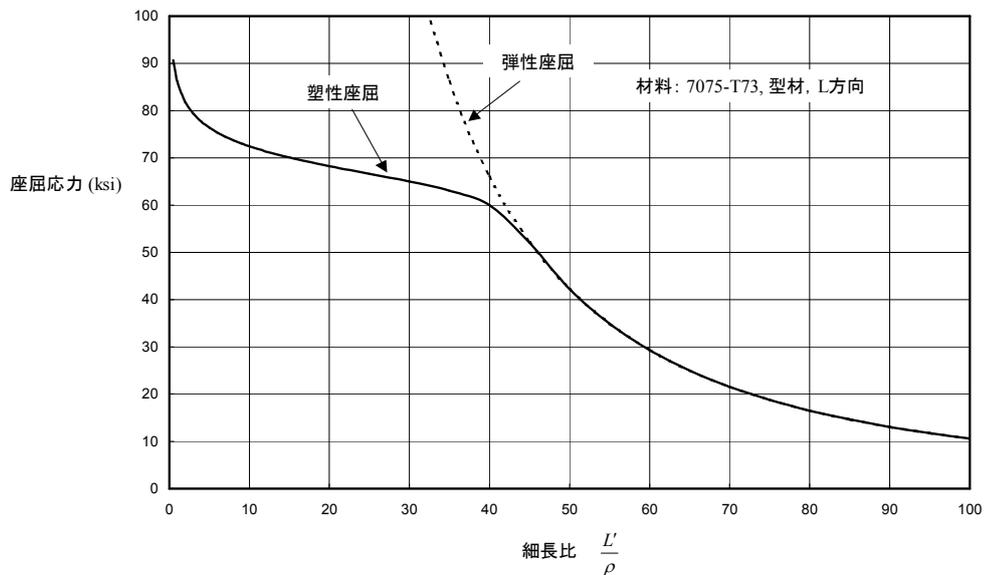


図 6-117 スティフナの座屈チャート

⑫ ウェブとフランジ結合許容荷重

ウェブとフランジの結合は MS20470DD6 リベットで、1本あたりの許容荷重は $P_{all} = 1085$ lb である(図 6-116).

⑬ スティフナとフランジ結合許容荷重

スティフナとフランジの結合は MS20470DD8 リベットで、1本あたりの許容荷重は $P_{all} = 1838$ lb である(図 6-116).

以上の計算結果をまとめると表 6-15 のようになる。この表は設計荷重 $P = 7500$ lb のときの計算結果であるが、作用荷重と応力は線形関係にはない。したがって、強度余裕は $M.S. = \frac{F_{s,all}}{f'_{s,max}} - 1$ では計算できない。作用荷重を

変化させて作用応力と許容応力を計算し、作用応力と許容応力が等しくなったときの作用荷重と設計荷重から強度余裕を計算する必要がある。表 6-16 に作用荷重を変化させて計算した結果を示す。ウェブのせん断に対する強度余裕を計算するには、作用荷重に対する最大ノミナルせん断応力 $f'_{s,max}$ と許容せん断応力 $F_{s,all}$ のグラフを描き(図 6-118), 両者が一致する作用荷重が許容荷重 $P_{all} = 10900$ lb である。強度余裕は、

$$M.S. = \frac{P_{all}}{P} - 1 = \frac{10900}{7500} - 1 = 0.45$$

となる。

同様に、スティフナの強制クリッピング破壊に関する強度余裕は、図 6-119 より、

$$M.S. = \frac{P_{all}}{P} - 1 = \frac{19200}{7500} - 1 = 0.23$$

である。その他の破壊モードに関する強度余裕も表 6-16 をグラフ化して許容荷重を求めることによって計算できる。

表 6-15 張力場梁の計算のまとめ

設計荷重	P (lb)		7500	
張力場係数	k		0.398	
—	作用応力または荷重		許容応力または荷重	
ウェブせん断	$f'_{s,max}$ (ksi)	21.0	$F_{s,all}$ (ksi)	31.3
スティフナ強制クリッピング	f_{Umax} (ksi)	16.1	F_{fc} (ksi)	20.7
スティフナ圧縮	f_U (ksi)	13.9	F_{cy} (ksi)	61
スティフナ座屈	f_{Jav} (ksi)	6.89	F_{column} (ksi)	71
ウェブ/フランジ結合	Privet (lb)	775	Privet,all (lb)	1085
スティフナ/フランジ結合	PU (lb)	751	PU,all (lb)	1838

表 6-16 作用荷重を変化させて計算した作用応力と許容応力

作用荷重	P (lb)	設計荷重								
		7500	8000	8500	9000	9500	10000	10500	11000	
張力場係数	k	0.398	0.409	0.420	0.430	0.440	0.449	0.457	0.465	
ウェブの最大ノミナルせん断応力	f _{smax} (ksi)	21.0	22.4	23.9	25.3	26.8	28.2	29.7	31.2	
ウェブの許容せん断応力	F _s (ksi)	31.3	31.2	31.1	31.1	31.0	31.0	30.9	30.9	
スティフナの最大圧縮応力	f _{Umax} (ksi)	16.1	17.8	19.4	21.2	23.0	24.7	26.6	28.5	
強制クリッピング許容応力	F _{fc} (ksi)	20.7	21.1	21.5	21.8	22.1	22.4	22.7	23.0	
スティフナの圧縮応力	f _U (ksi)	13.9	15.3	16.8	18.4	20.0	21.6	23.3	25.0	
スティフナの圧縮降伏応力	F _{cy} (ksi)	61.0	61.0	61.0	61.0	61.0	61.0	61.0	61.0	
スティフナの平均圧縮応力	f _{Uave} (ksi)	6.89	7.61	8.37	9.15	9.94	10.75	11.58	12.45	
スティフナの座屈許容応力	F _{column} (ksi)	71.0	71.0	71.0	71.0	71.0	71.0	71.0	71.0	
ウェブ/フランジ結合荷重/リベット	Privet (lb)	775	831	886	941	997	1053	1109	1165	
ウェブ/フランジ結合許容荷重	Privet,all (lb)	1085	1085	1085	1085	1085	1085	1085	1085	
スティフナ/フランジ結合荷重	PU (lb)	751	830	912	997	1084	1172	1262	1357	
スティフナ/フランジ結合許容荷重	PU,all (lb)	1838	1838	1838	1838	1838	1838	1838	1838	

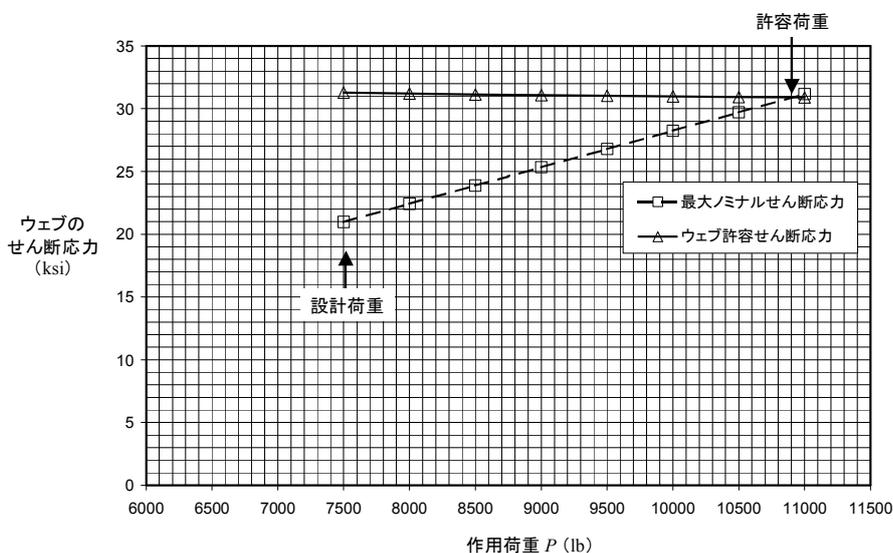


図 6-118 作用荷重とウェブのせん断応力，せん断許容応力との関係

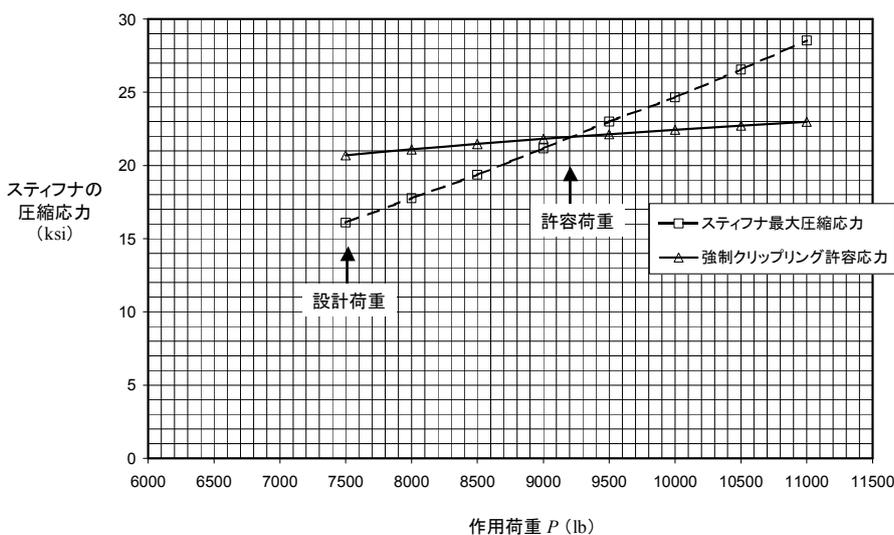


図 6-119 作用荷重とスティフナの圧縮応力，強制クリッピング許容応力との関係

6.5.7 圧縮荷重を受ける補強パネル

圧縮荷重を受ける板（スキン）の強度を向上するために、荷重方向に補強材（スティフナ Stiffener, ストリンガ Stringer）を配置した構造（補強パネル Stiffened Panel）が用いられる（図 6-120）。補強材は圧縮軸力を受け持つとともに、板を区切って板の座屈応力を上げる役目を持っている。補強パネルは、翼の外板や胴体外板に用いられており、補強パネルの周囲は、桁、リブやフレームで支持される。実際の構造では、面内圧縮荷重の他に面内せん断荷重や面外荷重が負荷されるが、ここでは主荷重である面内圧縮荷重に対する強度計算方法を説明する。その他の荷重が負荷される場合については、Bruhn の教科書（文献[1-4]）等を参照されたい。

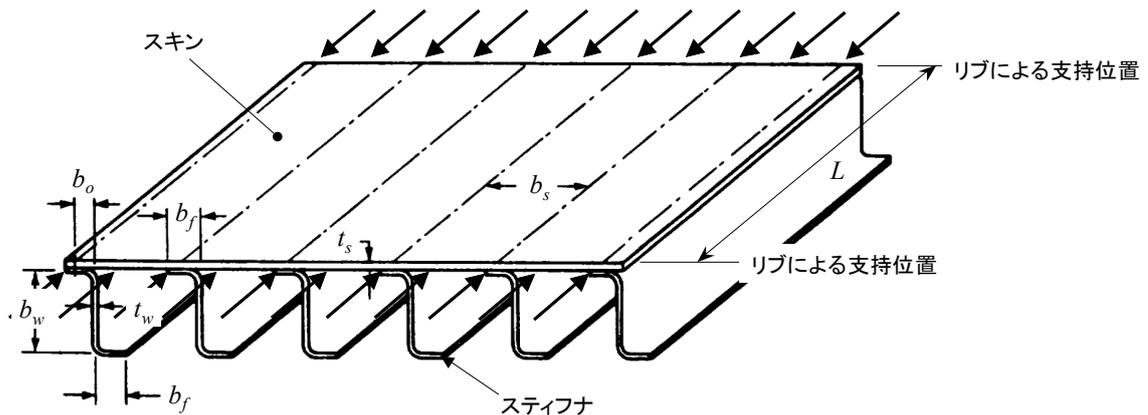


図 6-120 圧縮荷重を受ける補強パネル

6.5.7.1 圧縮荷重を受ける補強平板パネルの破壊モード

補強パネルの破壊モードは、①全体座屈（General Instability, General Buckling）と ②局所座屈（Local Instability, Local Buckling）がある（図 6-121）。全体座屈が起きると補強パネルはそれ以上荷重を受け持てないので、全体座屈は破壊である。局所座屈の場合は、局所座屈が起きてもそれ以上の荷重に耐荷することがある。補強パネルの破壊モードは、補強パネルの構成要素の寸法（板の厚さ、スティフナ・ピッチ、スティフナの寸法）によって異なるので、強度計算では破壊モードを見落とさないようにすることが重要である。圧縮荷重を受ける補強平板パネルの破壊モードを図 6-122 に示す。この図に示すように、板の局所座屈が最初に起こる場合は、座屈後（Post-Buckling）も圧縮荷重に耐荷する。

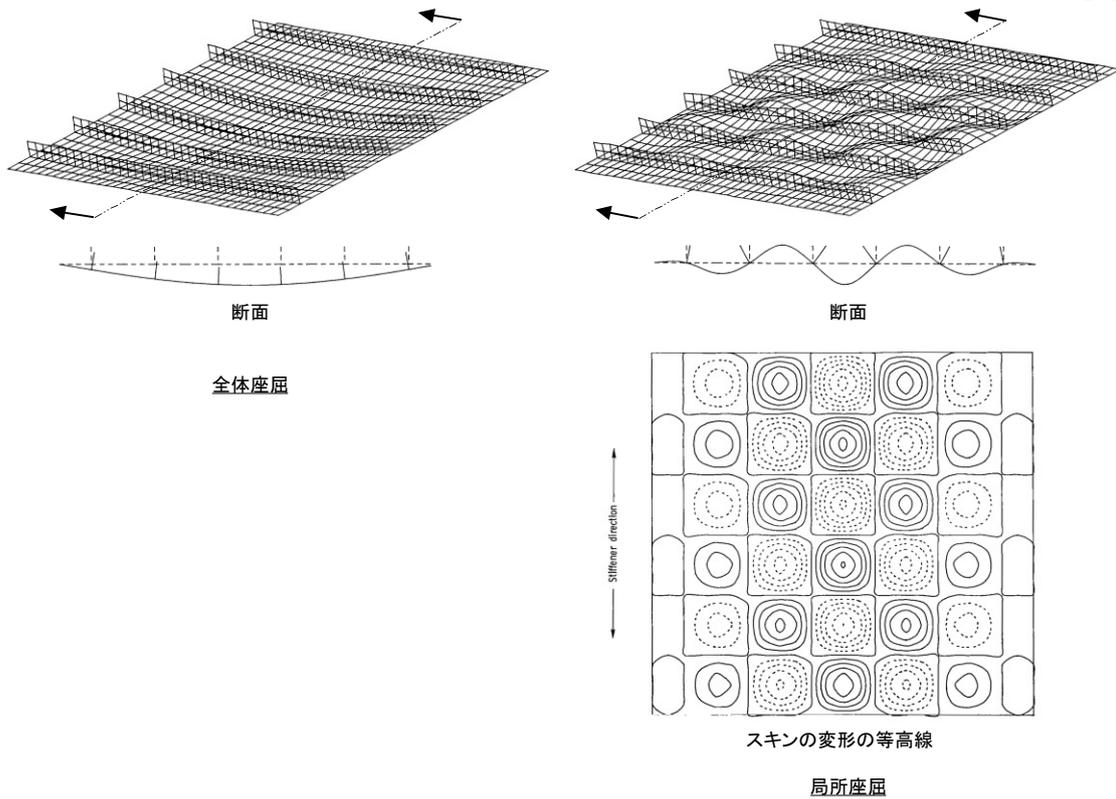


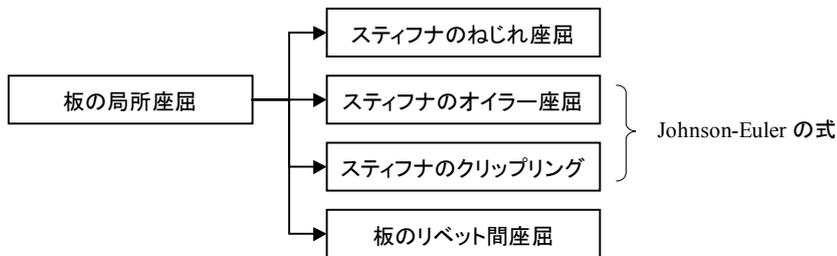
図 6-121 補強パネルの座屈変形

パネルの全体座屈

リブ間で支持されるスティフナのオイラー座屈であり、

- ① 板の剛性に比べてスティフナの剛性が低く、スティフナや板が局所座屈する前にパネルが異方性板として座屈する場合、
- ② リブ間隔が大きい場合、に起きる。

全体座屈が起きると、これ以上の荷重を受け持てない。



板の剛性に比べてスティフナの剛性が高く、板の局所座屈が最初に起きる場合。

板が局所座屈した後も、スティフナが圧縮荷重を受け持つため、座屈後も「板の有効幅+スティフナ」が耐荷する。

スティフナの局所座屈／クリップリング

板が局所座屈する前、またはパネルの全体座屈が起きる前にスティフナが局所座屈する場合、スティフナのピッチが小さいパネルで起こりやすい。

スティフナの局所座屈が最初に起きると、これ以上の荷重を受け持てない。

板のリベット間座屈

スティフナと板を結合しているリベット間隔が大きく、リベット間の板の座屈が最初に起きる場合。

リベット間座屈が最初に起きると、これ以上の荷重を受け持てない。リベットピッチを小さくすれば防げるので、この破壊モードを起こさないように設計すべき。

図 6-122 圧縮を受ける補強パネルの破壊モード

6.5.7.2 補強平板パネルの圧縮局所座屈

局所座屈の変形は、スティフナとスキンが交差する線が直線を保ったままで、スキンとスティフナが面外に変形する形をとる(図 6-123)。①スキンの座屈：スティフナの断面形状の変形がなく(ねじれはある)、スキンが大きく変形する場合、②スティフナの座屈：スティフナの断面形状が変形し、スキンがほとんど変形しない場合、の2つの場合がある。これらの変形様式は、補強パネルの寸法のプロポーションによる。①の座屈変形様式は、スキンの剛性に比べてスティフナの剛性が高い場合に起こる。②の座屈変形様式は、スティフナの剛性に比べてスキンの剛性が高い場合に起こる。②の座屈変形様式は、主に軸力を受け持つ部材であるスティフナの座屈が先に起こり荷重を受け持たなくなるので好ましくない。

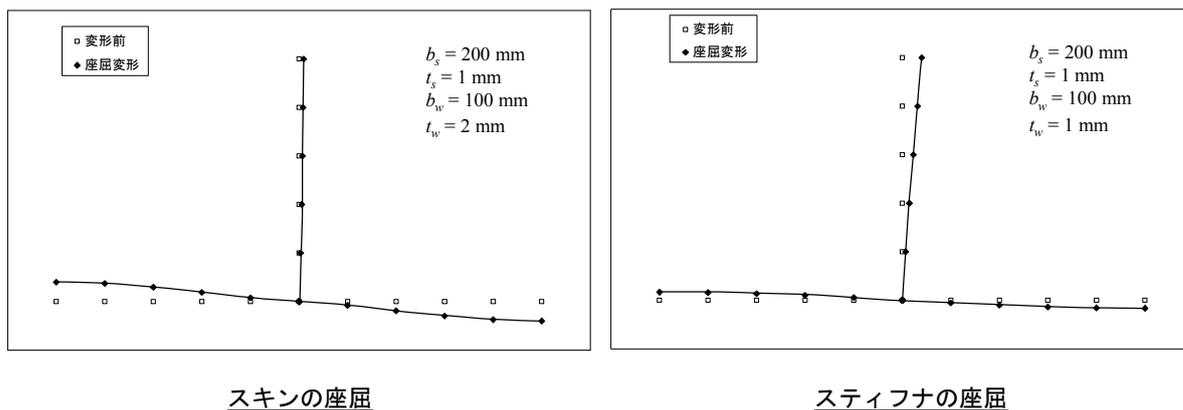


図 6-123 補強パネルの局所座屈変形

補強パネルの局所座屈荷重を計算する以下の方法について説明する。

- (1) 局所座屈係数のチャート(文献[2-50], [2-51])
- (2) Yusuffの計算式(文献[2-53])

(1) 補強パネルの局所座屈係数のチャート

一体削り出し補強パネル(ブレード型スティフナ, Z型スティフナ, I型スティフナ)の局所座屈係数のチャートを図 6-124, 図 6-125, 図 6-126 に示す(文献[2-50], [2-51]による)。座屈応力は次の式で表される。

$$F_{cr} = \eta \frac{k_c \pi^2 E}{12(1 - \nu_e^2)} \left(\frac{t_s}{b_s} \right)^2$$

ここで,

η : 塑性補正係数 (Plasticity Reduction Factor)

k_c : 圧縮座屈係数 (Buckling Coefficient)

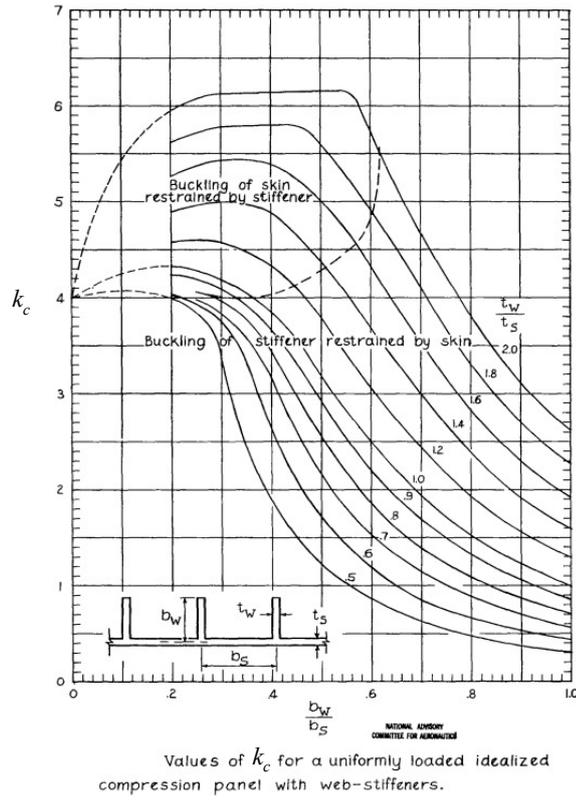
E : ヤング率 (Young's Modulus)

ν_e : ポアソン比 (Poisson's Ratio)

t_s : スキンの板厚 (Thickness)

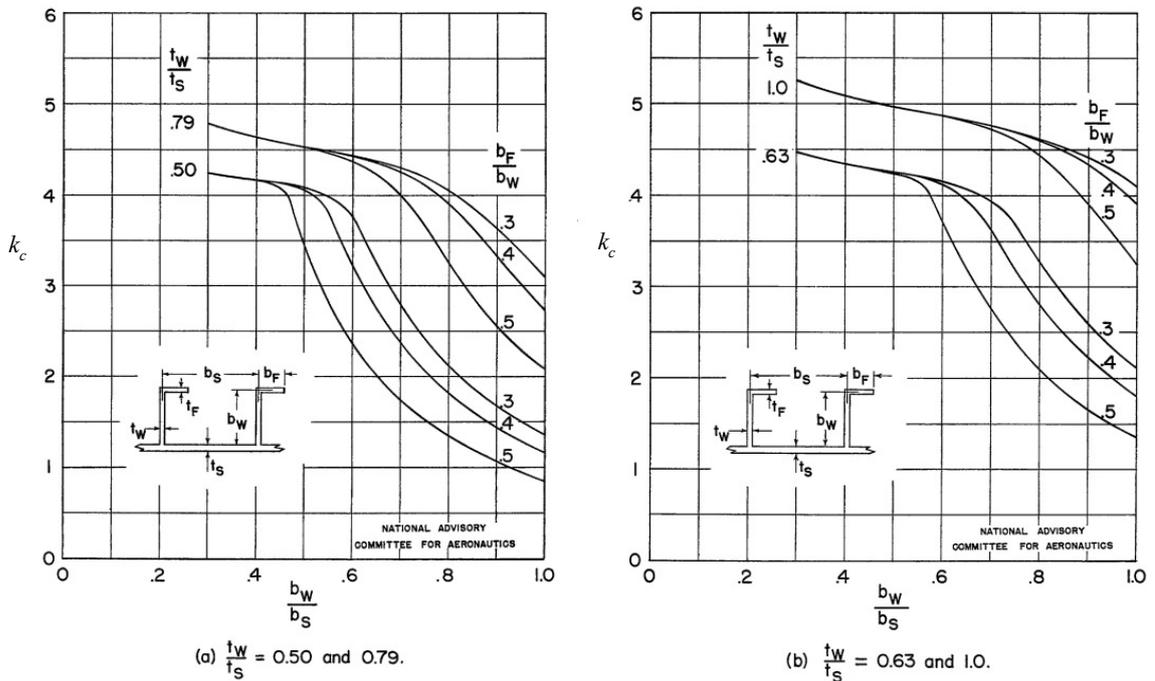
b_s : スキンの幅 (Width)

塑性補正係数は、図 6-79 の下の図を使用すること(文献[2-49])。



文献[2-51]より

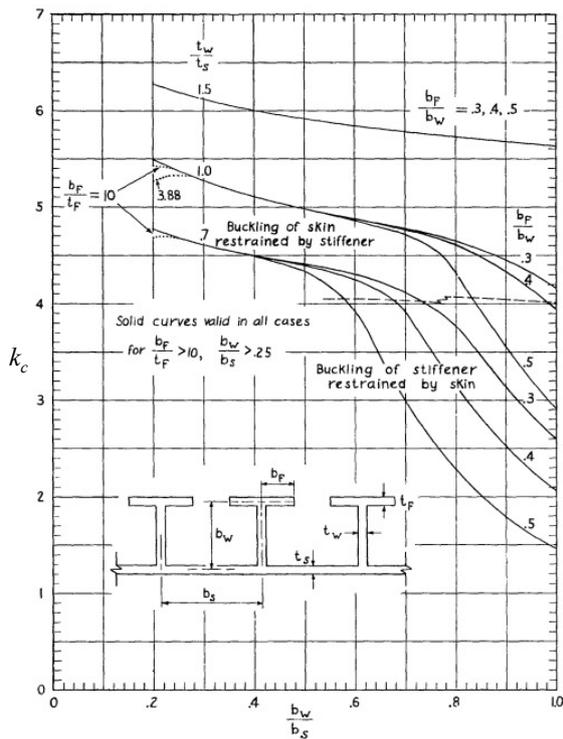
図 6-124 ブレード型スティフナ付き補強パネルの圧縮座屈係数



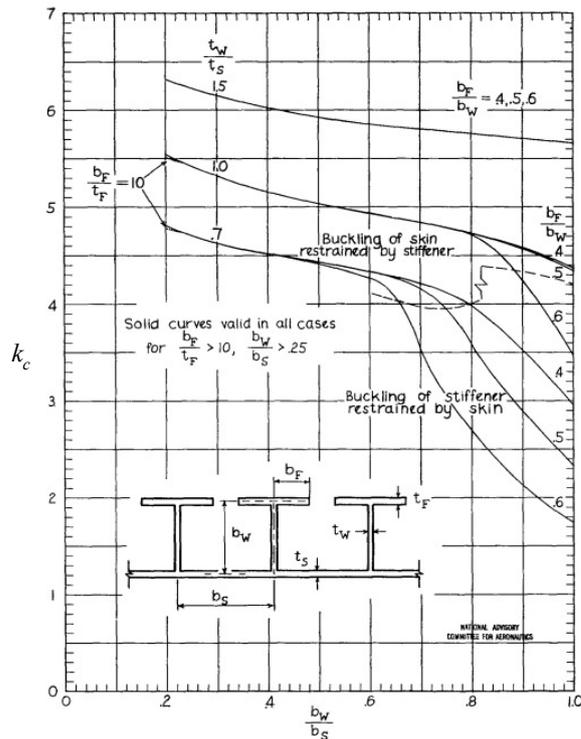
Values of k_c for a uniformly loaded idealized compression panel with Z-section stiffeners, $\frac{t_w}{t_s} = 1.0$.

文献[2-50]より

図 6-125 Z型スティフナ付き補強パネルの圧縮座屈係数



Values of k_c for a uniformly loaded idealized compression panel with T-stiffeners, $t_w/t_F = 1.0$



Values of k_c for a uniformly loaded idealized compression panel with T-stiffeners, $t_w/t_F = 0.7$

文献[2-51]より

図 6-126 I型スティフナ付き補強パネルの圧縮座屈係数

(2) Yusuff の座屈計算式

Yusuff (文献[2-53]) は, 補強パネルのスティフナをねじり剛性と曲げ剛性を持つ柱としてスキンの面内に埋め込んだモデル (図 6-127) として扱い, 座屈応力を求める計算式を導いた. この式は, 全体座屈と局所座屈の両方を計算することができる. 局所座屈を計算するには, 短い座屈波長 L/m を選べばよい.

$$\begin{aligned} & \phi^3 \psi \theta + \frac{\phi^4 \theta}{4\mu} \left[\sqrt{\phi(\psi + \phi)} \tanh \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{\phi(\psi + \phi)} \right\} + \sqrt{\phi(\psi - \phi)} \tanh \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{\phi(\psi - \phi)} \right\} \right] \\ & - \frac{\phi \psi}{\mu} \left[\sqrt{\phi(\psi + \phi)} \tanh \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{\phi(\psi + \phi)} \right\} \times \sqrt{\phi(\psi - \phi)} \tanh \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{\phi(\psi - \phi)} \right\} \right] \\ & - \sqrt{\phi(\psi - \phi)} \{ \psi + (1 - \nu) \phi \}^2 \tanh \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{\phi(\psi - \phi)} \right\} - \sqrt{\phi(\psi + \phi)} \{ \psi - (1 - \nu) \phi \}^2 \tanh \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{\phi(\psi + \phi)} \right\} = 0 \end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{m\pi b_s}{L}, \quad \mu = \frac{b_s D}{GJ_{ST}}, \quad \psi = b_s \sqrt{\frac{t_s F_{cr}}{D}}, \quad \theta = \frac{EI_e}{b_s D} - \frac{A_{ST}}{b_s t_s} \left(\frac{\psi}{\phi} \right)^2 \\ D &= \frac{Et_s^3}{12(1 - \nu_e^2)} \end{aligned}$$

L : リブ間距離

b_s : スティフナ間隔

t_s : スキンの板厚

m : 座屈の波の数

F_{cr} : 座屈応力

I_e : スティフナの有効曲げ剛性 (幅 b)

GJ_{ST} : スティフナのねじり剛性

A_{ST} : スティフナの断面積

E : スキンとスティフナのヤング率

G : スキンとスティフナのせん断弾性係数

ν_e : スキンのポアソン比

D : 板の曲げ剛性

一体削り出し補強パネルの場合には, スティフナの断面はスキンの中心線を境界とする. スティフナのねじり剛性の計算式は 4.4.2.3 項を参照のこと.

スティフナの有効曲げ剛性 I_e の計算式については種々の考え方があるが, Yusuff はスティフナの断面とスキンの断面積の半分を有効とすると全体座屈荷重の試験データと良く一致するとしている.

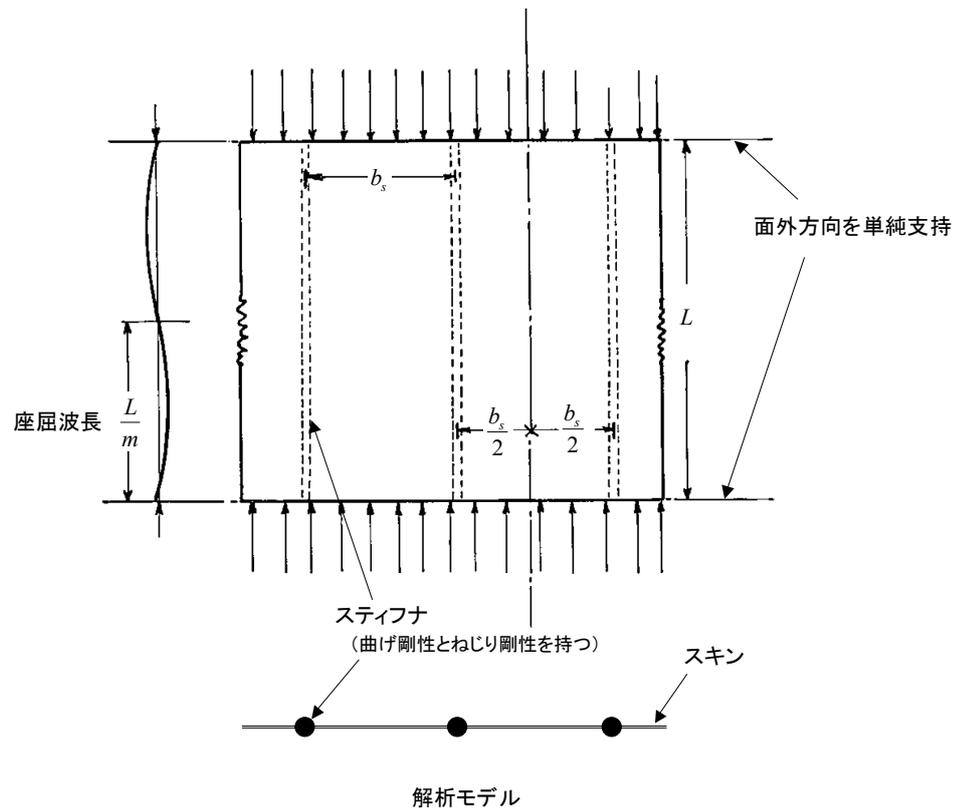


図 6-127 Yusuff の補強パネルの座屈計算式のモデル

6.5.7.3 補強パネルの全体圧縮座屈

補強パネルの全体圧縮座屈は、リブ間のステイフナの長柱座屈である。パネルの側辺の支持条件の影響があるので、厳密には板の座屈として扱う必要があるが、長柱の座屈と考えれば安全側の計算となる。補強パネルを直交異方性板として座屈計算をする方法もある。

ステイフナの有効曲げ剛性にスキンがどれだけ効くかで座屈荷重が変わる。局所座屈応力が高く、局所座屈が起きない場合には、6.5.7.2 (2)項の Yusuff の式で説明したようにスキンの断面積の半分が有効であると考えるとよい。局所座屈が先に起きる場合には、6.5.7.5 項で説明するスキンの有効幅を考慮する必要がある。

6.5.7.4 補強パネルの座屈応力計算例

(1) ブレード型スティフナ補強パネル

● 補強パネルの寸法

ブレード型スティフナ補強パネルの断面を図 6-128 に示す。リブ間距離を 700 mm とする。

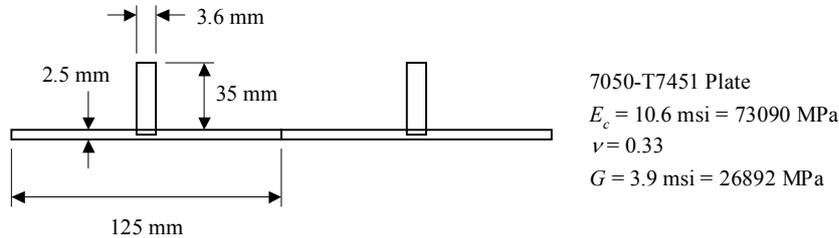


図 6-128 ブレード型スティフナ補強パネルの例

● 局所座屈応力

まず、局所座屈係数のチャート（図 6-124）を使って計算する。

パラメータは、

$$\frac{b_w}{b_s} = \frac{35 + \frac{2.5}{2}}{125} = 0.29, \quad \frac{t_w}{t_s} = \frac{3.6}{2.5} = 1.44$$

局所座屈係数をチャートから読み取ると、 $k_c = 5.10$ で、スキンの座屈である。

$$F_{cr} = \eta \frac{k_c \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t_s}{b_s}\right)^2 = \eta \frac{5.10 \times \pi^2 \times 73090}{12(1-0.33^2)} \left(\frac{2.5}{125}\right)^2 = \eta \times 138 \text{ MPa}$$

座屈応力は弾性域であるので、局所座屈応力は $F_{cr} = 138 \text{ MPa}$ である。

図 6-78 によると、周辺単純支持平板の圧縮座屈係数は $k_c = 4.0$ なので、スティフナのねじり剛性により外板の回転支持剛性が上がるため座屈応力が単純支持場合よりも大きくなっていることがわかる。

次に、Yusuff の計算式で計算する。パラメータを計算すると、

$$b_s = 125 \text{ mm}, \quad t_s = 2.5 \text{ mm}$$

$$D = \frac{Et_s^3}{12(1-\nu_e^2)} = \frac{73090 \times 2.5^3}{12(1-0.33^2)} = 10680 \text{ N-mm}$$

$$J_{ST} = \frac{ht_{ST}^3}{3} = \frac{\left(35 + \frac{2.5}{2}\right) \times 3.6^3}{3} = 563.8 \text{ mm}^4, \quad \mu = \frac{b_s D}{GJ_{ST}} = \frac{125 \times 10680}{26892 \times 563.8} = 0.8806$$

有効曲げ剛性は、板の断面積の 1/2 が有効であるとして、次の表のようになる。

	b (mm)	h (mm)	A (mm ²)	z (mm)	A ² z (mm ³)	A ² z ² (mm ⁴)	I0 (mm ⁴)
Stringer	3.6	36.25	130.5	18.125	2365.3	42871.3	14290.4
Skin/2	125.0	2.50	156.25	0	0	0	0
Total	--	--	286.75	18.125	2365.3	42871.3	14290.4
zbar =	8.249 mm						
Ie =	37651 mm ⁴						

いくつかの短い座屈長 L/m に対して、座屈応力をパラメータとして座屈方程式の値を計算して図示したものが図 6-129 である。この図において方程式の値がゼロになる応力が座屈応力である。座屈長によって座屈応力が変わるので、座屈応力が最小となる座屈長における座屈応力 146.4 MPa がこの補強パネルの局所座屈応力である。MS-Excel の「ソルバー」を使えば、グラフを描かなくても座屈応力を求めることができる。Yusuff の式から求めた局所座屈応力は、局所座屈係数のチャートから求めた座屈応力より 6%高い値となった。

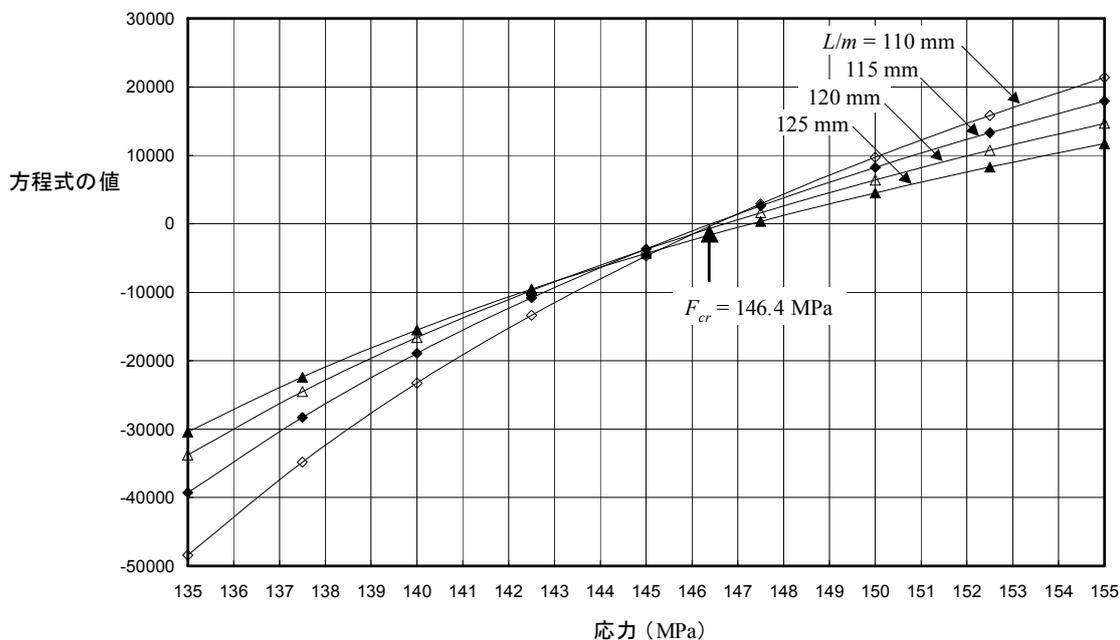


図 6-129 Yusuff の式による局所座屈応力の計算 - 例題 1

● 全体座屈応力

$L/m = 700$ mm として前項と同様に Yusuff の式で全体座屈応力を計算すると、座屈応力は 119.0 MPa となり、局所座屈応力 146.4 MPa (または 138 MPa) より低い。したがって、局所座屈が起こる前に全体座屈が起こる。リブ間距離が 500 mm の場合には全体座屈応力は 193.5 MPa となり、局所座屈のほうが先に起こる。

(2) Z型スティフナ補強パネル

● 補強パネルの寸法

Z型スティフナ補強パネルの断面を図 6-130 に示す。スティフナはリベットで外板に接合されている。リブ間距離を 700 mm とする。

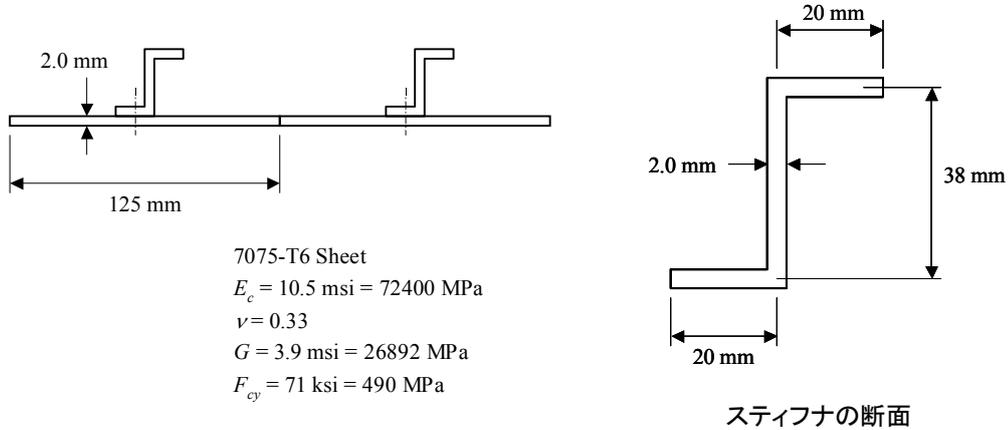


図 6-130 Z型スティフナ補強パネルの例

● 局所座屈応力

Z型スティフナ補強パネルの局所座屈係数のチャート（図 6-125）を使って計算する。

パラメータは、

$$\frac{b_w}{b_s} = \frac{38+1+1}{125} = 0.32, \quad \frac{t_w}{t_s} = \frac{2.0}{2.0} = 1.00, \quad \frac{b_f}{b_w} = \frac{20}{38} = 0.52$$

局所座屈係数をチャートから読み取ると、 $k_c = 5.2$ である。

$$F_{cr} = \eta \frac{k_c \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t_s}{b_s} \right)^2 = \eta \frac{5.2 \times \pi^2 \times 72400}{12(1-0.33^2)} \left(\frac{2.0}{125} \right)^2 = \eta \times 89 \text{ MPa}$$

座屈応力は弾性域であるので、局所座屈応力は $F_{cr} = 89 \text{ MPa}$ である。

図 6-78 によると、周辺単純支持平板の圧縮座屈係数は $k_c = 4.0$ なので、スティフナのねじり剛性により外板の回転支持剛性が上がるため座屈応力が単純支持場合よりも大きくなっていることがわかる。

次に、Yusuff の計算式で計算する。パラメータを計算すると、

$$b_s = 125 \text{ mm}, \quad t_s = 2.0 \text{ mm}$$

$$D = \frac{Et_s^3}{12(1-\nu_e^2)} = \frac{73090 \times 2.0^3}{12(1-0.33^2)} = 54681 \text{ N-mm}$$

$$J_{ST} = \frac{ht_{ST}^3}{3} = \frac{(20+20+38) \times 2.0^3}{3} = 208 \text{ mm}^4, \quad \mu = \frac{b_{ST} D}{GJ_{ST}} = \frac{125 \times 54681}{26892 \times 208} = 1.222$$

有効曲げ剛性は、板の断面積の 1/2 が有効であるとして、次の表ようになる。

		b (mm)	h (mm)	A (mm ²)	z (mm)	A ² z (mm ³)	A ³ z ² (mm ⁴)	I ₀ (mm ⁴)
Stringer	1	20	2.00	40	2	80.0	160.0	13.3
	2	2	38.00	76	21	1596.0	33516.0	9145.3
	3	20	2.00	40	40	1600.0	64000.0	13.3
Skin/2		125.0	2.00	125	0	0	0	0
Total		--	--	281	63	3276.0	97676.0	9172.0
zbar =		11.658 mm						
Ie =		68655 mm ⁴						

いくつかの短い座屈長 L/m に対して、MS-Excel の「ソルバー」を使って局所座屈応力を計算した。座屈長によって座屈応力が変わるので、座屈応力が最小となる座屈長 ($L/m = 115$ mm) における座屈応力 88.7 MPa がこの補強パネルの局所座屈応力である。Yusuff の式から求めた局所座屈応力は、局所座屈係数のチャートから求めた座屈応力とほぼ一致している。

- 全体座屈応力

$L/m = 700$ mm として前項と同様に Yusuff の式で全体座屈応力を計算すると、座屈応力は 201 MPa となり、局所座屈応力 88.7 MPa より大きい。したがって、全体座屈が起こる前に局所座屈が起こる。この補強パネルのように局所座屈が先に起こる場合には、外板が局所座屈したあともスティフナが圧縮荷重に耐えるので、局所座屈は破壊ではなく、スティフナが長柱座屈する荷重が破壊となる。この破壊荷重の計算方法は 6.5.7.5 項で説明する。

6.5.7.5 座屈後強度 - 有効幅

圧縮荷重を受ける補強平板で、外板の局所座屈が先に起こる場合には、外板が座屈したあとは外板の応力分布は幅方向に一様ではなくなり、図 6-131 に示すようにベイの中央では座屈応力から増加せず、スティフナ位置ではスティフナの応力と同じ値で増加していく。この幅方向の応力分布を図のように単純化して、スティフナ応力で一定として荷重の合計が同じとなる幅を「有効幅」と定義する。 w_e はスティフナを結合しているファスナ列の両側分の有効幅を表わす。図からわかるように負荷荷重が増加するにつれてスティフナ応力は増え、有効幅は減少する。負荷荷重が増えていき、スティフナ応力がクリッピング応力、または座屈応力に達したときに補強パネルが破壊する。

(1) 有効幅の計算法

von Karman による有効幅の計算式を以下に説明する。スティフナによる外板の支持条件を安全側に周辺単純支持と考えると、外板の局所座屈応力は次のように表される (6.5.5.1 項参照)。

$$F_{cr} = \frac{k_c \pi^2 E_c}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t_s}{b_s} \right)^2, \quad k_c = 4.0$$

ここで、

t_s : 外板の厚さ, b_s : 補強パネルのスティフナ間隔

E_c : 外板の圧縮ヤング率, ν_e : 外板のポアソン比

実験によると、側辺を単純支持された矩形平板の圧縮強度は板の幅 b_s によらず一定である (図 6-132)。したがって、破壊時の最大応力が圧縮降伏応力 F_{cy} であるとする、上の式を使って b_s を有効幅 w_e で置き換え、座屈応力 F_{cr} を外板の圧縮降伏応力 F_{cy} で置き換えると、

$$F_{cy} = \frac{k_c \pi^2 E_c}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t_s}{w_e} \right)^2$$

となる。この式を w_e について解き、 $\nu_e = 0.3$, $k_c = 4.0$ とすると、

$$w_e = \pi \sqrt{\frac{k_c}{12(1-\nu_e^2)}} t_s \sqrt{\frac{E_c}{F_{cy}}} = 1.90 t_s \sqrt{\frac{E_c}{F_{cy}}}$$

が得られる。補強パネルでは、この式で外板の圧縮降伏応力 F_{cy} をスティフナ単独の圧縮応力 f_{ST} で置き換えた次の式を用いる。この式はスティフナを外板と結合しているファスナ列が1列の場合の式である。本書では有効幅はファスナ列1列の両側の寸法としているが、片側の幅を有効幅と定義している本もある。当然ではあるが、この式はスティフナと外板を結合するファスナがじゅうぶん密に配置されていることを前提としている。ファスナ間隔の強度チェックについては6.5.7.6項で説明する。

$$w_e = 1.90 t_s \sqrt{\frac{E_c}{f_{ST}}}$$

スティフナと外板を結合するファスナ列が1列でない場合と外板の片側が自由端である場合の有効幅の計算式をまとめて図 6-134 に示す。

有効幅の式を座屈荷重をパラメータとして書き換えると、

$$\frac{w_e}{b_s} = \sqrt{\frac{F_{cr}}{f_{ST}}}$$

となる。補強パネルの圧縮試験を行って、スティフナ応力と有効幅の関係をプロットしたグラフに上の式を重ねてみると、上の式が試験値とよく合っていることがわかる（文献[2-56]、図 6-133）。

スティフナの材料特性と外板の材料特性が異なる場合には有効幅の式に対して次の補正が必要である。

$$w_e = 1.90 t_s \frac{f_s}{f_{ST}} \sqrt{\frac{E_c}{f_{ST}}}$$

ここで、

f_{ST} : スティフナの圧縮応力

f_s : スティフナの圧縮歪と同じ歪で生じる外板の圧縮応力（図 6-135 参照）

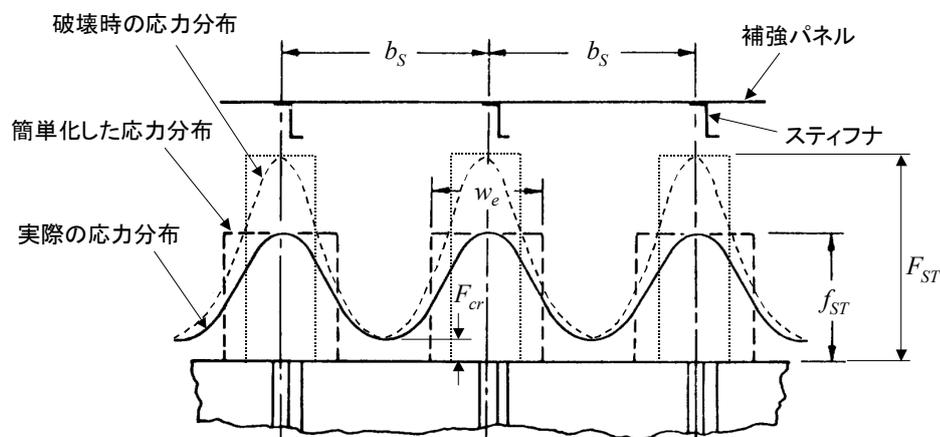


図 6-131 補強平板の応力分布と有効幅

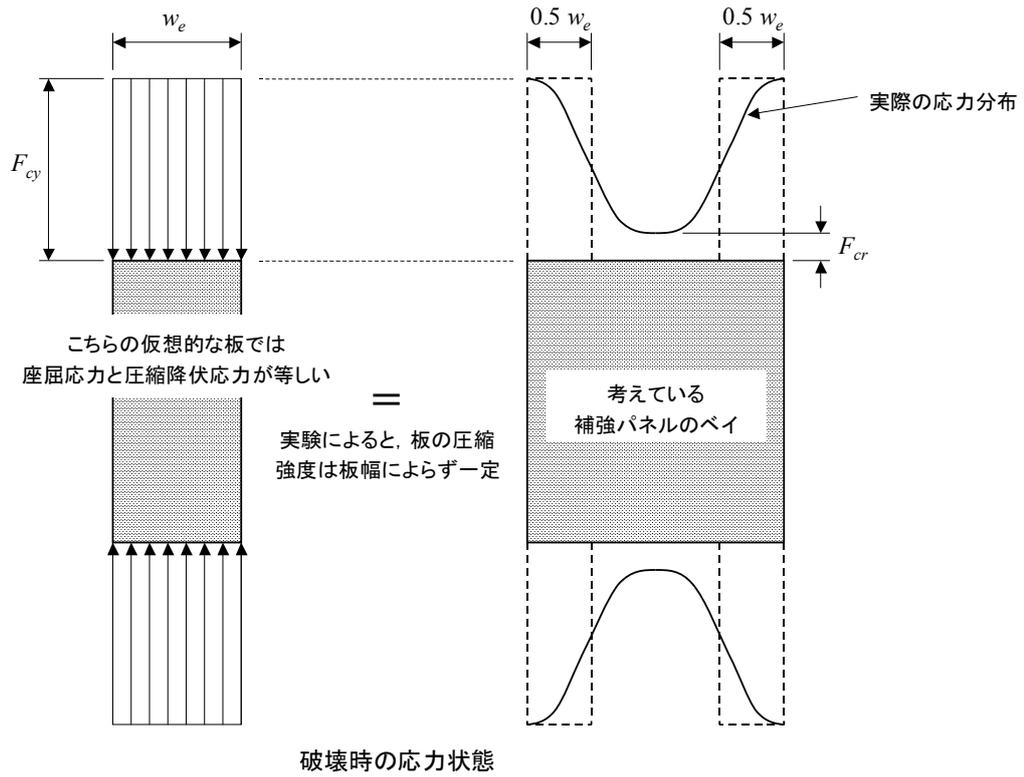
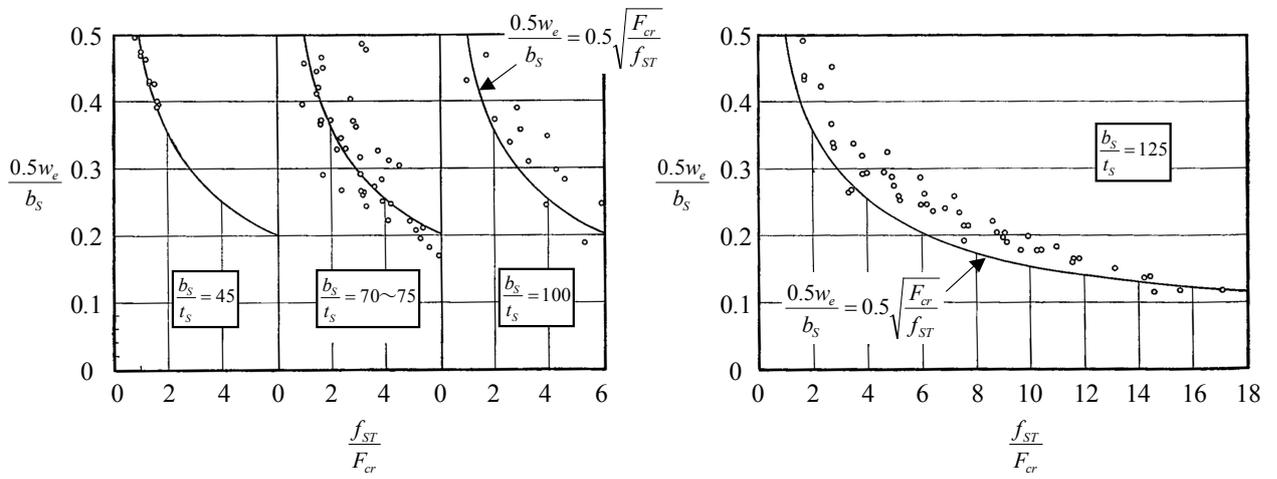


図 6-132 有効幅の計算式の考え方 - von Karman による



文献[2-56]より

図 6-133 有効幅の式と実験値の比較

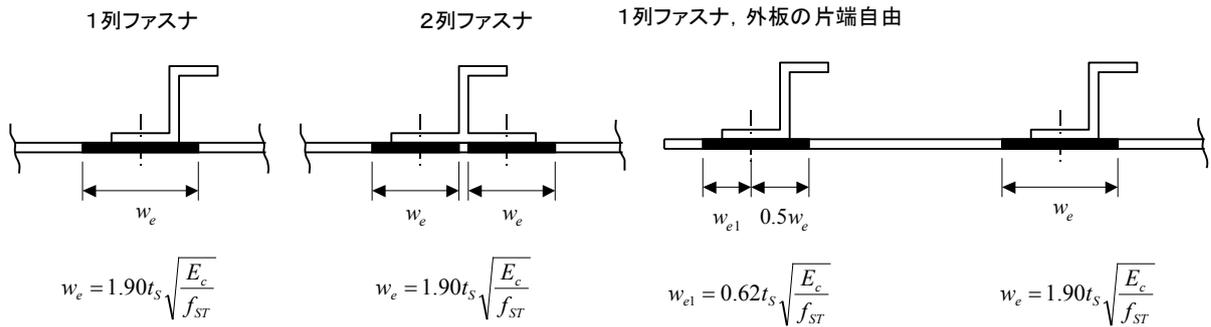


図 6-134 有効幅の式のまとめ

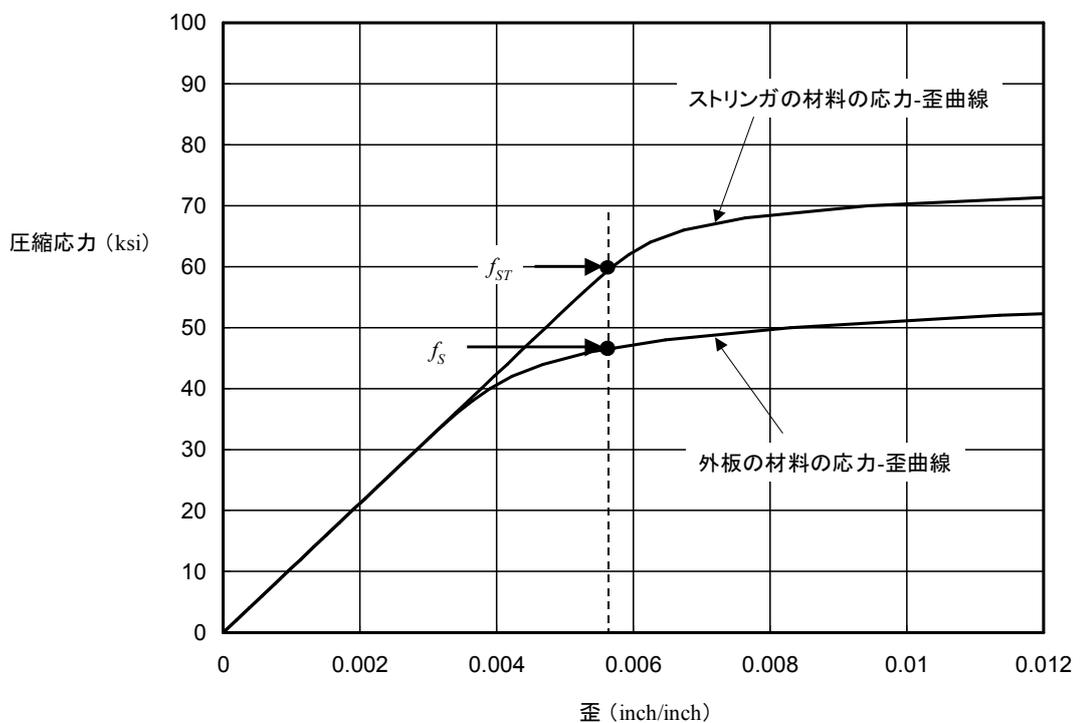


図 6-135 外板とスティフナの材料定数が異なる場合の有効幅の補正

(2) 外板局所座屈後の補強パネルの強度の計算法

スティフナと外板の有効幅分の柱の圧縮強度が補強パネルの最終破壊強度となる。したがって、スティフナと外板有効幅分の柱の断面2次モーメントを計算し、その柱のリブ間の座屈荷重を Johnson-Euler の式で計算すればよい。

(3) 例題

図 6-130 に示す Z 型スティフナ補強パネルの外板局所座屈後の最終破壊強度を計算する。外板の局所座屈応力は 89 MPa である (6.5.7.4 (2)項)。

● スティフナのクリッピング応力の計算

図 6-27 を使ってスティフナのクリッピング応力を計算すると、下の表のように $F_{cc} = 402 \text{ MPa}$ が得られる。

Fcy (MPa)	490
Ec (MPa)	72400

要素	b (mm)	t (mm)	b/t	b*t (mm ²)	支持条件	(Fcy/Ec) ^{0.5} (b/t)	Fcc/Fcy	Fcc (MPa)	Fcc*b*t (N)
1	20	2	10	40	One Edge Free	0.823	0.66	323	12936
2	38	2	19	76	No Edge Free	1.563	0.99	485	36868
3	20	2	10	40	One Edge Free	0.823	0.66	323	12936
合計				156					62740

$$F_{cc} = 62740 \div 156 = 402 \text{ MPa}$$

● 外板の有効幅の計算

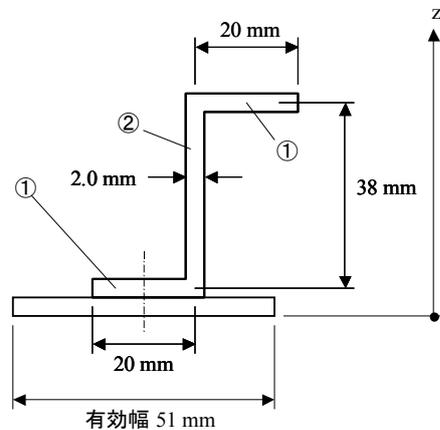
外板の有効幅は、スティフナ応力をクリッピング応力として、

$$w_e = 1.90t_s \sqrt{\frac{E_c}{F_{cc}}} = 1.90 \times 2.0 \times \sqrt{\frac{72400}{402}} = 51.0 \text{ mm}$$

● スティフナ+外板有効幅の断面特性の計算

スティフナと外板有効幅の合計の断面特性は下の表のように計算される。外板の面外方向に曲げ変形を起こすので、この方向の曲げ剛性を考える。

		b (mm)	h (mm)	z (mm)	A (mm ²)	A*z (mm ³)	A*z*z (mm ⁴)	I0 (mm ⁴)
スティフナ	1	20	2	3	40	120	360	13.33
	2	2	38	22	76	1672	36784	9145.33
	3	20	2	41	40	1640	67240	13.33
外板		51	2	1	102	102	102	34.00
合計		--	--	--	258	3534	104486	9206
y_bar	(mm)	13.7						
A_total	(mm ²)	258						
I_total	(mm ⁴)	65284						
p	(mm)	15.9						



● スティフナ+外板有効幅の柱としての座屈荷重

リブ間距離は $L = 700 \text{ mm}$ だから、細長比は $\frac{L'}{\rho} = \frac{700}{15.9} = 44.0$ となり、ジョンソン-オイラーの式 (6.5.2.7

項) から座屈応力は次のようになる。

$$F_c = F_{cc} - \frac{F_{cc}^2}{4\pi^2 E} \left(\frac{L'}{\rho} \right)^2 = 402 - \frac{402^2}{4\pi^2 \times 72400} \times 44.0^2 = 293 \text{ MPa}$$

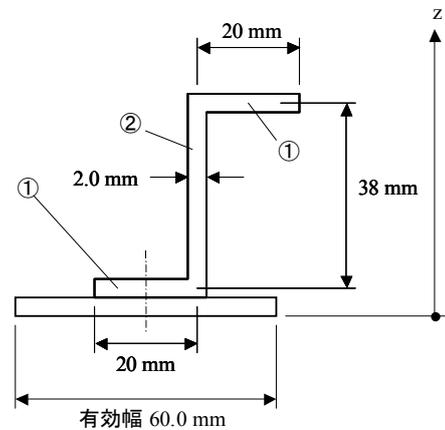
● 有効幅の再計算

このスティフナ応力は有効幅を計算したときのスティフナ応力 ($F_{cc} = 402 \text{ MPa}$) より小さいので、有効幅を計算し直す必要がある。有効幅が収束するまで繰り返し計算をする必要がある。収束したあとの有効幅の計算を示すと、

$$w_e = 1.90 t_s \sqrt{\frac{E_c}{F_c}} = 1.90 \times 2.0 \times \sqrt{\frac{72400}{290}} = 60.0 \text{ mm}$$

断面特性は次のように再計算される。

		b (mm)	h (mm)	z (mm)	A (mm ²)	A*z (mm ³)	A*z*z (mm ⁴)	I0 (mm ⁴)
スティフナ	1	20	2	3	40	120	360	13.33
	2	2	38	22	76	1672	36784	9145.33
	3	20	2	41	40	1640	67240	13.33
外板		60	2	1	120	120	120	40.00
合計		--	--	--	276	3552	104504	9212
y_bar	(mm)	12.9						
A_total	(mm ²)	276						
I_total	(mm ⁴)	68003						
ρ	(mm)	15.7						



細長比を再計算すると $\frac{L'}{\rho} = \frac{700}{15.7} = 44.6$ となり、ジョンソン-オイラーの式から座屈応力は次のようになる。

これが収束した値である。

$$F_c = F_{cc} - \frac{F_{cc}^2}{4\pi^2 E} \left(\frac{L'}{\rho} \right)^2 = 402 - \frac{402^2}{4\pi^2 \times 72400} \times 44.6^2 = 290 \text{ MPa}$$

この応力はスティフナと外板の有効幅の合計断面積に対する値であるので、スティフナ 1 本あたりの荷重に直すと、

$$P_{allow} = F_c A_{ST+S有効幅} = 290 \text{ MPa} \times 276 \text{ mm}^2 = 80040 \text{ N}$$

であり、補強パネルの平均応力に換算すると、

$$F_{allow} = \frac{P_{allow}}{A_{total}} = \frac{80040}{2 \times (20 + 38 + 20) + 2 \times 125} = \frac{80040}{406} = 197 \text{ MPa}$$

(なお、Yusuff の式で計算した補強パネルの全体座屈応力 (6.5.7.4 (2)項) は $F_{cr} = 201 \text{ MPa}$ であった。この Yusuff の全体座屈応力には局所座屈の影響とスティフナのクリッピングの影響は含まれていない。Yusuff の式では全体座屈に関して外板の断面積の半分が有効であるとして計算しているので、ここで有効幅を使って計算したスティフナの座屈強度とほとんど同じ破壊応力となっている。)

6.5.7.6 板の鉸間座屈

補強パネルのスティフナがファスナ（リベット）で外板に結合されている場合に、ファスナ間隔が大きすぎると外板がファスナ間で座屈する（図 6-136）。これを外板の鉸間座屈（Inter-Rivet Buckling）と呼ぶ。鉸間座屈が起こると外板はこれ以上の圧縮荷重を受け持てなくなり、スティフナだけで荷重を受け持つことになる。

鉸間座屈応力は次の式で表される（文献[2-28]）。

$$F_{cir} = \eta \frac{e\pi^2 E_c}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t_s}{s}\right)^2$$

ここで、

e : 拘束係数

$e = 4$: 平頭ファスナ

$e = 3.5$: スポット溶接

$e = 3$: 丸頭ファスナ

$e = 1$: 皿頭ファスナ

E_c : 圧縮ヤング率

ν_e : ポアソン比

t_s : 外板の板厚

s : ファスナピッチ（ファスナピッチの定義は図 6-136 参照）

η : 塑性補正係数（図 6-137 を使用すること（文献[2-55], [2-52]による））

$$\eta = \left(\frac{1-\nu_e^2}{1-\nu^2}\right) \left(\frac{E_s}{4E}\right) \left(1+3\frac{E_t}{E_s}\right), \quad \nu = 0.5 - (0.5-\nu_e) \left(\frac{E_s}{E}\right)$$

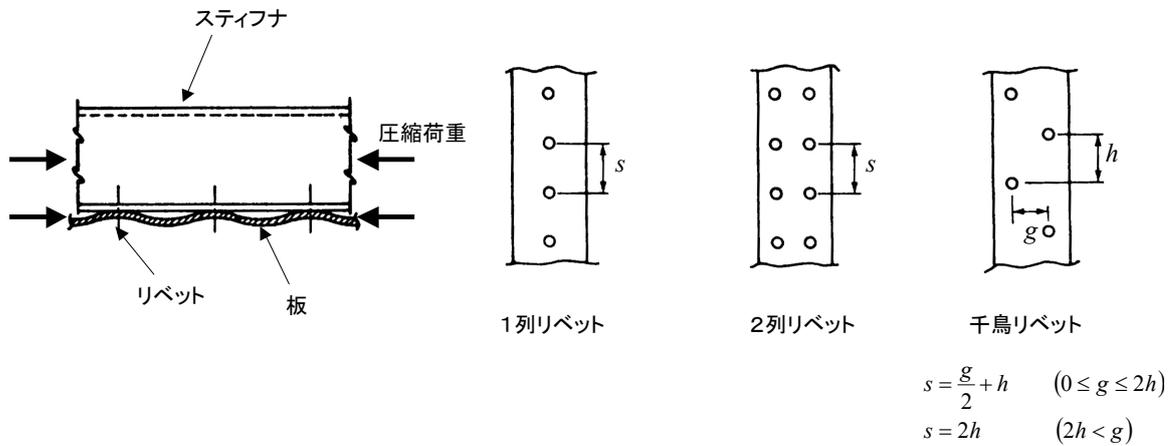
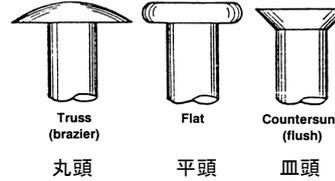


図 6-136 鉸間座屈

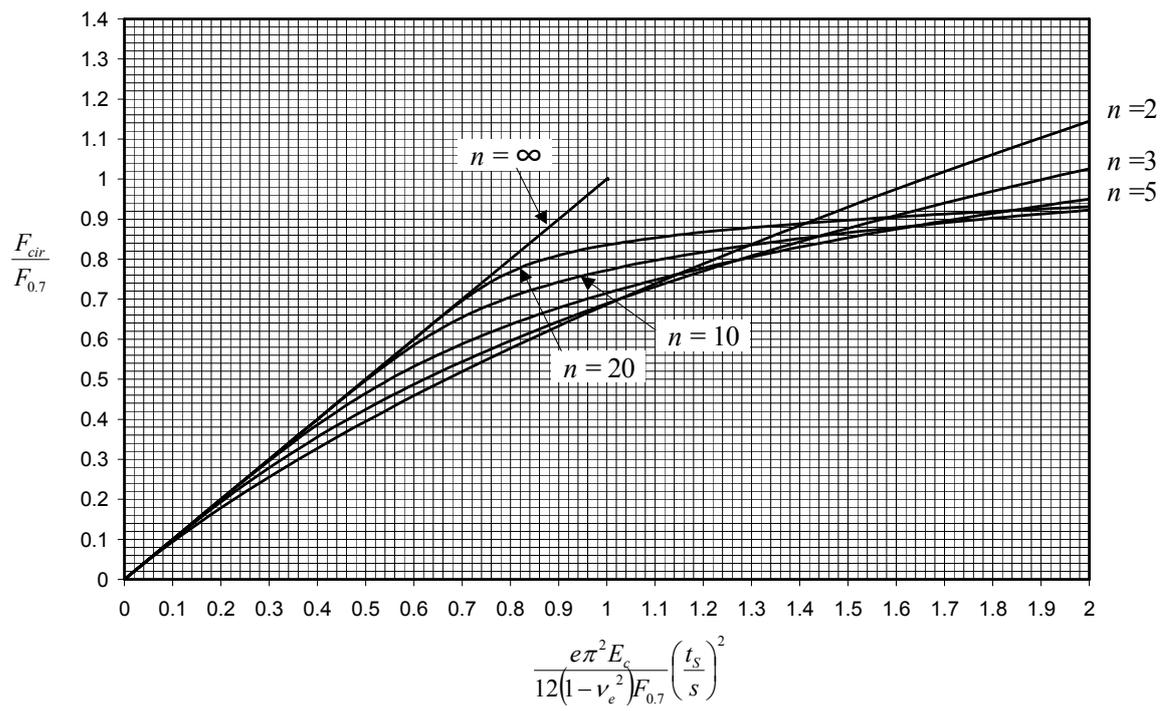


図 6-137 鋸間座屈の塑性の補正