

### 6.5.8 継手強度

航空機構造の結合には、リベット (Rivets) やボルトとナット (Bolts/Nuts) のようなファスナ (Fasteners) を使った機械的な結合が主に用いられる。結合荷重密度が高いこと、ファスナ結合 (Fastener Joint) は信頼性が高いことがファスナ結合が用いられる理由である。航空機構造部材のファスナ結合には、図 6-138 と図 6-139 に示すようなファスナせん断継手結合 (Fastener Shear Joint) (文献[2-60])、図 6-140 と図 6-157 に示すようなせん断金具 (ラグ, Lug) を使った結合 (文献[2-59])、図 6-141 に示すような引張金具 (Tension Fitting) を使った結合がある。

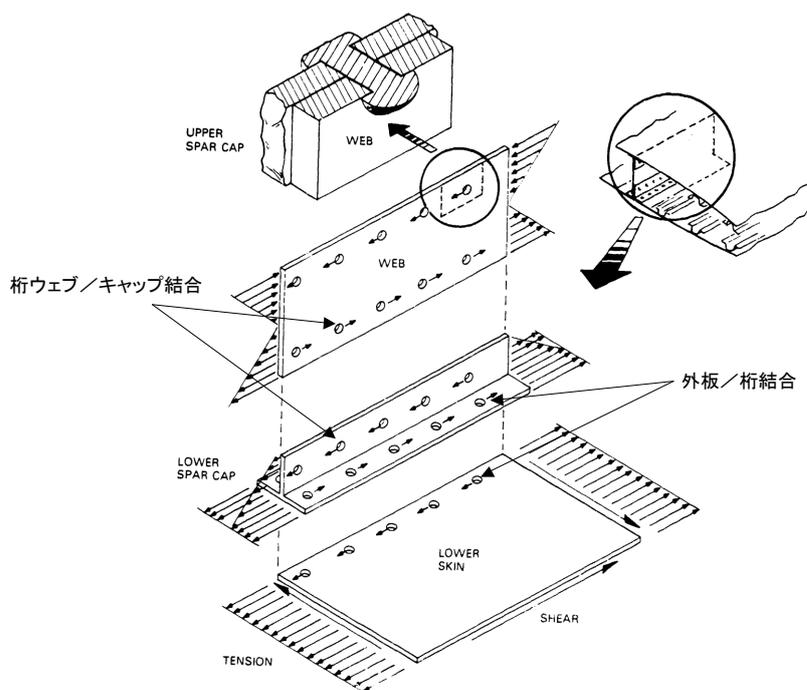


図 6-138 主翼構造のファスナ結合の例

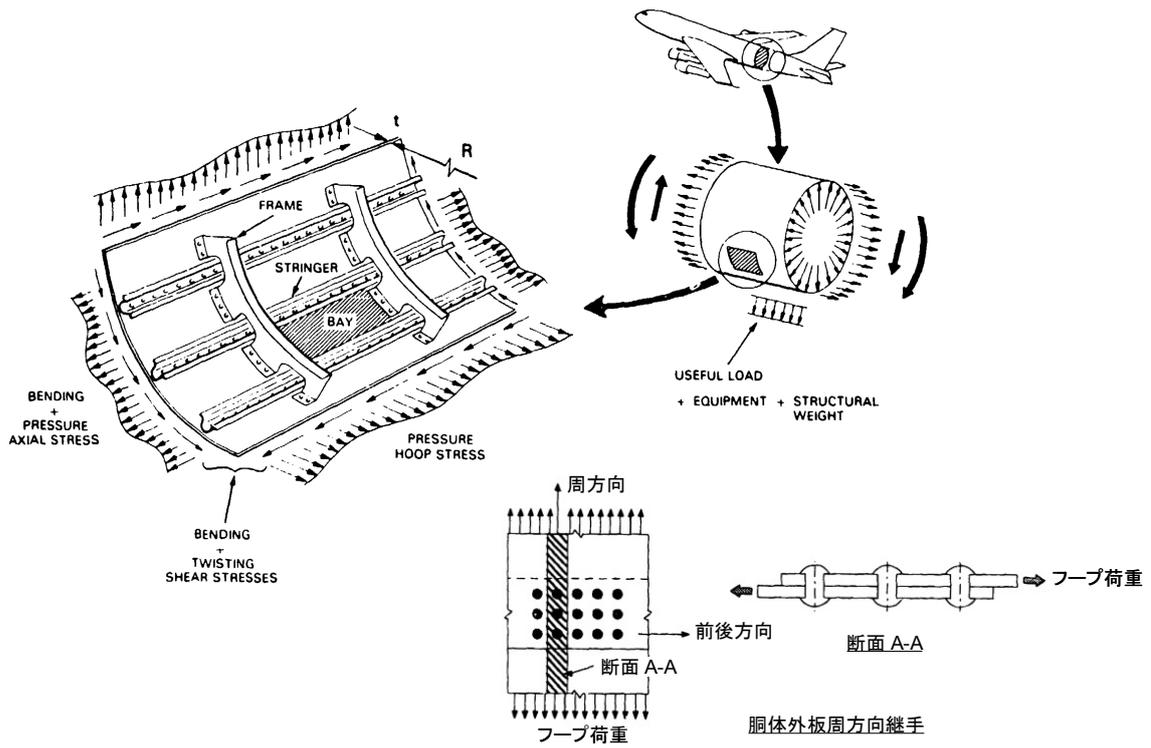


図 6-139 胴体構造のファスナ結合の例

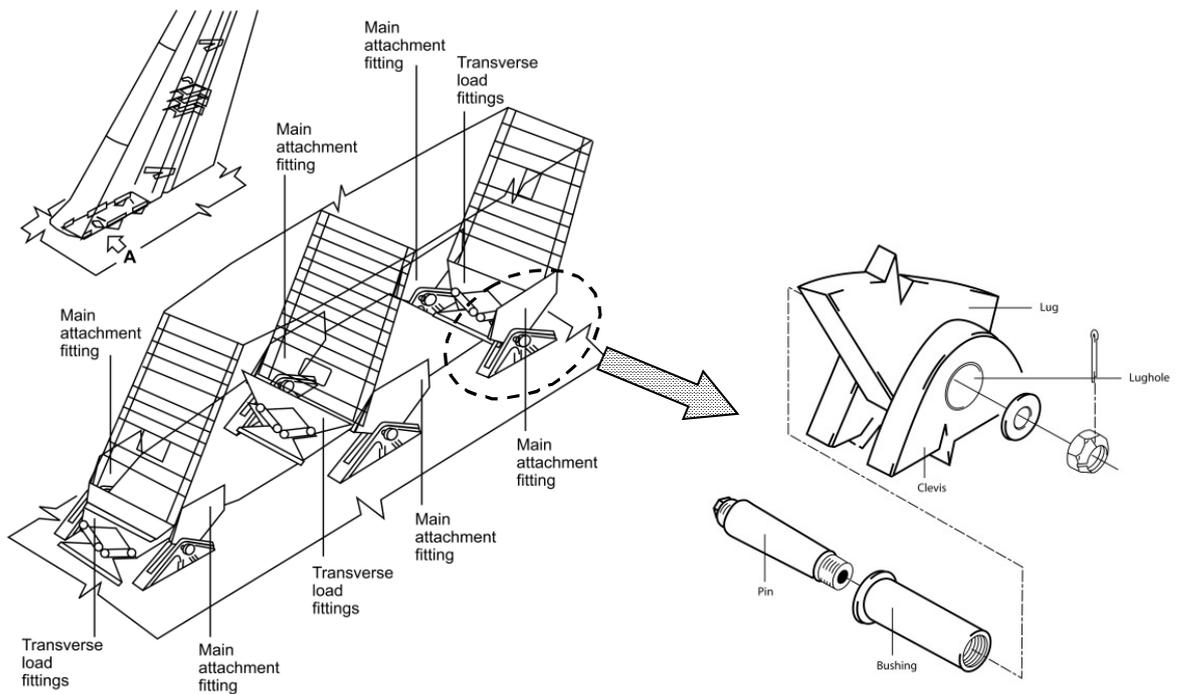


図 6-140 ラグ結合の例 - A300 垂直尾翼/胴体結合

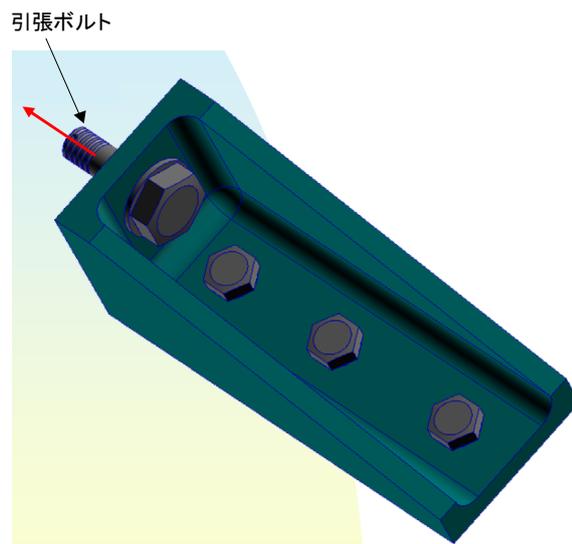


図 6-141 引張金具結合の例

#### 6.5.8.1 ファスナの種類

航空機構造に使われるファスナの種類を以下に説明する。

##### (1) ファスナ種類

- リベット (Rivet)  
軸の端をつぶすことによってかしめる恒久的なファスナ。アルミ等の比較的やわらかい材料を使うのでファスナ本体の強度は低い。軸が穴の中で膨らみ、穴の周囲に圧縮残留応力が発生するので、疲労強度が向上する。
- ブランドリベット (Blind Rivet)  
リベットのかしめができないような場所、ナットやカラーの装着ができない場所に使う場合のために、ファスナ差し込む側から締め付けることができるブランドリベットがある。恒久的な結合。
- ハイロックピン/カラー (Hi-lok Pin/Collar)  
軸の径よりわずかに小さい径の穴にハイロックピンを叩き込むことにより、穴の周囲に圧縮残留応力が発生するので、疲労強度が向上する。材料は鋼やチタン合金で、ファスナ本体の強度が高い。恒久的な結合。
- ロックボルト/カラー (Lockbolt/Collar)  
ハイロックと同様。ハイロックとカラーの装着方法が異なる。恒久的な結合。
- ボルト/ナット (Bolt/Nut)  
取り外し可能な結合。形状、機能、材料に多くの種類がある。

##### (2) ファスナの頭の形状の種類

- 出っ張り頭 (Protruding Head)  
頭が出っ張っているファスナ。
- 皿頭 (Flush Head)  
ファスナの頭が円錐形状で、締結される部品の面にすり鉢形状の皿もみ (Countersunk) が必要である。空力面を形成する部品を締結する場合に使用する。

##### (3) 荷重による分類

- 引張荷重用 (Tension Type)  
引張荷重に耐えられるように頭が大きいファスナ。ナットやカラーにも引張荷重用があるので、それと組み合わせて使用する。
- せん断荷重用 (Shear Type)  
せん断荷重を伝えるためのファスナ。頭が小さい。軸の径の精度が高い。ナットやカラーにもせん断用があるので、それと組み合わせて使用する。

##### (4) ファスナの代表例

図 6-142 にリベットの形状を示す。アルミリベットの材料を表 6-17 に示す。

図 6-143 にブラインドリベットの例を示す。

図 6-144 にせん断用のハイロックピン/カラーの形状を示す。ハイロックのデータシートの例を図 6-145 に示す。

図 6-146 にせん断ボルト (Shear Bolt) と引張ボルト (Tension Bolt) の例を示す。引張ボルトの頭は大きく、引張荷重でボルト頭が破壊しないようにできている。その分引張ボルトはせん断ボルトに比べて重い。引張ボルトには引張用ナットを用いる。



Universal Head - MS20470 Flush Head - MS20426

出っ張り頭リベット 皿頭リベット

図 6-142 リベット

表 6-17 アルミリベットの材料

リベット材料	コード	説明	せん断強度 $F_{su}$
1100 アルミ	A	純アルミなので、やわらかい。 非構造用リベット。	15 ksi
5056 アルミ	B	マグネシウム5%含有のアルミ合金。 電解腐食を防ぐ必要があるときに用いる。	28 ksi
2117-T4 アルミ	AD	最も一般的な構造用アルミリベット。 使うときに熱処理は不要。	30 ksi
2017-T31 アルミ	D	ADリベットより高強度の構造用リベット。 使う前に熱処理をして、使用する直前まで冷却して保管し、装着後に自然時効し、強度が上がる。いわゆるアイスボックスリベット。	34 ksi
2024-T31 アルミ	DD	Dリベットより高強度の構造用リベット。 使う前に熱処理をして、使用する直前まで冷却して保管し、装着後に自然時効し、強度が上がる。いわゆるアイスボックスリベット。	41 ksi
7050-T73 アルミ	E	高強度の構造用アルミリベット。 使うときに熱処理は不要。	46 ksi

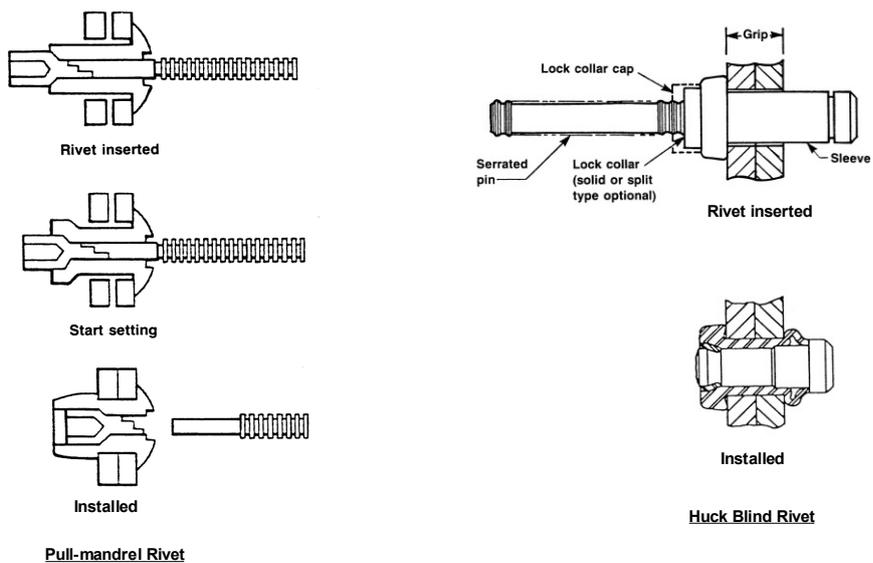


図 6-143 ブランドリベットの例

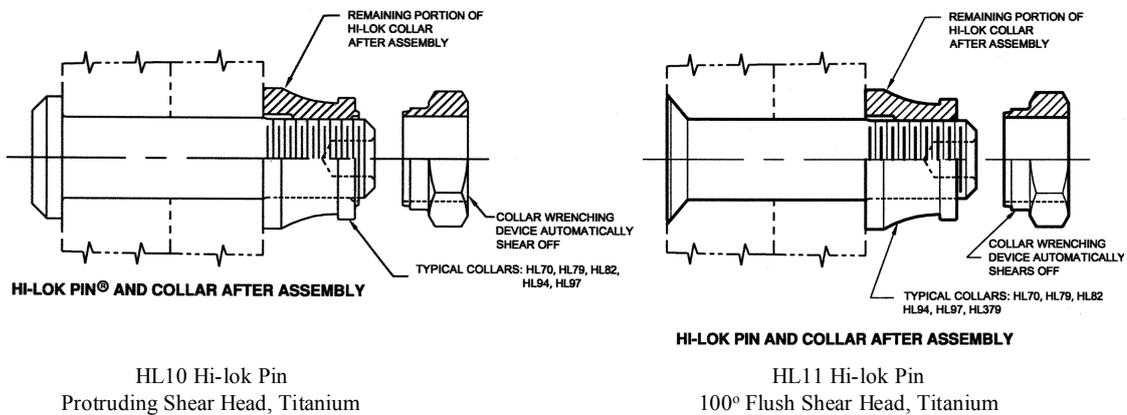
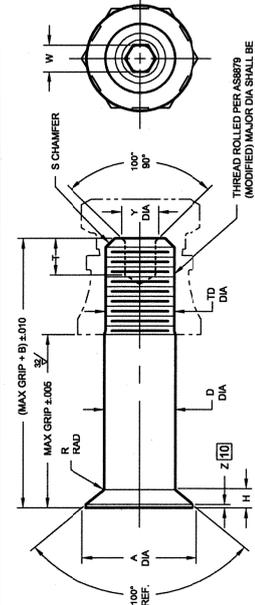
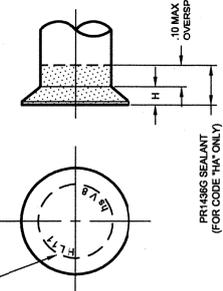


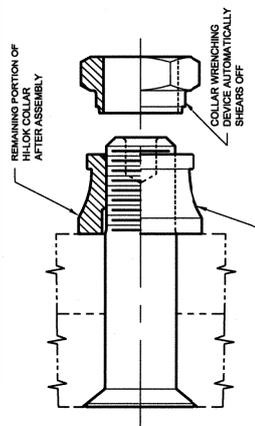
図 6-144 ハイロックピン／カラー（せん断用）

**STANDARDS COMMITTEE  
FOR HI-LOK® PRODUCTS**  
2600 SKYPARK DRIVE, TORRANCE, CALIFORNIA 90509 U.S.A.

INDENTED HEAD MARKING MAXIMUM DEPTH .010".  
THE "H" INDICATES HI-SHEAR TRADEMARK.  
THE "L" INDICATES LOK TRADEMARK.  
INDICATES FIRST DASH NUMBER.  
ARRANGEMENT OPTIONAL.



**HI-LOK PIN**



**HI-LOK PIN AND COLLAR AFTER ASSEMBLY**

TYPICAL COLLARS: HL76, HL79, HL82, HL84, HL87, HL89

SEE COLLAR STANDARDS FOR COLLAR STRENGTHS. MINIMUM TENSION OR COLLAR STRENGTH DETERMINES SYSTEM STRENGTH.

FIRST DASH NO.	PIN NOM DIA	A DIA	B DIA	C DIA	D DIA	TD DIA	F REF	H REF	R REF	Z MAX	S CHAMFER REF	THREAD	SOCKET			DOUBLE SHEAR POUNDS MINIMUM	TENSION POUNDS MINIMUM
													W HEX	T DEPTH	Y		
4	1/8	.2219	.294	.1375	.1375	.1335	.0354	.025	.0354	.010	1/32" x 37"	6-32UNJF-3A Modified	.0645	.100	.12	2,840	950
5	5/32	.2612	.312	.1635	.1635	.1585	.0410	.025	.0410	.010	1/32" x 37"	8-32UNJF-3A Modified	.0845	.135	.090	4,010	1,650
6	3/16	.3016	.325	.1895	.1895	.1840	.0470	.030	.0470	.015	1/32" x 37"	10-32UNJF-3A Modified	.0985	.145	.118	5,380	2,000
8	1/4	.3948	.396	.2495	.2495	.2440	.0610	.030	.0610	.015	1/32" x 37"	1/4-28UNJF-3A Modified	.0967	.150	.142	9,300	3,700
10	5/16	.4739	.500	.3120	.3120	.3060	.0660	.040	.0660	.015	3/64" x 37"	5/16-24UNJF-3A Modified	.0947	.130	.122	14,600	5,500
12	3/8	.5954	.645	.3745	.3745	.3690	.0780	.040	.0780	.015	3/64" x 37"	3/8-24UNJF-3A Modified	.1617	.200	.217	21,000	7,200
14	7/16	.6820	.750	.4365	.4365	.4280	.0940	.040	.0940	.022	3/64" x 37"	7/16-20UNJF-3A Modified	.1582	.190	.197	28,600	10,000
16	1/2	.7480	.866	.4990	.4990	.4930	.1068	.040	.1068	.022	3/64" x 37"	1/2-20UNJF-3A Modified	.1895	.210	.233	37,300	13,500
18	9/16	.8310	.770	.5615	.5615	.5550	.1160	.050	.1160	.022	1/16" x 37"	9/16-18UNJF-3A Modified	.2207	.240	.269	47,200	17,000
20	5/8	.9250	.825	.6240	.6240	.6180	.1260	.050	.1260	.022	1/16" x 37"	5/8-18UNJF-3A Modified	.2520	.270	.308	58,300	21,000
24	3/4	1.0870	1.050	.7490	.7490	.7430	.1460	.050	.1460	.022	1/16" x 37"	3/4-16UNJF-3A Modified	.3165	.395	.398	83,900	30,700
28	7/8	1.3197	1.210	.8730	.8730	.8670	.1610	.050	.1610	.022	5/64" x 37"	7/8-14UNJF-3A Modified	.3810	.465	.478	114,000	42,000
32	1	1.5186	1.390	.9990	.9990	.9930	.1800	.050	.1800	.022	5/64" x 37"	1-12UNJF-3A Modified	.3780	.425	.451	149,000	55,000

\*Hi-Lok and "HL" are internationally registered trademarks of Hi-Shear Corporation.

DRAWN	DATE	TITLE
Brlgl	11-26-62	HI-LOK® PIN
APPROVED	DATE	100° FLUSH SHEAR HEAD
Chelma	11-26-62	TITANIUM
REVISION	DATE	1/16" GRIP VARIATION
(45)	JO	DRAWING NUMBER
	3-23-06	<b>HL11</b>

SHEET 1 OF 2

図 6-145 ハイロクのデータのデータシート の例

**HL11**



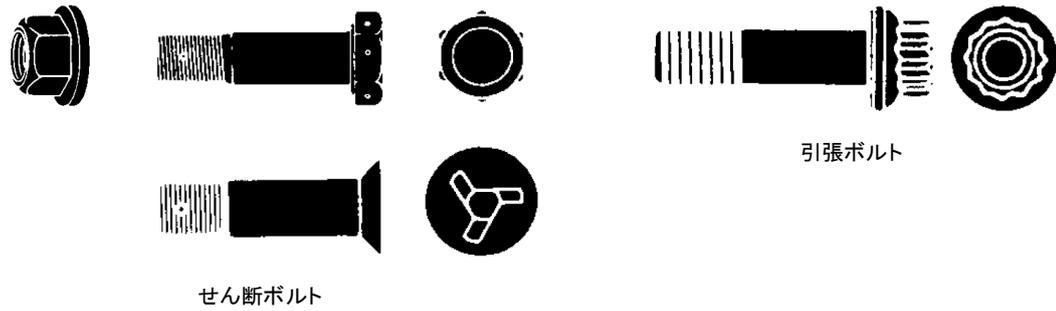


図 6-146 せん断ボルトと引張ボルトの例

### 6.5.8.2 ファスナせん断継手の強度

#### (1) ファスナせん断継手の種類

ファスナせん断継手の種類を図 6-147 に示す。ファスナ継手に作用する荷重の種類を図 6-148 に示す。ファスナ継手のファスナ荷重分担の計算法は 4.8 項で説明した。

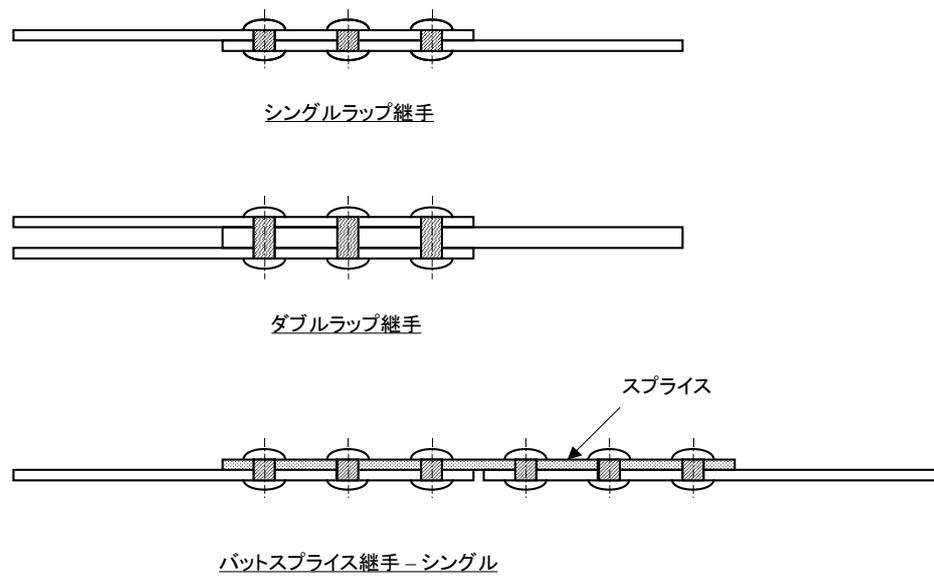


図 6-147 ファスナ継手の種類

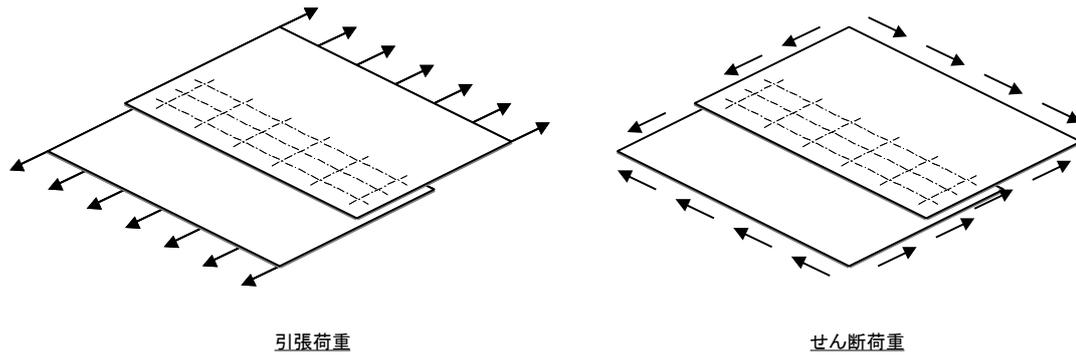


図 6-148 ファスナ継手の荷重

(2) ファスナせん断継手の破壊

ファスナせん断継手の破壊様式には、母材の破壊とファスナの破壊がある。

母材の破壊モードを図 6-149 に示す。ネット断面引張破壊 (Net Section Tension Failure) または面圧破壊 (Bearing Failure) をするように設計するのがよい。母材のせん断破壊 (Shear-out Failure) が起きるのは端末距離 (Edge Distance) が小さいためであり、継手の能力をじゅうぶん生かしきっていないことになる。端末距離 ( $e$ ) をファスナ径 ( $D$ ) の2倍以上にすればこの破壊モードを防ぐことができる。皿頭ファスナを使ったときに発生するファスナ頭すっぽ抜け破壊 (Pull-Through Failure) も望ましくない破壊モードで、皿の深さが板厚の  $2/3$  以下になるように設計することで防ぐことができる。ファスナせん断継手の適切な寸法を図 6-150 に示す。

ファスナの破壊は主にファスナ軸のせん断破壊である。母材の厚さがファスナ径に比べて大きい場合にはファスナの曲げ破壊が起きることがある。

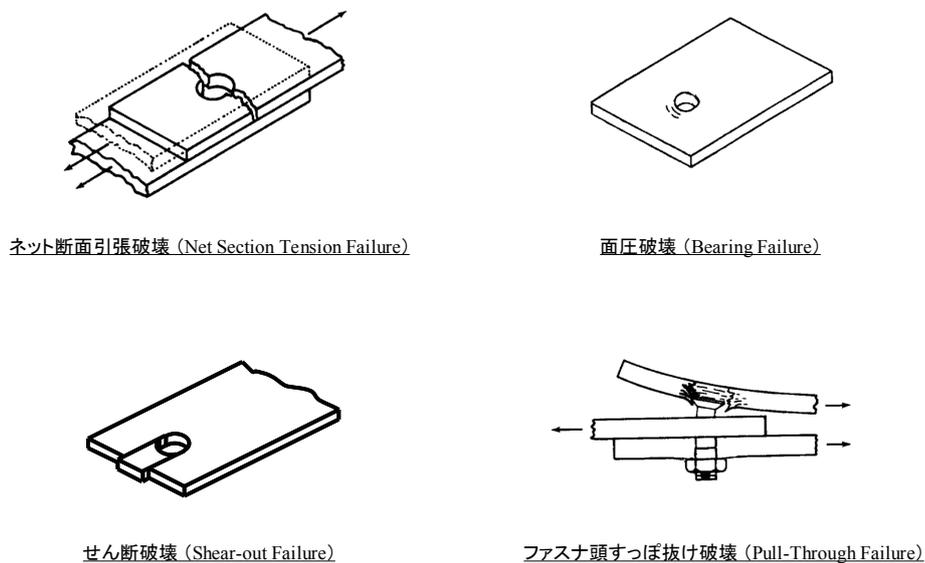


図 6-149 母材の破壊モード

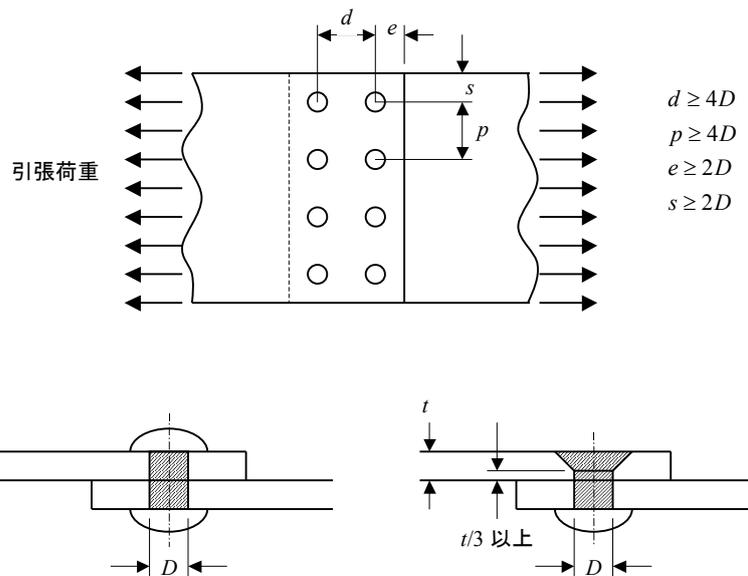


図 6-150 ファスナせん断継手の望ましい寸法

(3) ファスナせん断継手の単位許容荷重

ファスナせん断継手の許容荷重は母材の板厚によって変わるので、継手強度試験を実施して設定される (MMPDS (文献[2-5])). ファスナ1本のシングルシア継手試験の例を図 6-151 に示す. この試験は板の幅と端末距離をじゅうぶんとって母材のせん断破壊やネット断面破壊を起こさない形状で行う. ファスナ1本のせん断継手の許容荷重を単位継手許容荷重 (Unit Allowable Load) と呼ぶ.

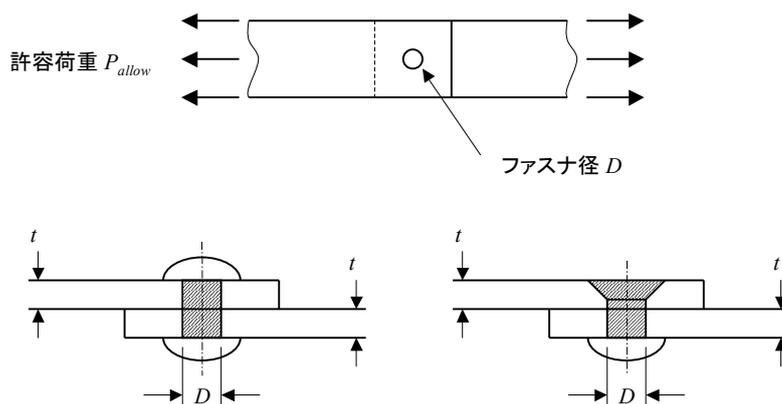


図 6-151 シングルシア継手強度

● リベットせん断継手の強度

リベットの1面せん断強度を表 6-18 に示す (MMPDS より (文献[2-5])).

出っ張り頭リベットのせん断継手の単位許容荷重は次のようにして求める。

リベットのせん断強度と母材の面圧強度の小さい方を単位継手許容荷重とする。リベットのせん断強度に関しては母材板厚の影響の補正が必要である。この補正係数を表 6-19 に示す。

$$\text{リベットせん断許容荷重} : P_{allow} = kP_{su}$$

ここで、 $k$  : 母材板厚の補正係数, 表 6-19

$$P_{su} : \text{リベットのせん断強度}, P_{su} = nF_{su} \frac{\pi D^2}{4} \quad (1 \text{ 面せん断} : n=1, 2 \text{ 面せん断} : n=2)$$

または, 表 6-18 (2面せん断の場合は1面せん断の2倍)

$$\text{母材面圧許容荷重} : P_{allow} = F_{bru}(e/D=2.0)Dt$$

ここで、 $F_{bru}(e/D=2.0)$  : MMPDS のデータシートの面圧許容応力

$D$  : リベットの直径

$t$  : 母材の板厚, 1面せん断継手の場合は薄いほうの板厚, 2面せん断の場合は内側の板の厚さ, または外側の板の厚さの合計。

皿頭リベット継手強度は母材板厚の影響を強く受けるので, リベットせん断強度と母材の面圧強度を別々に計算して求めることはできず, 試験により求めた継手許容荷重を使う必要がある。皿頭リベットのせん断継手の単位許容荷重 (Unit Allowable Load) の例を表 6-20 と表 6-21 に示す (MMPDS (文献[2-5]) より)。

- ボルト, ハイロック, ロックボルト継手の強度

出っ張り頭の引張用ファスナ (Protruding Tension Head Fasteners) のせん断継手では, ファスナのせん断強度と母材の面圧強度の小さいほうを単位許容荷重とする。

$$\text{ファスナせん断許容荷重} : P_{su} = nF_{su} \frac{\pi D^2}{4} \quad (1 \text{ 面せん断} : n=1, 2 \text{ 面せん断} : n=2)$$

または, 表 6-22 (2面せん断の場合は1面せん断の2倍)

$$\text{母材面圧許容荷重} : P_{allow} = F_{bru}(e/D=2.0)Dt$$

ここで、 $F_{bru}(e/D=2.0)$  : MMPDS のデータシートの面圧許容応力

$D$  : ファスナの直径

$t$  : 母材の板厚, 1面せん断継手の場合は薄いほうの板厚, 2面せん断の場合は内側の板の厚さ, または外側の板の厚さの合計。

しかし, 出っ張り頭であってもせん断用のファスナ (Protruding Shear Head Fasteners) のせん断継手では, 板厚によっては面圧強度やファスナせん断強度を完全に発揮できないことがわかっている。したがって, 試験データによって設定した単位許容荷重を使う。

同様に, 皿頭ファスナ (Flush Head Fasteners) のせん断継手についても試験データによって設定した単位許容荷重を使う。ハイロックのせん断継手許容荷重を表 6-24 と表 6-25 に示す (MMPDS (文献[2-5]) より)。1/4" ハイロックのせん断継手許容荷重を図示したのが図 6-152 と図 6-153 である。継手許容値は, 母材の面圧強度とハイロックのせん断強度より低いことがわかる。

表 6-18 リベットの1面せん断強度

**Single Shear Strength of Solid Rivets<sup>a</sup>**

Rivet Material	Undriven		Driven		Rivet Designation	Rivet Size							
	F <sub>su</sub> (ksi)		Rivet Material	F <sup>b</sup> (ksi)		Driven Single Shear Strength, lbs <sup>c</sup>							
	Min	Max				1/16	3/32	1/8	5/32	3/16	1/4	5/16	3/8
5056-H32	24	n/a	5056-H321 <sup>d</sup>	28 <sup>e</sup>	B <sup>f</sup>	99	203	363	556	802	1450	2290	3275
2117-T4	26	n/a	2117-T3	30 <sup>e</sup>	AD	106	217	389	596	860	1555	2455	3510
2017-T4	35	42	2017-T3	38 <sup>e</sup>	D	134	275	493	755	1085	1970	3115	4445
2024-T4	37	n/a	2024-T31	41 <sup>g</sup>	DD	145	297	532	814	1175	2125	3360	4795
7050-T73	41	46	7050-T731 <sup>d</sup>	43 <sup>e</sup>	E <sup>h</sup>	152	311	558	854	1230	2230	3520	5030
Monel	49	59	Monel	52 <sup>e</sup>	M	183	376	674	1030	1490	2695	4260	6085
Ti-45Cb	50	59	Ti-45Cb	53 <sup>e</sup>	T	187	384	687	1050	1515	2745	4340	6200
A-286	85	95	A-286	90 <sup>e</sup>	-	317	651	1165	1785	2575	4665	7375	10500

- a All rivets must be sufficiently driven to fill the rivet hole at the shear plane. Driving changes the rivet strength from the undriven to the driven condition and thus provides the above driven shear strengths.
- b Shear stresses are for the as driven condition on B-basis probability.
- c Based on nominal hole diameter
- d The temper designations last digit (1), indicates recognition of strengthening derived from driving.
- e The bucktail's minimum diameter is 1.5 times the nominal hole diameter
- f Should not be exposed to temperatures over 150°F.
- g Driven in the W (fresh or ice box) condition to minimum 1.4D bucktail diameter.
- h E (or KE, as per NAS documents).

表 6-19 出っ張り頭リベットのせん断強度補正係数

Shear Strength Correction Factors for Solid Protruding Head Rivets <sup>a</sup>								
Rivet Diameter, in.	1/16	3/32	1/8	5/32	3/16	1/4	5/16	3/8
	Single-Shear Rivet Strength Factors							
Sheet thickness, in.:								
0.016 .....	0.964	...	...	...	...	...	...	...
0.018 .....	0.981	0.912	...	...	...	...	...	...
0.020 .....	0.995	0.933	...	...	...	...	...	...
0.025 .....	1.000	0.970	0.920	...	...	...	...	...
0.032 .....	...	1.000	0.964	0.925	...	...	...	...
0.036 .....	...	...	0.981	0.946	0.912	...	...	...
0.040 .....	...	...	0.995	0.964	0.933	...	...	...
0.045 .....	...	...	1.000	0.981	0.953	...	...	...
0.050 .....	...	...	...	0.995	0.970	0.920	...	...
0.063 .....	...	...	...	1.000	1.000	0.961	0.922	...
0.071 .....	...	...	...	...	...	0.979	0.944	0.909
0.080 .....	...	...	...	...	...	0.995	0.964	0.933
0.090 .....	...	...	...	...	...	1.000	0.981	0.953
0.100 .....	...	...	...	...	...	...	0.995	0.972
0.125 .....	...	...	...	...	...	...	1.000	1.000
	Double-Shear Rivet Strength Factors							
Sheet thickness, in.:								
0.016 .....	0.687	...	...	...	...	...	...	...
0.018 .....	0.744	0.518	...	...	...	...	...	...
0.020 .....	0.789	0.585	...	...	...	...	...	...
0.025 .....	0.870	0.708	0.545	...	...	...	...	...
0.032 .....	0.941	0.814	0.687	0.560	...	...	...	...
0.036 .....	0.969	0.857	0.744	0.630	0.518	...	...	...
0.040 .....	0.992	0.891	0.789	0.687	0.585	...	...	...
0.045 .....	1.000	0.924	0.834	0.744	0.653	...	...	...
0.050 .....	...	0.951	0.870	0.789	0.708	0.545	...	...
0.063 .....	...	1.000	0.937	0.872	0.808	0.679	0.550	...
0.071 .....	...	...	0.966	0.909	0.852	0.737	0.622	0.508
0.080 .....	...	...	0.992	0.941	0.891	0.789	0.687	0.585
0.090 .....	...	...	1.000	0.969	0.924	0.834	0.744	0.653
0.100 .....	...	...	...	0.992	0.951	0.870	0.789	0.708
0.125 .....	...	...	...	1.000	1.000	0.935	0.870	0.805
0.160 .....	...	...	...	...	...	0.992	0.941	0.891
0.190 .....	...	...	...	...	...	1.000	0.981	0.939
0.250 .....	...	...	...	...	...	...	1.000	1.000

a Sheet thickness is that of the thinnest sheet in single-shear joints and the middle sheet in double-shear joints. Values based on tests of aluminum rivets

表 6-20 皿頭リベットせん断継手の許容荷重

Static Joint Strength of 100° Flush Head Aluminum Alloy Solid Rivets in Machine-Countersunk Aluminum Alloy Sheet									
Rivet Type	MS20426AD (2117-T3) ( $F_{su} = 30$ ksi)			MS20426D (2017-T3) ( $F_{su} = 38$ ksi)			MS20426DD (2024-T31) ( $F_{su} = 41$ ksi)		
Sheet Material	Clad 2024-T42								
Rivet Diameter, in. (Nominal Hole Diameter, in.)	3/32 (0.096)	1/8 (0.1285)	5/32 (0.159)	3/16 (0.191)	5/32 (0.159)	3/16 (0.191)	1/4 (0.257)	3/16 (0.191)	1/4 (0.257)
Ultimate Strength, lbs									
Sheet thickness, in.:									
0.032	178 <sup>b</sup>	...	...	...	...	...	...	...	...
0.040	193	309 <sup>b</sup>	...	...	...	...	...	...	...
0.050	206	340	479 <sup>b</sup>	...	580 <sup>b,c</sup>	...	...	...	...
0.063	216	363	523	705 <sup>b</sup>	657 <sup>c</sup>	859 <sup>b,c</sup>	...	886 <sup>b</sup>	...
0.071	...	373	542	739	690	917 <sup>c</sup>	...	942	...
0.080	...	...	560	769	720	969 <sup>c</sup>	...	992	...
0.090	...	...	575	795	746	1015	1552 <sup>b,c</sup>	1035	1647 <sup>b,c</sup>
0.100	...	...	...	818	...	1054	1640 <sup>c</sup>	1073	1738 <sup>c</sup>
0.125	...	...	...	853	...	1090	1773	1131	1877
0.160	...	...	...	...	...	...	1891	...	2000
0.190	...	...	...	...	...	...	1970	...	2084
Rivet shear strength <sup>d</sup>	217	388	596	862	755	1090	1970	1175	2125
Yield Strength <sup>e</sup> , lbs									
Sheet thickness, in.:									
0.032	132	...	...	...	...	...	...	...	...
0.040	153	231	...	...	...	...	...	...	...
0.050	188	261	321	...	345	...	...	...	...
0.063	213	321	402	471	401	515	...	614	...
0.071	...	348	453	538	481	557	...	669	...
0.080	...	...	498	616	562	623	...	761	...
0.090	...	...	537	685	633	746	861	842	1053
0.100	...	...	...	745	...	854	1017	913	1115
0.125	...	...	...	836	...	1018	1313	1021	1357
0.160	...	...	...	...	...	...	1574	...	1694
0.190	...	...	...	...	...	...	1753	...	1925
Head height (ref.), in.	0.036	0.042	0.055	0.070	0.055	0.070	0.095	0.070	0.095

b Values above line are for knife-edge condition and the use of fasteners in this condition is undesirable. The use of knife-edge condition in design of military aircraft requires specific approval of the procuring agency.

c Yield value is less than 2/3 of the indicated ultimate strength value.

d Rivet shear strength is documented in MS20426.

e Permanent set at yield load: the greater of 0.005 inch or 2.5% of nominal diameter.

MMPDS (文献[2-5]) より

表 6-21 皿頭リベットせん断継手の許容荷重

Static Joint Strength of 100° Flush Shear Head Aluminum Alloy (7050-T73) Solid Rivets in Machine-Countersunk Aluminum Alloy Sheet								
Rivet Type	NAS1097-E <sup>a</sup> ( $F_{su} = 41$ ksi)							
Sheet Material	Clad 2024-T3				Clad 7075-T6			
Nominal Rivet Diameter, in. (Nominal Hole Diameter, in.) <sup>b</sup>	1/8 (0.1285)	5/32 (0.159)	3/16 (0.191)	1/4 (0.257)	1/8 (0.1285)	5/32 (0.159)	3/16 (0.191)	1/4 (0.257)
Ultimate Strength, lbs								
Sheet thickness, in.:								
0.025	227 <sup>c</sup>	...	...	...	278 <sup>c</sup>	...	...	...
0.032	326	367 <sup>c</sup>	...	...	354	441 <sup>c</sup>	...	...
0.040	437	505	561 <sup>c</sup>	...	439	547	661 <sup>c</sup>	...
0.050	466	679	773	908 <sup>c</sup>	456	674	823	1120 <sup>c</sup>
0.063	485	717	1005	1275	477	700	980	1330
0.071	497	731	1025	1500	490	716	999	1570
0.080	507	747	1045	1750	505	734	1020	1760
0.090	521	765	1065	1840	520	754	1045	1790
0.100	531	781	1085	1870	531	774	1070	1825
0.125	...	814	1135	1935	...	814	1130	1905
0.160	...	...	1175	2030	...	...	1175	2020
0.190	...	...	...	2110	...	...	...	2115
0.250	...	...	...	2125	...	...	...	2125
Rivet shear strength <sup>d</sup>	531	814	1175	2125	531	814	1175	2125
Yield Strength <sup>e</sup> , lbs								
Sheet thickness, in.:								
0.025	192	...	...	...	222	...	...	...
0.032	283	311	...	...	307	356	...	...
0.040	349	439	479	...	372	475	542	...
0.050	398	538	674	767	398	572	724	894
0.063	462	617	799	1105	431	612	836	1205
0.071	497	665	857	1310	451	638	867	1400
0.080	507	720	921	1400	474	666	900	1490
0.090	521	765	995	1500	499	698	938	1540
0.100	531	781	1065	1595	525	729	976	1595
0.125	...	814	1135	1835	...	808	1070	1720
0.160	...	...	1175	2030	...	...	1175	1895
0.190	...	...	...	2110	...	...	...	2050
0.250	...	...	...	2125	...	...	...	2125
Head height (ref.), in.	0.029	0.037	0.046	0.060	0.029	0.037	0.046	0.060

a Data supplied by Lockheed-Georgia Company.

b Fasteners installed in hole diameters of 0.130, 0.158, 0.191, and 0.254 ± 0.003 inch, respectively.

c Values above line are for knife-edge condition and the use of fasteners in this condition is undesirable. The use of knife-edge condition in design of military aircraft requires specific approval of the procuring agency.

d Shear strength based on Table 8.1.2(b) and  $F_{su} = 41$  ksi.

e Permanent set at yield load: 4% of nominal hole diameter.

表 6-22 ファスナの 1 面せん断強度

Shear Stress of Fastener, ksi		35	38	75	90	95	108	125	132	145	156	
Fastener Diameter in.	Basic Shank Area	Ultimate Single Shear Strength, lbs.										
		Size <sup>a</sup>	345	374	739	887	936	1060	1230	1300	1425	1535
0.112	0.0098520	#4	345	374	739	887	936	1060	1230	1300	1425	1535
0.125	0.012272	1/8	430	466	920	1105	1165	1325	1530	1620	1775	1910
0.138	0.014957	#6	523	568	1120	1345	1420	1615	1870	1970	2165	2330
0.156	0.019175	5/32	671	729	1435	1725	1820	2070	2395	2530	2780	2990
0.164	0.021124	#8	739	803	1580	1900	2005	2280	2640	2785	3060	3295
0.188	0.027612	3/16	966	1045	2070	2485	2620	2980	3450	3645	4005	4310
0.190	0.028353	#10	992	1075	2125	2550	2690	3060	3540	3740	4110	4420
0.216	0.036644	#12	1280	1390	2745	3295	3480	3955	4580	4840	5315	5720
0.219	0.037582	7/32	1315	1425	2815	3380	3570	4060	4700	4960	5445	5860
0.250	0.049087	1/4	1715	1865	3680	4420	4660	5300	6140	6480	7115	7660
0.312	0.076699	5/16	2680	2915	5750	6900	7290	8280	9590	10100	11100	11950
0.375	0.11045	3/8	3865	4200	8280	9935	10450	11900	13800	14550	16000	17200
0.438	0.15033	7/16	5260	5710	11250	13500	14250	16200	18750	19800	21750	23450
0.500	0.19635	1/2	6870	7460	14700	17650	18650	21200	24500	25900	28450	30600
0.562	0.24850	9/16	8700	9440	18600	22350	23600	26800	31050	32800	36000	38750
0.625	0.30680	5/8	10700	11650	23000	27600	29150	33100	38350	40500	44500	47900
0.750	0.44179	3/4	15450	16750	33100	39750	42000	47700	55200	58300	64000	68900
0.875	0.60132	7/8	21050	22850	45100	54100	57100	64900	75200	79400	87200	93800
1.000	0.78540	1	27450	29850	58900	70700	74600	84800	98200	103500	113500	122500
1.125	0.99402	1-1/8	34750	37750	74600	89500	94400	107000	124000	131000	144000	155000
1.250	1.2272	1-1/4	43000	46600	92000	110000	116500	132500	153000	162000	177500	191000
1.375	1.4849	1-3/8	52000	56400	111000	133500	141000	160000	185500	196000	215000	231500
1.500	1.7671	1-1/2	61800	67100	132500	159000	167500	190500	220500	233000	256000	275500

<sup>a</sup> Fractional equivalent or screw number.

表 6-23 フラスナの引張強度

Fastener Diameter		Nominal Minor Area <sup>b</sup>	Tensile Stress of Fastener, ksi	MIL-S-7742 Ultimate Tensile Strength, lbs. <sup>cd</sup>						
in.	Size <sup>a</sup>			55	62	62.5	125	140	160	180
0.112	4-40	0.0050896	280	316	318	636	713	814	916	
0.138	6-32	0.0076821	423	476	480	960	1075	1225	1380	
0.164	8-32	0.012233	673	758	765	1525	1710	1955	2200	
0.190	10-32	0.018074	994	1120	1130	2255	2530	2890	3250	
0.250	1/4-28	0.033394	1835	2070	2085	4170	4680	5340	6010	
0.312	5/16-24	0.053666	2950	3325	3350	6710	7510	8590	9660	
0.375	3/8-24	0.082397	4530	5110	5150	10300	11500	13150	14800	
0.438	7/16-20	0.11115	6110	6890	6950	13850	15550	17750	20000	
0.500	1/2-20	0.15116	8310	9370	9450	18900	21150	24150	27200	
0.562	9/16-18	0.19190	10550	11900	11950	23950	26850	30700	34500	
0.625	5/8-18	0.24349	13350	15100	15200	30400	34050	38950	43800	
0.750	3/4-16	0.35605	19550	22050	22250	44500	49800	57000	64100	
0.875	7/8-14	0.48695	26750	30150	30400	60900	68200	77900	87700	
1.000	1-12	0.63307	34800	39250	39550	79100	88600	101000	114000	
1.125	1-1/8-12	0.82162	45200	50900	51400	102500	115000	131500	147500	
1.250	1-1/4-12	1.0347	56900	64200	64700	129000	144500	165500	186000	
1.375	1-3/8-12	1.2724	70000	78900	79500	159000	178000	203500	229000	
1.500	1-1/2-12	1.5345	84400	95100	95900	191500	214500	245500	276000	

a Fractional equivalent or number and threads per inch.

b The tension fastener allowables above are based on the nominal minor diameter thread area for MIL-S-7742 threads from Table 2.2.1 of Handbook H-28.

c Values shown above heavy line are for 2A threads, all other values are for 3A threads.

d Nuts and fastener heads designed to develop the ultimate tensile strength of the fastener are required to develop the tabulated tension loads.

表 6-23 (つづき) ファスナの引張強度

Tensile Stress of Fastener, ksi		160	180	220	260
Fastener Diameter in.	Size <sup>a</sup>	MIL-S-8879 Ultimate Tensile Strength, lbs. <sup>c,d</sup>			
	Maximum Minor Area <sup>b</sup>	869	979	1195	1410
0.112	4-40	0.0054367	869	979	1195
0.138	6-32	0.0081553	1305	1465	1790
0.164	8-32	0.012848	2055	2310	2825
0.190	10-32	0.018602	2975	3345	4090
0.250	1/4-28	0.034241	5480	6160	7530
0.312	5/16-24	0.054905	8780	9880	12050
0.375	3/8-24	0.083879	13400	15100	18450
0.438	7/16-20	0.11323	18100	20350	24900
0.500	1/2-20	0.15358	24550	27600	33750
0.562	9/16-18	0.19502	31200	35100	42900
0.625	5/8-18	0.24700	39500	44500	54300
0.750	3/4-16	0.36082	57700	64900	79400
0.875	7/8-14	0.49327	78900	88800	108500
1.000	1-12	0.64156	102500	115500	141000
1.125	1-1/8-12	0.83129	133000	149500	182500
1.250	1-1/4-12	1.0456	167000	188000	230000
1.375	1-3/8-12	1.2844	205500	231000	282500
1.500	1-1/2-12	1.5477	247500	278500	340500

a Fractional equivalent or number and threads per inch.

b The tension fastener allowances above are based on the maximum minor diameter thread area for MIL-S-8879 threads from Tables II and III of MIL-S-8879.

c Values are for 3A threads.

d Nuts and fastener heads designed to develop the ultimate tensile strength of the fastener are required to develop the tabulated tension loads.

表 6-24 セン断皿頭ハイロックのせん断継手強度

**Static Joint Strength of 100° Flush Shear Head Ti-6Al-4V Fasteners in Machine-Countersunk Aluminum Alloy Sheet and Plate**

Fastener Type .....	HL 11 Pin ( $F_{su} = 95$ ksi), HL 70 Collar <sup>a</sup>			
	Clad 7075-T6 and T651			
Sheet and Plate Material .....				
Fastener Diameter, in. .... (Nominal Shank Diameter, in.) ....	5/32 (0.164)	3/16 (0.190)	1/4 (0.250)	5/16 (0.312)
Ultimate Strength, lbs				
Sheet or plate thickness, in.:				
0.040 .....	734 <sup>b</sup>	837 <sup>b</sup>	...	...
0.050 .....	941	1083	1343 <sup>b</sup>	...
0.063 .....	1207	1393	1762	2170 <sup>b</sup>
0.071 .....	1385	1588	2012	2463
0.080 .....	1557	1779	2281	2823
0.090 .....	1775	2050	2594	3193
0.100 .....	1876	2263	2919	3631
0.125 .....	1950	2542	3765	4594
0.160 .....	2007	2660	3970	5890
0.190 .....	...	2694	4165	6105
0.250 .....	...	...	4530	6580
0.312 .....	...	...	4660	7050
0.375 .....	...	...	...	7290
Fastener shear strength <sup>c</sup> .....	2007	2694	4660	7290
Yield Strength <sup>d</sup> , lbs				
Sheet or plate thickness, in.:				
0.040 .....	674	794	...	...
0.050 .....	835	982	1325	...
0.063 .....	1038	1230	1655	2141
0.071 .....	1130	1355	1813	2338
0.080 .....	1230	1480	2062	2620
0.090 .....	1342	1625	2250	2880
0.100 .....	1440	1750	2470	3420
0.125 .....	1670	2020	2930	3860
0.160 .....	1891	2360	3480	4620
0.190 .....	...	2560	3840	5150
0.250 .....	...	...	4440	6170
0.312 .....	...	...	4660	6900
0.375 .....	...	...	...	7290
Head height (nom.), in. ....	0.040	0.046	0.060	0.067

- a Data supplied by Hi-Shear Corporation.
- b Values above line are for knife-edge condition and the use of fasteners in this condition is undesirable. The use of knife-edge condition in design of military aircraft requires specific approval of the procuring agency.
- c Fastener shear strength based on areas computed from indicated nominal shank diameter and  $F_{su} = 95$  ksi.
- d Permanent set at yield load: the greater of 0.012 inch or 4% of nominal diameter.

MMPDS (文献[2-5]) より

表 6-25 出っ張りせん断頭ハイロックのせん断継手強度

**Static Joint Strength of Protruding Shear Head Alloy Steel Hi-Lok Fasteners in Aluminum Alloy Sheet**

Fastener Type . . . . .	HL 18 Pin ( $F_{su} = 95$ ksi), HL 70 Collar <sup>a</sup>			
	Clad 7075-T6			
Sheet Material . . . . .				
Fastener Diameter, in. . . . .	5/32	3/16	1/4	5/16
(Nominal Shank Diameter, in.) <sup>b</sup> . . .	(0.164)	(0.190)	(0.250)	(0.312)
Ultimate Strength, lbs.				
Sheet thickness, in.:				
0.050 . . . . .	1078	...	...	...
0.063 . . . . .	1353	1559	...	...
0.071 . . . . .	1520	1776	...	...
0.080 . . . . .	1718	1957	2593	...
0.090 . . . . .	1890	2224	2937	...
0.100 . . . . .	1930	2473	3250	4050
0.125 . . . . .	2007	2580	4063	5075
0.160 . . . . .	...	2694	4450	6509
0.190 . . . . .	...	...	4620	6880
0.250 . . . . .	...	...	4660	7290
Rivet shear strength <sup>c</sup> . . . . .	2007	2694	4660	7290
Yield Strength <sup>d</sup> , lbs.				
Sheet thickness, in.:				
0.050 . . . . .	976	...	...	...
0.063 . . . . .	1251	1426	...	...
0.071 . . . . .	1430	1624	...	...
0.080 . . . . .	1589	1848	2344	...
0.090 . . . . .	1746	2065	2687	...
0.100 . . . . .	1875	2242	3031	3660
0.125 . . . . .	...	2563	3750	4734
0.160 . . . . .	...	...	4406	6051
0.190 . . . . .	...	...	...	6686

- a Data supplied by Hi-Shear Corporation.
- b Fasteners installed in clearance holes (0.0005-0.0025).
- c Fastener shear strength based on areas computed from indicated nominal shank diameter and  $F_{su} = 95$  ksi.
- d Permanent set at yield load: the greater of 0.012 inch or 4% of nominal diameter.

MMPDS (文献[2-5]) より

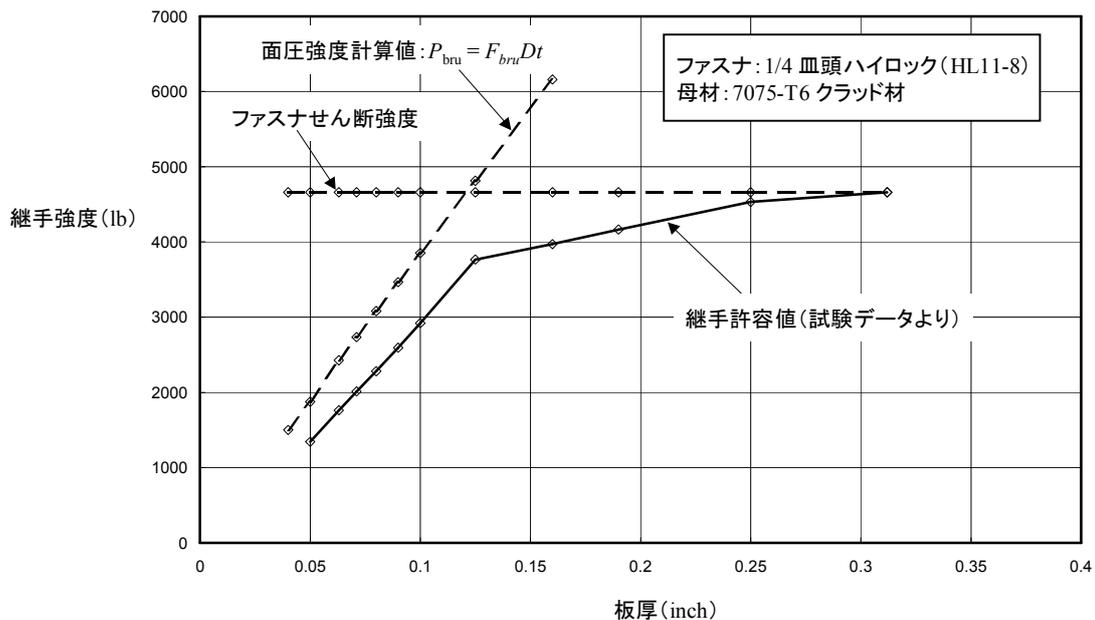


図 6-152 せん断皿頭ハイロックのせん断継手強度

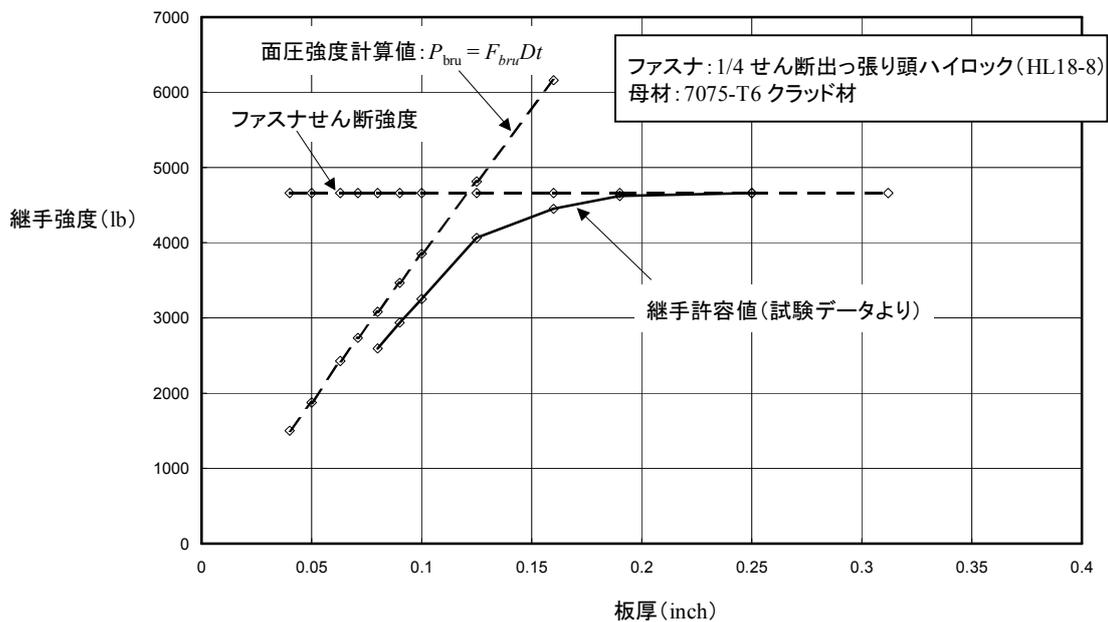


図 6-153 せん断出っ張り頭ハイロックのせん断継手強度

### 6.5.8.3 ファスナ継手の強度計算例

#### (1) 2列リベット継手

図 6-154 に示す 2 列リベット継手の許容引張荷重を計算する。対称性からリベット荷重はすべて等しいことがわかる。表 6-18 から MS2470AD6 リベットの 1 面せん断強度は  $860 \text{ lb} = 3825 \text{ N}$  である。板厚補正係数は、表 6-19 より  $k = 1.0$  であるので、この継手のリベットせん断許容荷重は、

$$P_{allow} = nkP_{su} = 8 \times 1.0 \times 3825 = 30600 \text{ N}$$

母材の面圧許容荷重は、2024-T3 Clad 材の面圧強度  $F_{bru} = 127 \text{ ksi}$  (B-Basis) より、

$$P_{allow} = nF_{bru}(e/D = 2.0)Dt = 8 \times (127 \times 6.895) \times (0.190 \times 25.4) \times (0.063 \times 25.4) = 54099 \text{ N}$$

ネット引張許容荷重は、2024-T3 Clad 材の引張強度  $F_{tu} = 63 \text{ ksi}$  (B-Basis) より、

$$P_{allow} = F_{tu}(W - nD)t = (63 \times 6.895) \times (80 - 4 \times 0.190 \times 25.4) \times (0.063 \times 25.4) = 42189 \text{ N}$$

以上の許容荷重の最小値（リベットせん断）がこのリベット継手の引張許容荷重  $P_{allow} = 30600 \text{ N}$  である。

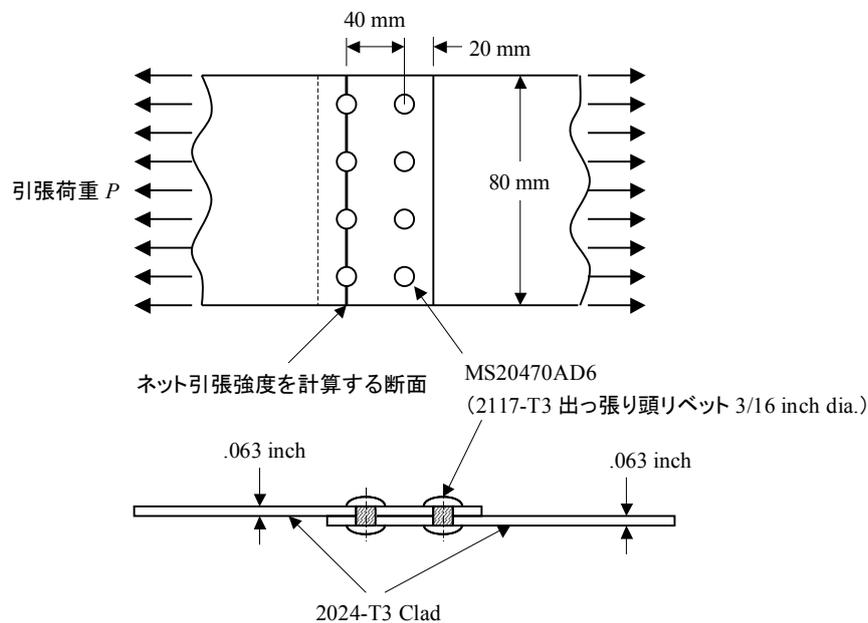


図 6-154 2 列リベット継手

#### (2) 3列リベット継手

リベットが 3 列になると許容荷重がどうなるかを計算してみよう（図 6-155）。リベットが 3 列になると、リベットの荷重が均等ではなくなる。そこで、まずリベットの荷重分担を 4.8.2 項の方法で計算する。

$$\frac{t}{D} = \frac{0.063 \times 25.4}{0.190 \times 25.4} = 0.33 \quad \text{だから、}$$

図 4-143 より、 $\frac{K}{K_{plate}} = 0.20$

図 4-144 より、端のリベット列の荷重分担率は 0.35、中央のリベット列の荷重分担率は 0.30 である。端のリベット列のリベットせん断荷重がリベットせん断許容荷重に達するときが合計の許容荷重である。

この継手のリベット許容せん断荷重は、リベット荷重分担を考慮して、

$$P_{allow} = 1.0 \times 3825 \times \left( 8 + \frac{0.30}{0.35} \times 4 \right) = 43714 N$$

母材の面圧許容荷重は、リベット荷重分担を考慮して、

$$P_{allow} = (127 \times 6.895) \times (0.190 \times 25.4) \times (0.063 \times 25.4) \times \left( 8 + \frac{0.30}{0.35} \times 4 \right) = 77284 N$$

ネット引張許容荷重は、

$$P_{allow} = F_{tu}(W - nD)t = (63 \times 6.895) \times (80 - 4 \times 0.190 \times 25.4) \times (0.063 \times 25.4) = 42189 N$$

以上の許容荷重の最小値（ネット引張）がこのリベット継手の引張許容荷重  $P_{allow} = 42189 N$  である。

この出っ張り頭 AD リベットの場合、2列ファスナ継手より3列ファスナ継手のほうが許容荷重が大きいことがわかる。1面せん断強度がもう少し高いリベットを使えば、ファスナ3列にする必要はなく、2列でじゅうぶんである。

ここでは安全側にリベット荷重が均一でないとして許容荷重を計算したが、実際の構造では面圧やリベットせん断の降伏現象があるためリベット荷重が均一化される。しかし、リベット列が多くなると、端のリベット列の荷重分担がどんどん大きくなるので（図 4-144）、均一化が期待できない。板厚が一定のリベット継手では3列までが効率のよい引張継手である。

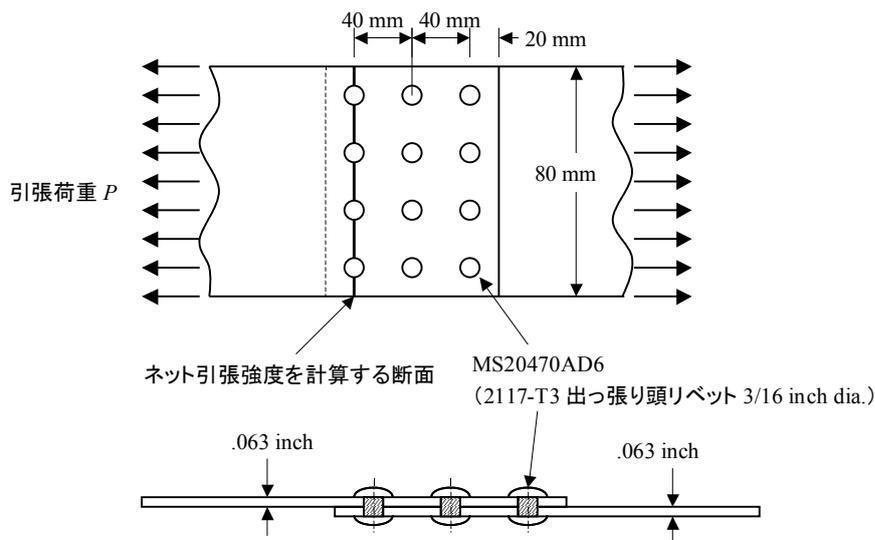


図 6-155 3列リベット継手

### (3) 2列ハイロックせん断継手

図 6-156 に示す皿頭ハイロック（HL11）継手の単位許容荷重は、表 6-24 より  $1779 \text{ lb} = 7913 N$  である。2列ファスナでファスナ荷重は均等であり、ファスナ本数は8本であるので、継手の引張許容荷重は、

$$P_{allow} = nP_{su} = 8 \times 7913 = 63304 N$$

ネット引張許容荷重は、7075-T6 Clad 材の引張強度  $F_{tu} = 77 \text{ ksi}$ （B-Basis）より、

$$P_{allow} = F_{tu}(W - nD)t = (77 \times 6.895) \times (80 - 4 \times 0.1900 \times 25.4) \times (0.080 \times 25.4) = 65480N$$

以上の許容荷重の最小値がこのファスナ継手の引張許容荷重  $P_{allow} = 63304N$  である。

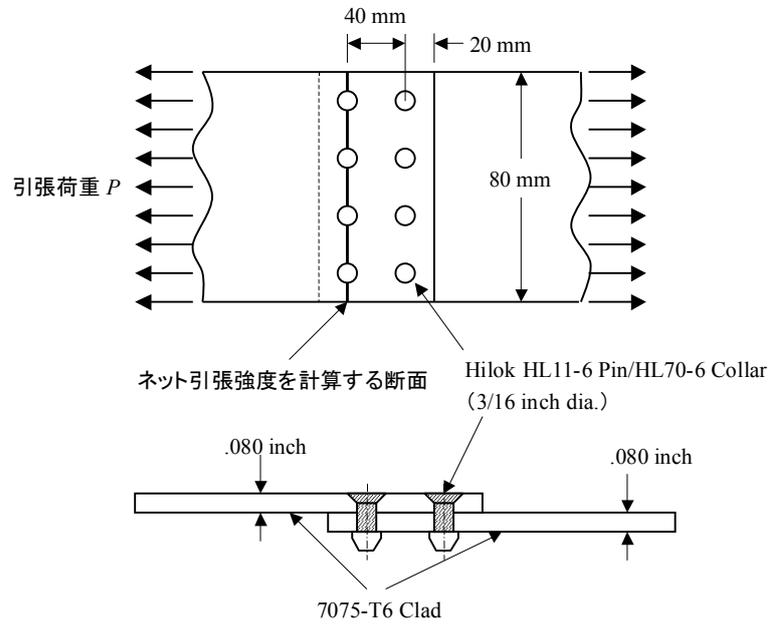


図 6-156 皿頭ハイロック継手

#### 6.5.8.4 ラグとピンの強度計算法

ラグとピン（またはせん断ボルト）を使った結合の部品構成を図 6-157 に示す。

文献[2-8]の第9章、または文献[2-27]の Section B 2 にラグとピンの標準的な強度計算法の詳細な説明がある。これは 1950 年代に実験データから導き出された計算法であり、現在でも用いられている。FEM が開発されてラグの応力分布が計算できるようになったため、FEM によるラグの応力解析の結果とこれまでに得られている実験データを組み合わせてラグの強度を計算する方法が文献[2-57]で提案されているので、その方法を以下に紹介する。ピンの曲げの計算については、文献[2-8]の第9章の方法を説明する。

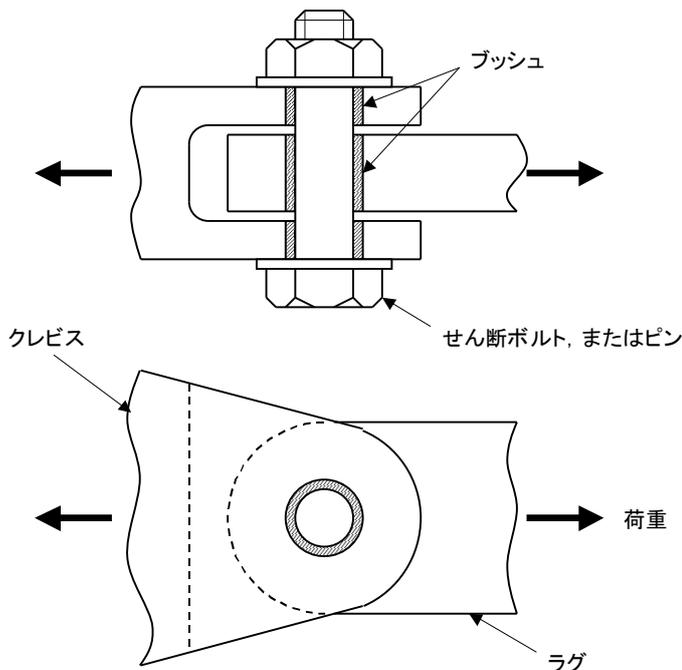


図 6-157 ラグを使った結合の部品構成

##### (1) ラグの応力分布

まず、ラグの応力分布を見てみよう（文献[2-64]による）。図 6-158 の上の図のように、軸方向に引張荷重を負荷したラグを、図 6-159 の下の図のような 2 次元有限要素モデルで解析した。このモデルでは、ピンもモデル化しており、ピンの材料のヤング率はラグの材料のヤング率の 3 倍と仮定した。ピンの外周の節点とラグの穴の節点は同じ座標で別の節点とし、同じ位置にある節点どうしをバネ要素で結合した。ピンの中心に荷重を負荷して、ピンの節点とラグの穴の節点が接触した場合にはその場所のバネ要素の非常に剛性を大きくして荷重を伝えるようにし、離れた場合にはバネの剛性を非常に小さくして（ほとんどゼロ）荷重を伝えないようにした。このようにして計算した周方向応力の分布を（図 6-159 と図 6-160）に、半径方向応力の分布を図 6-161 に示す。これらの図では応力を平均面圧応力  $f_{BR} = \frac{P}{2R_t}$  でノーマライズしてある。ラグの幅に比べてラグの穴が大きくなればなるほど周

方向の応力集中は高くなる。面圧応力分布は比較的一様で、平均面圧応力とそれほど変わらないことがわかる。この FEM 解析結果をもとにして、次項で説明する強度計算法が開発された。この FEM 解析結果は線形解析であるので、静強度を求めるには塑性の影響を考慮する必要があり、そのとき周方向応力の応力集中の影響は緩和される。

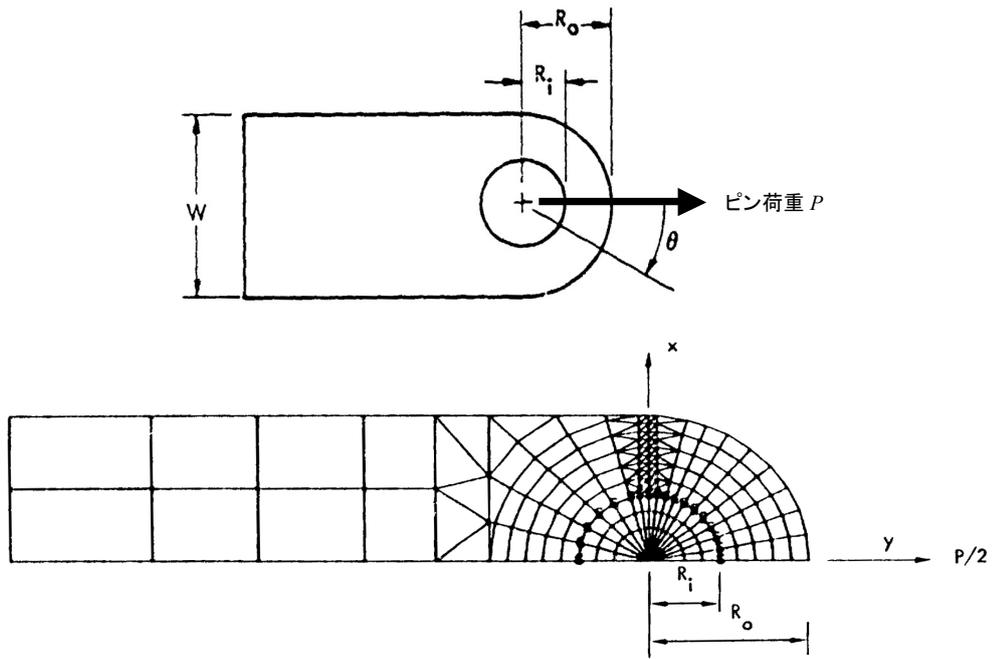


図 6-158 ラグの詳細 FEM モデル

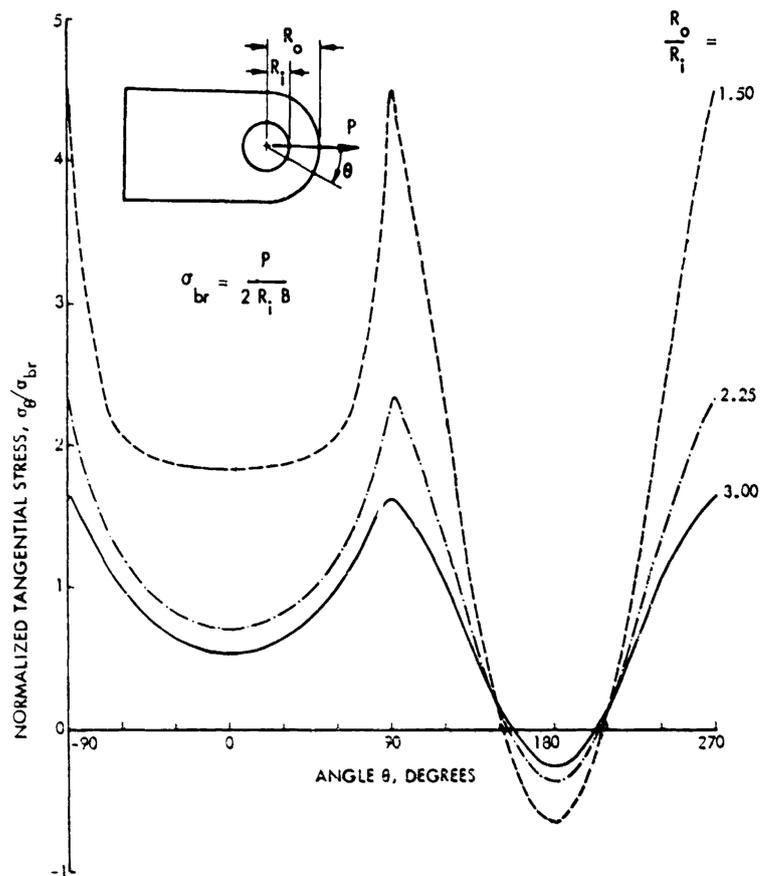


図 6-159 ラグの穴の周囲の周方向応力の分布

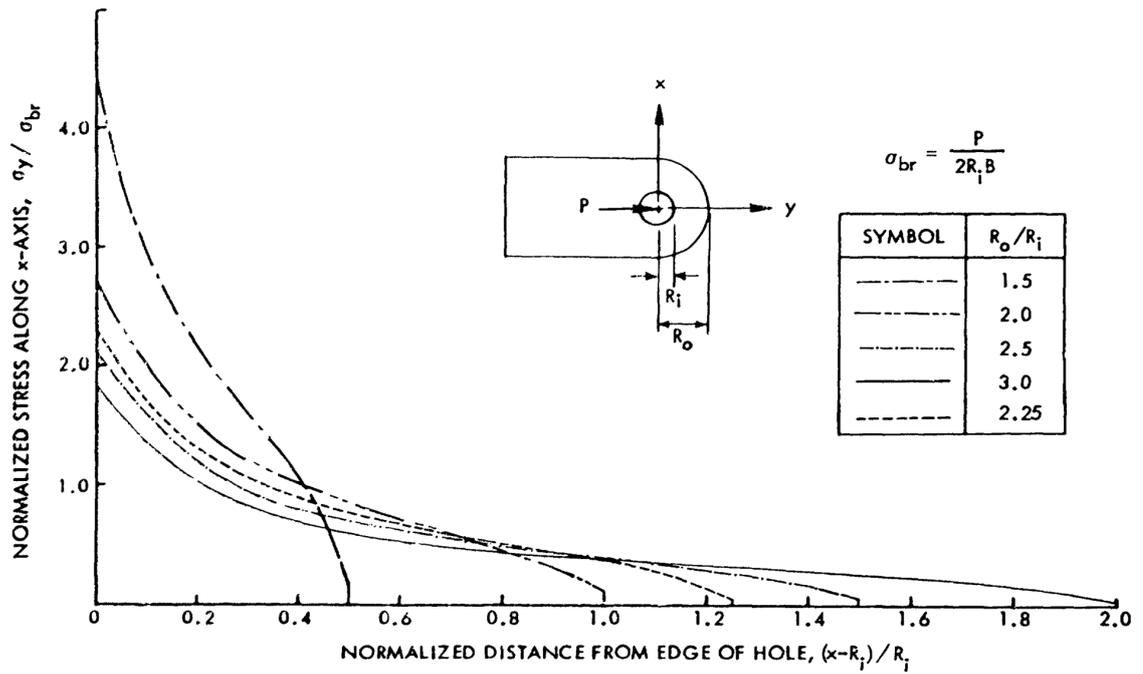


図 6-160 ラグの周方向応力の x 方向の分布

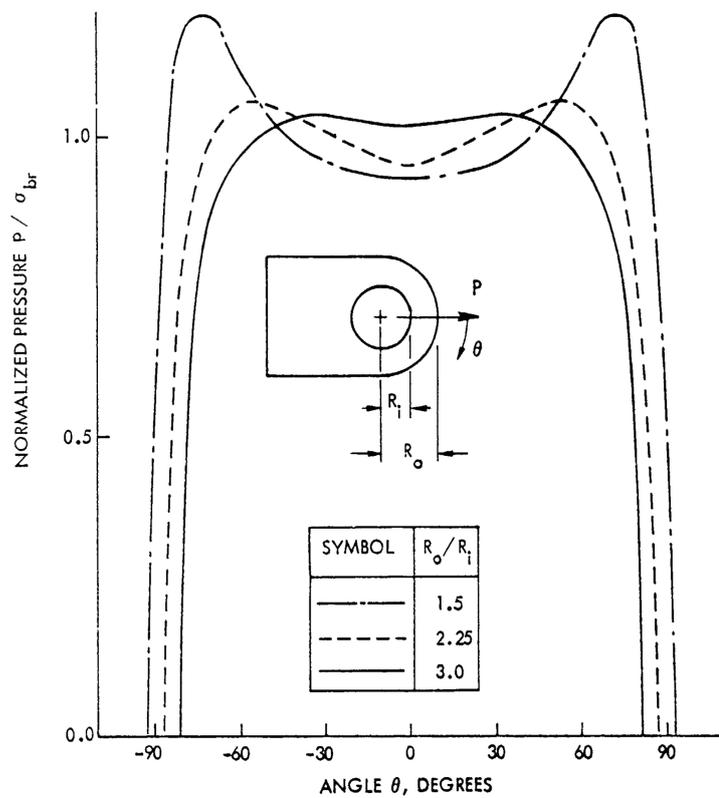


図 6-161 ラグの穴の周囲の半径方向応力（面圧応力）の分布

(2) ラグの強度計算法（文献[2-57]による）

解析するラグの形状を図 6-162 に示す。テーパ角 $\beta$  は 0 度から 45 度である。穴  $D$  はブッシュの外径である。穴の位置がラグの外形と偏心（eccentricity）している場合（ $\frac{a}{R_0} \neq 0$ ）も考慮する。

ラグの 2 次元線形 FEM 解析による穴の周囲に発生する周方向応力の最大値と平均面圧応力の比を弾性応力集中係数  $K_{ib}$  と定義する。

$$K_{ib} = \frac{f_{t,\max}}{f_{BR}}$$

ここで、 $f_{t,\max}$  : 穴の周囲に発生する周方向応力の最大値

$$f_{BR} = \frac{P}{Dt} \quad \text{: 平均面圧応力}$$

$P$  : 荷重,  $D$  : ラグの穴径,  $t$  : ラグの厚さ

ラグの許容荷重  $P_{allow}$  から面圧効率係数  $K_{BR}$  を次のように定義する。

$$K_{BR} = \frac{P_{allow}}{DtF_{tu}}$$

ここで、 $F_{tu}$  : ラグの材料の終極引張許容応力（すべての方向のうちの最小値を使う）

この式を書き換えると、

$$P_{allow} = K_{BR} Dt F_{tu}$$

いろいろな形状、材料、荷重方向のラグの試験データから  $K_{ib}$  と  $K_{BR}$  の関係が得られている（図 6-164（チャート B））。線形解析によって穴の周囲の最大応力がわかれば、このチャートを使ってラグの強度を計算できる。一方、いろいろな寸法のラグの 2 次元線形 FEM 解析結果をまとめて弾性応力集中係数  $K_{ib}$  を求めるチャートが作成されている（図 6-163, 図 6-165, 図 6-166, 図 6-167）。

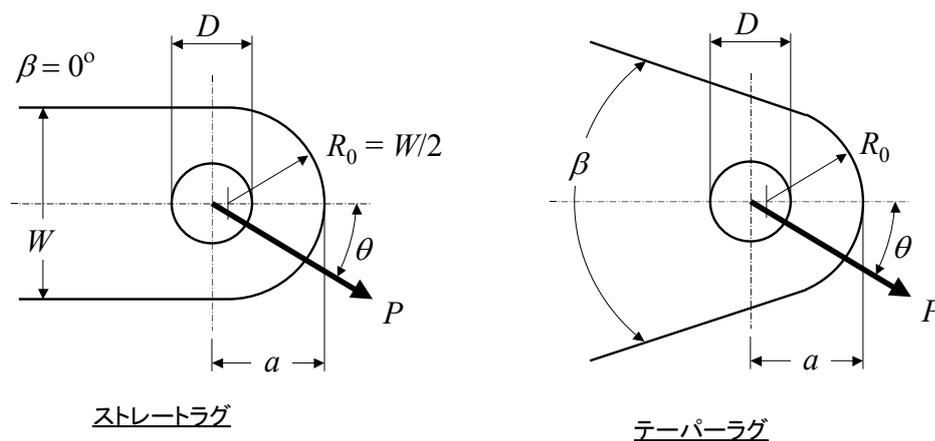


図 6-162 ラグの形状

これらのチャートを使ってラグの強度を計算する手順を以下に示す.

① ストレートラグ ( $\beta = 0^\circ$ )

$\frac{W}{D}$  と  $\theta$  からチャート A (図 6-163) を使って  $(K_{tb})_s$  を求める.

穴の偏心がない場合は,

$(K_{tb})_s$  からチャート B (図 6-164) を使って  $K_{BR}$  を求める.

$P_{allow} = K_{BR} D t F_{tu}$  でラグの許容荷重が計算できる. なお, 終極引張許容応力  $F_{tu}$  にはすべての方向のうちの最小値を使うこと.

穴の偏心がある場合は,

$\frac{2a}{W}$  と  $\theta$  からチャート E (図 6-167) を使って偏心のある場合の応力集中の補正係数  $\frac{(K_{tb})_e}{(K_{tb})_s}$  を読み取り,

上で求めた偏心のないときの  $(K_{tb})_s$  に補正係数をかけて  $(K_{tb})_e$  を得る.

$(K_{tb})_e$  からチャート B (図 6-164) を使って  $K_{BR}$  を求める.

$P_{allow} = K_{BR} D t F_{tu}$  でラグの許容荷重が計算できる. なお, 終極引張許容応力  $F_{tu}$  にはすべての方向のうちの最小値を使うこと.

② テーパーラグ ( $0^\circ < \beta \leq 45^\circ$ )

②-1 テーパーラグ, 軸方向荷重 ( $0^\circ < \beta \leq 45^\circ, \theta = 0^\circ$ )

$\frac{2R_0}{D}$  からチャート C (図 6-165) を使って軸方向荷重 ( $\theta = 0^\circ$ ) の場合の  $(K_{tb})_{\theta=0^\circ}$  を求める.

穴の偏心がない場合は,

$(K_{tb})_{\theta=0^\circ}$  からチャート B (図 6-164) を使って  $K_{BR}$  を求める.

$P_{allow} = K_{BR} D t F_{tu}$  でラグの許容荷重が計算できる. なお, 終極引張許容応力  $F_{tu}$  にはすべての方向のうちの最小値を使うこと.

穴の偏心がある場合は,

$\frac{2a}{W} = \frac{a}{R_0}$  と  $\theta$  からチャート E (図 6-167) を使って偏心のある場合の応力集中の補正係数  $\frac{(K_{tb})_e}{(K_{tb})_s}$  を読み

取り, 上で求めた偏心のないときの  $(K_{tb})_s = (K_{tb})_{\theta=0^\circ}$  に補正係数をかけて  $(K_{tb})_e$  を得る.

$(K_{tb})_e$  からチャート B (図 6-164) を使って  $K_{BR}$  を求める.

$P_{allow} = K_{BR} D t F_{tu}$  でラグの許容荷重が計算できる. なお, 終極引張許容応力  $F_{tu}$  にはすべての方向のうちの最小値を使うこと.

②-2 テーパーラグ, 傾いた方向の荷重 ( $0^\circ < \beta \leq 45^\circ, \theta \neq 0^\circ$ )

$\frac{W}{D} = \frac{2R_0}{D}$  と  $\theta$  からチャート A (図 6-163) を使ってストレートラグ ( $\beta = 0^\circ$ ) の  $\theta$  方向荷重に対する  $(K_{tb})_{s,\theta}$  を求める.

$\frac{2R_0}{D}$  からチャート C (図 6-165) を使って  $\beta = 45^\circ$  のテーパーラグの軸方向荷重 ( $\theta = 0^\circ$ ) に対する  $(K_{tb})_{\beta=45^\circ, \theta=0^\circ}$

を求める.

$\theta$  からチャート D (図 6-166) を使って  $\beta = 45^\circ$  のテーパラグの荷重の方向の補正係数  $\frac{(K_{tb})_{\beta=45^\circ, \theta}}{(K_{tb})_{\beta=45^\circ, \theta=0^\circ}}$  を

求める。

$(K_{tb})_{\beta=45^\circ, \theta=0^\circ}$  にこの補正係数をかけて  $(K_{tb})_{\beta=45^\circ, \theta}$  を得る。

ストレートラグ ( $\beta = 0^\circ$ ) の  $(K_{tb})_{s, \theta}$  と  $45^\circ$  テーパラグの  $(K_{tb})_{\beta=45^\circ, \theta}$  から  $\beta$  の内挿をして  $(K_{tb})_{\beta, \theta}$  を得る。

穴の偏心がない場合は、

$(K_{tb})_{\beta, \theta}$  からチャート B (図 6-164) を使って  $K_{BR}$  を求める。

$P_{allow} = K_{BR} D t F_{tu}$  でラグの許容荷重が計算できる。なお、終極引張許容応力  $F_{tu}$  にはすべての方向のうちの最小値を使うこと。

穴の偏心がある場合は、

$\frac{2a}{W} = \frac{a}{R_0}$  と  $\theta$  からチャート E (図 6-167) を使ってストレートラグに偏心のある場合の応力集中の補正係

数  $\frac{(K_{tb})_e}{(K_{tb})_s}$  を読み取り、上で求めた偏心のないときの  $(K_{tb})_s = (K_{tb})_{\beta, \theta}$  に補正係数をかけて  $(K_{tb})_e$  を得る。

$(K_{tb})_e$  からチャート B (図 6-164) を使って  $K_{BR}$  を求める。

$P_{allow} = K_{BR} D t F_{tu}$  でラグの許容荷重が計算できる。なお、終極引張許容応力  $F_{tu}$  にはすべての方向のうちの最小値を使うこと。

補足：チャートの式

参考のため、チャートの式を記載しておく (文献[2-57]より)。

- チャート A (図 6-163)

ストレートラグの弾性応力集中係数

$\beta = 0^\circ, \theta = 0^\circ$  のとき、

$$(K_{tb})_{s, \theta=0^\circ} = 2.75 \left( \frac{W}{D} - 1 \right)^{-0.675}$$

$\beta = 0^\circ, \theta = 90^\circ$  のとき、

$$(K_{tb})_{s, \theta=90^\circ} = 7.78 \left( \frac{W}{D} \right)^{-1.333} ; \quad 1.724 < \frac{W}{D} < 3.40 \text{ のとき}$$

$$(K_{tb})_{s, \theta=90^\circ} = 9.333 \left( \frac{W}{D} \right)^{-1.667} ; \quad 1.332 < \frac{W}{D} < 1.724 \text{ のとき}$$

- チャート B (図 6-164)

文献[2-57]のチャートに式を当てはめた。

$$K_{BR} = 2.50 K_{tb}^{-0.85} - 0.245$$

- チャート C (図 6-165)

テーパラグの弾性応力集中

$$(K_{tb})_{\beta, \theta=0^\circ} = \left(2.75 - \frac{\beta}{135}\right) \left(\frac{2R_0}{D} - 1\right)^{-\left(0.675 - \frac{\beta}{1000}\right)}$$

- チャート D (図 6-166)  
 $\beta = 45^\circ$  テーパーラグの荷重の傾きの補正係数

$$\frac{(K_{tb})_{\beta=45^\circ, \theta}}{(K_{tb})_{\beta=45^\circ, \theta=0^\circ}} = 1 + 6.33 \times 10^{-3} \theta - 8.15 \times 10^{-5} \theta^2$$

- チャート E (図 6-167)  
試験値を使ったチャートで、式はない。

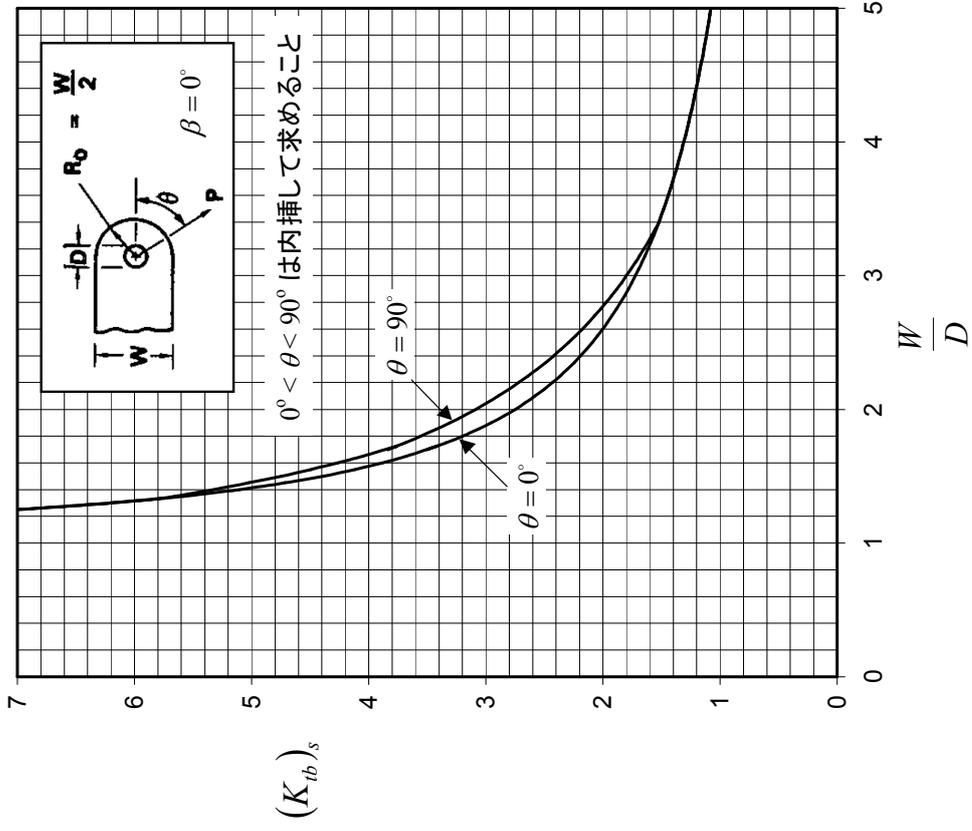


図 6-163 ストレートラグの弾性応力集中係数 - チャート A

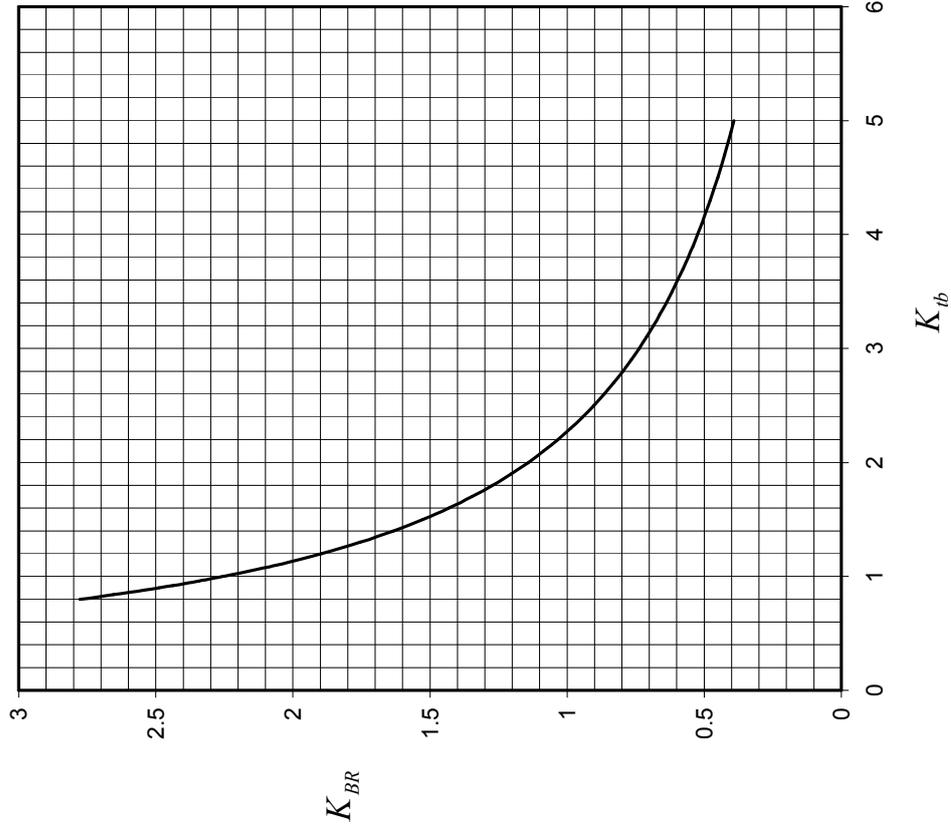


図 6-164 弾性応力集中係数と面圧係数の関係 - チャート B

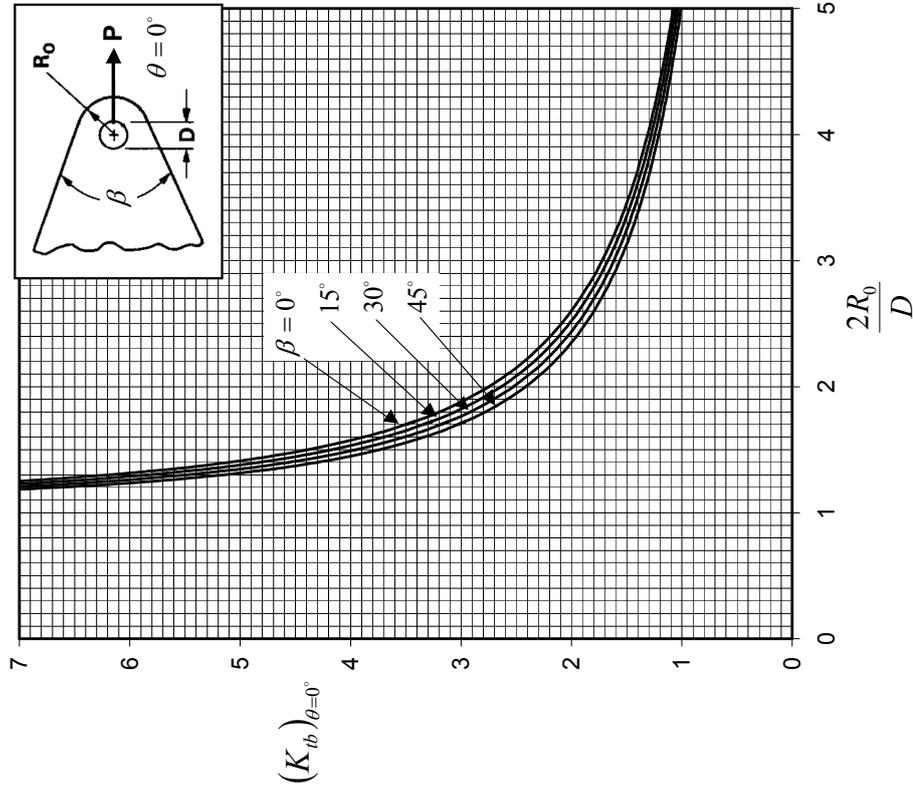


図 6-165 テーパー角と弾性応力集中係数の関係 - チャート C

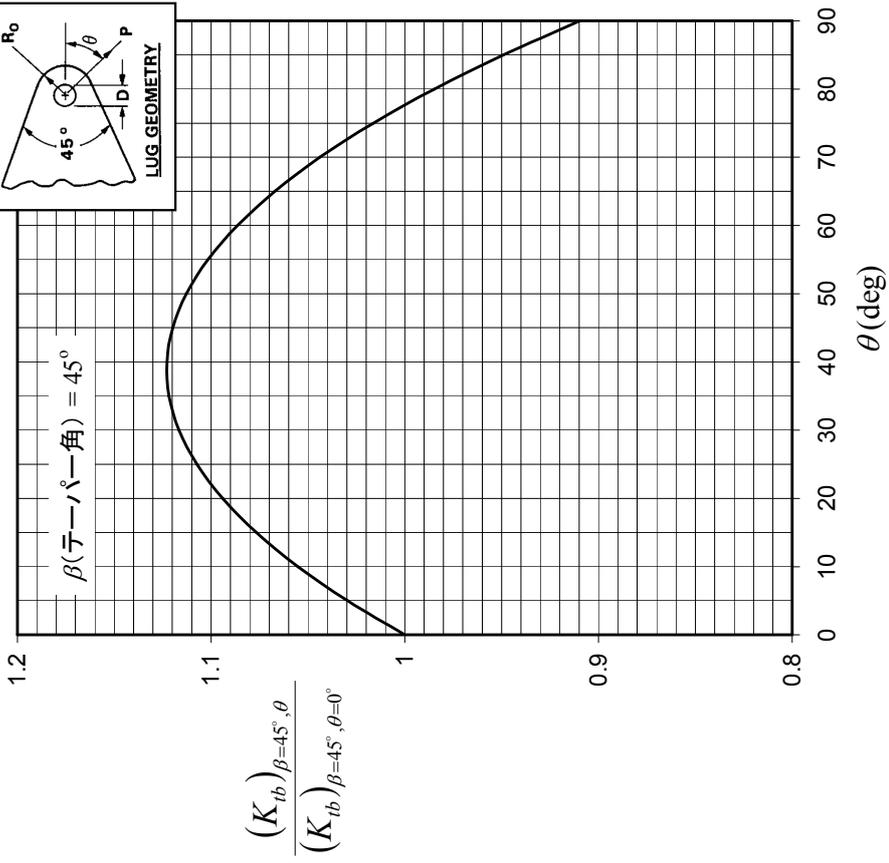


図 6-166 荷重の方向の影響 - 45度テーパーラグ - チャート D

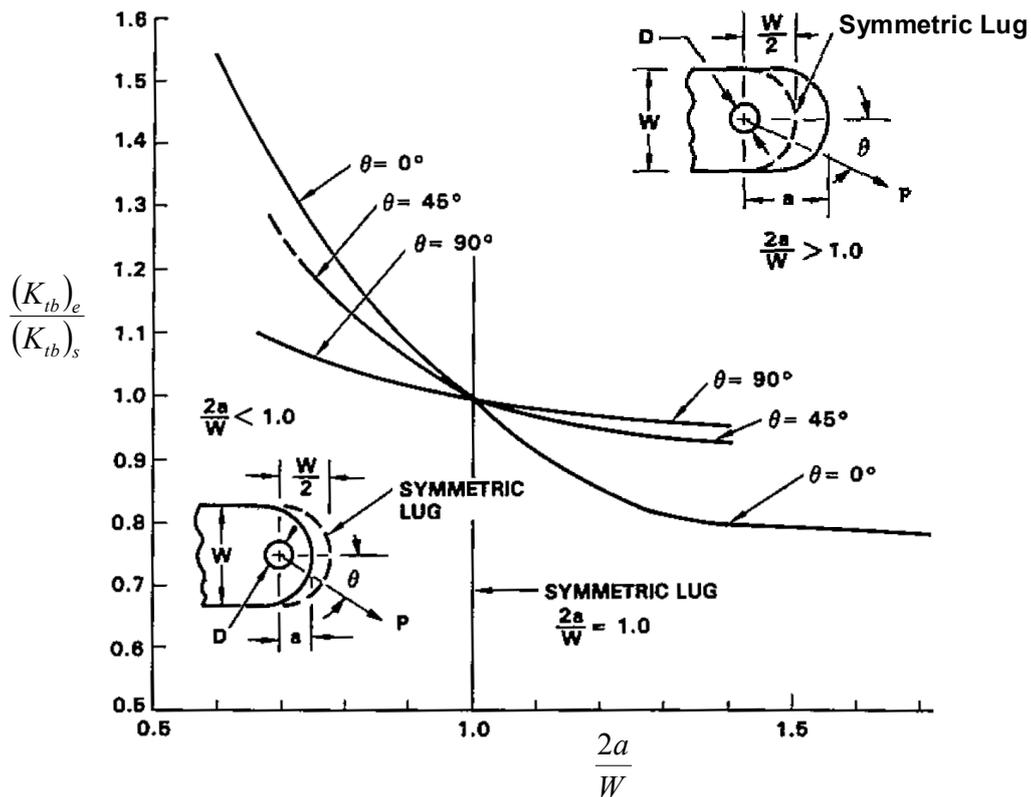


図 6-167 偏心の影響 - チャート E

(3) ブッシュの強度計算法

ラグにブッシュがついている場合にはブッシュの終極面圧許容荷重は次の式で表される。(文献[2-8])

$$P_{u,bush} = 1.304 F_{cy} D_p t$$

- ここで、 $F_{cy,bush}$  : ブッシュの圧縮降伏応力  
 $t$  : ラグの板厚 (ブッシュの幅)  
 $D_p$  : ピンの直径

(4) 2枚ラグのピンの強度計算法

ラグ結合のピンの強度チェックは、せん断と曲げに関して行う。実際のラグ結合の破壊はほとんどピンのせん断で起き、曲げで破壊することはまれである。しかし、制限荷重以下でピンの曲げの永久変形が発生するとピンを抜くことができなくなる事、ピンの曲げ変形が過大であるとラグの穴周りの応力分布が均一でなくなりラグ強度が低下することから、ピンの曲げ強度をチェックする必要がある。以下の強度計算法は文献[2-8]による。

● ピンのせん断強度

図 6-168 に示す 2枚ラグ結合のピンのせん断許容荷重  $P_{su}$  は次の式で表される。

$$P_{su} = A_s F_{tu} = 2 \frac{\pi D_p^2}{4} F_{su}$$

ここで、 $D_p$  : ピンの直径

$F_{su}$  : ピンのせん断許容応力

$A_s$  : ピンのせん断の断面積

式の中の「2」はピンが2面せん断で荷重を受けていることによる。

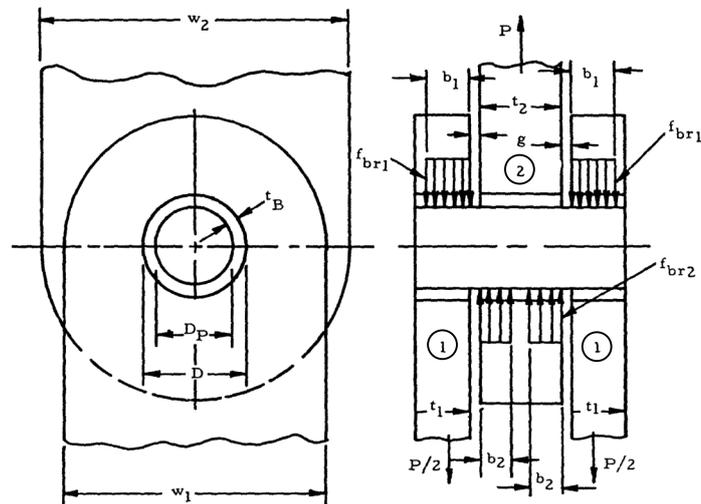


図 6-168 ピンの荷重

● ピンの曲げ強度

まず、ピンとラグの間の接触荷重が一様に分布していると仮定する。このときのピンの最大曲げモーメント  $M_{max}$  は次の式で表される。

$$M_{max} = \frac{P}{2} \left( \frac{t_1}{2} + \frac{t_2}{4} + g \right)$$

ここで、 $P$  : 作用荷重

$t_1$  : 外側のラグの板厚

$t_2$  : 内側のラグの板厚

$g$  : ラグのギャップ

この曲げモーメントに対して、終極荷重においてピンが破壊しなければよい。このとき、塑性曲げを考慮してよい。塑性曲げを考慮したピンの許容曲げモーメントを  $M_{bu}$  とすると、ピンの曲げに対する許容荷重  $P_{bu}$  は次の式で表される。

$$P_{bu} = \frac{2M_u}{\frac{t_1}{2} + \frac{t_2}{4} + g}$$

ピンの曲げに対する許容荷重が、ラグの許容荷重、ブッシュの面圧許容荷重、ピンのせん断許容荷重より大きいならば、ピンの曲げに対する強度はじゅうぶんであり、これ以上の計算は不要である。

もし、ピンの曲げに対する許容荷重が、ラグの許容荷重、ブッシュの面圧許容荷重、ピンのせん断許容荷重より小さいならば、このピンは相対的に弱いピンであり、曲げが標定である。しかし、ピンが曲がることにより、ピンとラグの穴の接触荷重の中心がピンのせん断面に近づくため、ピンの曲げモーメントが緩和される。この効果を考慮するために、偏った接触荷重の分布を図 6-168 のように幅  $b_1$  と  $b_2$  の一様分布と仮定すると、ラグとブッシュの有効な板厚もやはり  $b_1$  と  $2b_2$  に減ることになる。この時、ピンの曲げに対する許容荷重は、

$$P'_{bu} = \frac{2M_u}{\frac{b_1}{2} + \frac{b_2}{2} + g}$$

である。有効な板厚を減らしたラグとブッシュに対しても許容荷重を求める。すなわち、外側のラグの板厚  $t_1$  の代わりに  $b_1$  を使い、内側のラグの板厚  $t_2$  の代わりに  $2b_2$  を使うことにより許容荷重を計算することができる。ピンの曲げに対する許容荷重がラグとブッシュの許容荷重の小さいほうと等しくなったときが、このラグ結合の許容荷重である。次の式がこの計算を行った結果であり、ピンの曲げに対する最大許容荷重を表わす。

$$P_{bu,max} = 2C \sqrt{\frac{P_{bu}}{C} \left( \frac{t_1}{2} + \frac{t_2}{4} + g \right) + g^2} - 2Cg$$

$$\text{ここで、 } C = \frac{P_{lug1} + P_{lug2}}{P_{lug1}t_2 + P_{lug2}t_1}$$

$P_{lug1}$  : 外側ラグの片側の許容荷重と外側ラグの片側のブッシュの許容荷重の小さいほう

$P_{lug2}$  : 内側ラグの許容荷重と内側ラグの許容荷重の小さいほう

## (5) 2枚ラグ結合の許容荷重

2枚ラグ結合の許容荷重をまとめると次のようになる。(文献[2-8])

- ピンの曲げに対する強度がじゅうぶんのとき  
ピンとラグ穴の接触荷重が一様に分布していると仮定して計算したピンの許容荷重(曲げモーメントの緩和を考慮しない)が、ラグの許容荷重(内側ラグと外側ラグの小さいほう)、ブッシュの許容荷重(内側ラグと外側ラグの小さいほう)、ピンのせん断強度のどれかより高い場合。  
ラグの許容荷重、ブッシュの許容荷重、ピンのせん断許容荷重のうちの最小値がラグ結合の許容荷重である。
- ピンの曲げに対する強度が低いとき  
ピンとラグ穴の接触荷重が一様に分布していると仮定して計算したピンの許容荷重(曲げモーメントの緩和を考慮しない)が、ラグの許容荷重(内側ラグと外側ラグの小さいほう)、ブッシュの許容荷重(内側ラグと外側ラグの小さいほう)、ピンのせん断強度のどれよりも低い場合。  
ピンのせん断許容荷重とピンの曲げに対する許容荷重(曲げモーメント緩和を考慮)の小さいほうがラグ結合の許容荷重である。

(6) ラグ結合の強度計算例 1

図 6-169 に示す 2 枚ラグ結合の強度計算を以下に示す.

● 材料

材料と材料特性は次のとおりである.

➤ 外側ラグ, 内側ラグ

材料 : 7050-T7451, Plate, 1.501-2.000inch t

材料特性 :  $F_{tu} = 76\text{ksi}$ ,  $F_{bru} (e/D = 1.5) = 112\text{ksi}$

➤ ブッシュ

材料 : アルミブロンズ

材料特性 :  $F_{cy} = 60\text{ksi}$

➤ ボルト (ピン)

材料 : Low Alloy Steel

材料特性 :  $F_{tu} = 125\text{ksi}$ ,  $F_{su} = 75\text{ksi}$

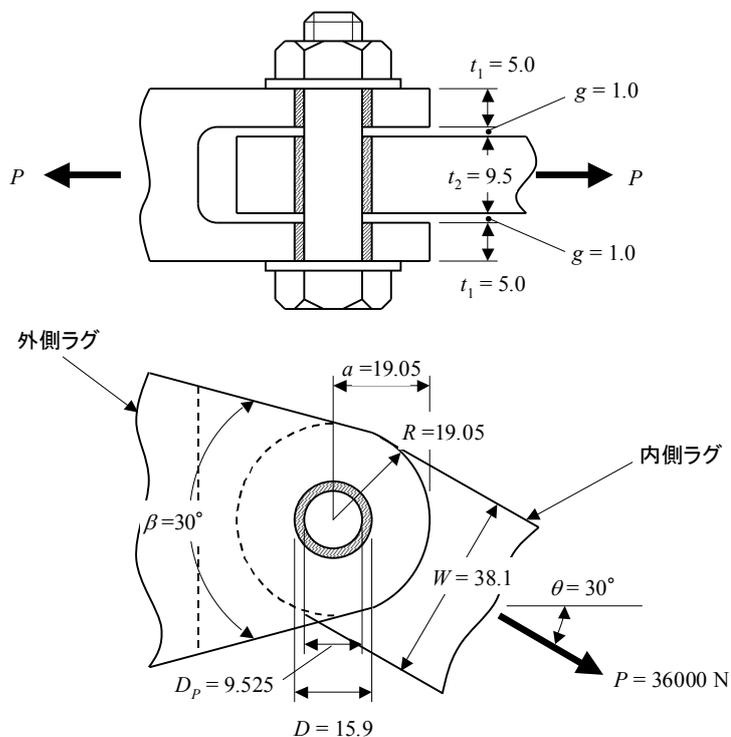


図 6-169 2 枚ラグ結合の強度計算例 1

① 外側ラグ

$$\frac{W}{D} = \frac{2R_0}{D} = \frac{2 \times 19.05}{15.9} = 2.40 \quad \text{と } \theta = 30^\circ \text{ からチャート A (図 6-163) を使ってストレートラグ ( } \beta = 0^\circ \text{ ) の}$$

$\theta = 30^\circ$  方向荷重に対する  $(K_{tb})_{s,\theta}$  を求めると,  $(K_{tb})_{s,\theta} = 2.25$  を得る.

$\frac{2R_0}{D} = 2.40$  からチャート C (図 6-165) を使って  $\beta = 45^\circ$  のテーパラグの軸方向荷重 ( $\theta = 0^\circ$ ) に対する

$(K_{tb})_{\beta=45^\circ, \theta=0^\circ}$  を求めると,  $(K_{tb})_{\beta=45^\circ, \theta=0^\circ} = 1.95$  を得る.

$\theta = 30^\circ$  からチャート D (図 6-166) を使って  $\beta = 45^\circ$  のテーパラグの荷重の方向の補正係数

$\frac{(K_{tb})_{\beta=45^\circ, \theta}}{(K_{tb})_{\beta=45^\circ, \theta=0^\circ}}$  を求めると,  $\frac{(K_{tb})_{\beta=45^\circ, \theta}}{(K_{tb})_{\beta=45^\circ, \theta=0^\circ}} = 1.16$  を得る.

$(K_{tb})_{\beta=45^\circ, \theta=0^\circ} = 1.95$  にこの補正係数をかけて  $(K_{tb})_{\beta=45^\circ, \theta} = 1.16 \times 1.95 = 2.26$  を得る.

ストレートラグ ( $\beta = 0^\circ$ ) の  $(K_{tb})_{\beta, \theta}$  と  $45^\circ$  テーパラグの  $(K_{tb})_{\beta=45^\circ, \theta}$  から  $\beta$  の内挿をして,

$(K_{tb})_{\beta, \theta} = \frac{2.26 - 2.25}{45 - 0} \times (30 - 0) + 2.25 = 2.26$  を得る.

穴の偏心が無いので,  $(K_{tb})_{\beta, \theta}$  からチャート B (図 6-164) を使って  $K_{BR}$  を求めると,  $K_{BR} = 1.01$  を得る.

ラグの許容荷重は,  $P_{allow} = 2K_{BR}D t_1 F_{tu} = 2 \times 1.01 \times 15.9 \times 5 \times (76 \times 6.895) = 84152N$

## ② 内側ラグ

$\frac{W}{D} = \frac{38.1}{15.9} = 2.40$  と  $\theta = 0^\circ$  からチャート A (図 6-163) を使って  $(K_{tb})_s$  を求めると,  $(K_{tb})_s = 2.20$  を得る.

穴の偏心が無いので,  $(K_{tb})_s$  からチャート B (図 6-164) を使って  $K_{BR}$  を求めると,  $K_{BR} = 1.03$  を得る.

ラグの許容荷重は,  $P_{allow} = K_{BR} D t_2 F_{tu} = 1.03 \times 15.9 \times 9.5 \times (76 \times 6.895) = 81528N$

## ③ ブッシュ

外側ラグのブッシュの終極面圧許容荷重は,

$$P_{u,bush} = 1.304 F_{cy} D_p 2t_1 = 1.304 \times (60 \times 6.895) \times 9.525 \times 2 \times 5 = 51384N$$

内側ラグのブッシュの終極面圧許容荷重は,

$$P_{u,bush} = 1.304 F_{cy} D_p t_2 = 1.304 \times (60 \times 6.895) \times 9.525 \times 9.5 = 48815N$$

## ④ ピンの許容せん断荷重

ピンは2面せん断であるから, ピンの許容せん断荷重は,

$$P_{su} = A_s F_{tu} = 2 \frac{\pi D_p^2}{4} F_{su} = 2 \times \frac{\pi \times 9.525^2}{4} \times (75 \times 6.985) = 73696N$$

## ⑤ ピンの許容曲げ荷重

ピンの許容曲げモーメントは, 塑性曲げを考慮すると  $F_b = 180ksi$  だから,

$$M = \frac{\pi D^3 F_b}{32} = \frac{\pi \times 9.525^3 \times (180 \times 6.985)}{32} = 106669N - mm$$

ピンの曲げに対する許容荷重 (曲げモーメントの緩和を考慮しない) は,

$$P_{bu} = \frac{2M_u}{\frac{t_1}{2} + \frac{t_2}{4} + g} = \frac{2 \times 106668}{\frac{5}{2} + \frac{9.5}{4} + 1} = 36313N$$

この許容荷重は, ラグの許容荷重, ブッシュの許容荷重, ピンの許容せん断荷重に比べて小さいので, 曲げモーメントの緩和を考慮する必要がある.

曲げモーメントの緩和を考慮したピンの曲げに対する許容荷重は、

$$C = \frac{P_{lug1}P_{lug2}}{P_{lug1}t_2 + P_{lug2}t_1} = \frac{\frac{51384}{2} \times 48815}{\frac{51384}{2} \times 9.5 + 48815 \times 5} = 2569 \text{ N/mm}$$

$$P_{bu,max} = 2C \sqrt{\frac{P_{bu}}{C} \left( \frac{t_1}{2} + \frac{t_2}{4} + g \right) + g^2} - 2Cg = 2 \times 2569 \times \sqrt{\frac{36313}{2569} \left( \frac{5}{2} + \frac{9.5}{4} + 1 \right) + 1^2} - 2 \times 2569 \times 1 = 41965 \text{ N}$$

⑥ ラグ結合の許容荷重のまとめ

ピンの許容せん断荷重より曲げに対する許容荷重のほうが小さいので、ラグ結合の強度としてはピンの曲げが  
 標定となり、ラグ結合の許容荷重は、

$$P_{allow} = 41965 \text{ N}$$

となる。

⑦ ラグ結合の安全余裕

ラグに働く作用荷重は 36000N であるので、継手の特別係数 1.15 を考慮して安全余裕は次のようになる。

$$M.S. = \frac{41965}{36000 \times 1.15} - 1 = +0.01$$

(7) ラグ結合の強度計算例 2

前項のラグのピン径を 9.525mm から 12.7mm に増加した図 6-170 に示す 2 枚ラグ結合の強度計算を以下に示す。

● 材料

材料と材料特性は次のとおりである。

➤ 外側ラグ, 内側ラグ

材料 : 7050-T7451, Plate, 1.501-2.000inch t

材料特性 :  $F_{tu} = 76\text{ksi}$ ,  $F_{bru} (e/D = 1.5) = 112\text{ksi}$

➤ ブッシュ

材料 : アルミブロンズ

材料特性 :  $F_{cy} = 60\text{ksi}$

➤ ボルト (ピン)

材料 : Low Alloy Steel

材料特性 :  $F_{tu} = 125\text{ksi}$ ,  $F_{su} = 75\text{ksi}$

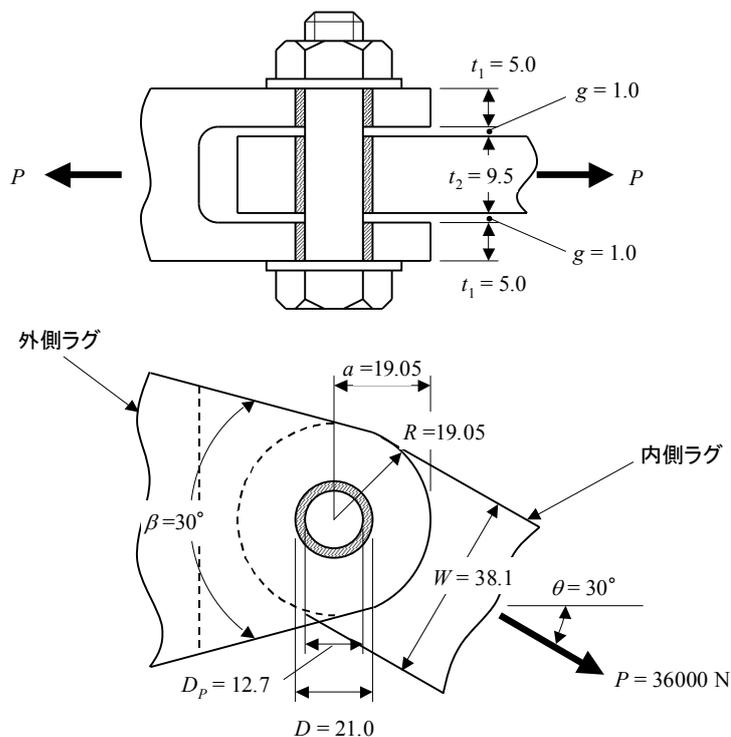


図 6-170 2 枚ラグ結合の強度計算例 2

① 外側ラグ

$$\frac{W}{D} = \frac{2R_0}{D} = \frac{2 \times 19.05}{21.0} = 1.86 \quad \text{と } \theta = 30^\circ \text{ からチャート A (図 6-163) を使ってストレートラグ } (\beta = 0^\circ) \text{ の } \theta = 30^\circ$$

方向荷重に対する  $(K_{tb})_{s,\theta}$  を求めると,  $(K_{tb})_{s,\theta} = 3.15$  を得る。

$\frac{2R_0}{D} = 1.86$  からチャート C (図 6-165) を使って  $\beta = 45^\circ$  のテーパラグの軸方向荷重 ( $\theta = 0^\circ$ ) に対する

$(K_{ib})_{\beta=45^\circ, \theta=0^\circ}$  を求めると,  $(K_{ib})_{\beta=45^\circ, \theta=0^\circ} = 2.65$  を得る.

$\theta = 30^\circ$  からチャート D (図 6-166) を使って  $\beta = 45^\circ$  のテーパラグの荷重の方向の補正係数

$\frac{(K_{ib})_{\beta=45^\circ, \theta}}{(K_{ib})_{\beta=45^\circ, \theta=0^\circ}}$  を求めると,  $\frac{(K_{ib})_{\beta=45^\circ, \theta}}{(K_{ib})_{\beta=45^\circ, \theta=0^\circ}} = 1.16$  を得る.

$(K_{ib})_{\beta=45^\circ, \theta=0^\circ} = 1.95$  にこの補正係数をかけて  $(K_{ib})_{\beta=45^\circ, \theta} = 1.16 \times 2.65 = 3.07$  を得る.

ストレートラグ ( $\beta = 0^\circ$ ) の  $(K_{ib})_{\beta, \theta}$  と  $45^\circ$  テーパラグの  $(K_{ib})_{\beta=45^\circ, \theta}$  から  $\beta$  の内挿をして,

$(K_{ib})_{\beta, \theta} = \frac{3.07 - 3.15}{45 - 0} \times (30 - 0) + 3.15 = 3.10$  を得る.

穴の偏心が無いので,  $(K_{ib})_{\beta, \theta}$  からチャート B (図 6-164) を使って  $K_{BR}$  を求めると,  $K_{BR} = 0.71$  を得る.

ラグの許容荷重は,  $P_{allow} = 2K_{BR}Dt_1F_{tu} = 2 \times 0.71 \times 21.0 \times 5 \times (76 \times 6.895) = 78131N$

## ② 内側ラグ

$\frac{W}{D} = \frac{38.1}{15.9} = 2.40$  と  $\theta = 0^\circ$  からチャート A (図 6-163) を使って  $(K_{ib})_s$  を求めると,  $(K_{ib})_s = 3.05$  を得る.

穴の偏心が無いので,  $(K_{ib})_s$  からチャート B (図 6-164) を使って  $K_{BR}$  を求めると,  $K_{BR} = 0.73$  を得る.

ラグの許容荷重は,  $P_{allow} = K_{BR}Dt_2F_{tu} = 0.73 \times 21.0 \times 9.5 \times (76 \times 6.895) = 76316N$

## ③ ブッシュ

外側ラグのブッシュの終極面圧許容荷重は,

$$P_{u,bush} = 1.304F_{cy}D_p2t_1 = 1.304 \times (60 \times 6.895) \times 12.7 \times 2 \times 5 = 68512N$$

内側ラグのブッシュの終極面圧許容荷重は,

$$P_{u,bush} = 1.304F_{cy}D_p t_2 = 1.304 \times (60 \times 6.895) \times 12.7 \times 9.5 = 65086N$$

## ④ ピンの許容せん断荷重

ピンのせん断許容応力は  $F_{su} = 75\text{ksi}$  で 2面せん断であるから, ピンの許容せん断荷重は,

$$P_{su} = A_s F_{tu} = 2 \frac{\pi D_p^2}{4} F_{su} = 2 \times \frac{\pi \times 12.7^2}{4} \times (75 \times 6.985) = 132726N$$

## ⑤ ピンの許容曲げ荷重

ピンの許容曲げモーメントは, 塑性曲げを考慮すると  $F_b = 180\text{ksi}$  だから,

$$M = \frac{\pi D^3 F_b}{32} = \frac{\pi \times 12.7^3 \times (180 \times 6.985)}{32} = 252842N - mm$$

ピンの曲げに対する許容荷重 (曲げモーメントの緩和を考慮しない) は,

$$P_{bu} = \frac{2M_u}{\frac{t_1}{2} + \frac{t_2}{4} + g} = \frac{2 \times 252842}{\frac{5}{2} + \frac{9.5}{4} + 1} = 86074N$$

この許容荷重は, ブッシュの許容荷重に比べて小さいので, 曲げモーメントの緩和を考慮する必要はない.

⑥ ラグ結合の許容荷重のまとめ

ラグ結合の強度としてはブッシュの面圧が標定となり，ラグ結合の許容荷重は，

$$P_{allow} = 65086N$$

となる．

⑦ ラグ結合の安全余裕

ラグに働く作用荷重は 36000N であるので，継手の特別係数 1.15 を考慮して安全余裕は次のようになる．

$$M.S. = \frac{65086}{36000 \times 1.15} - 1 = +0.57$$

#### 6.5.8.5 引張金具の強度

引張金具は図 6-171 に示すような形状をしており、引張ボルトで結合される。エンドパッド (End Pad) で引張ボルトの荷重を受け、その荷重を壁に伝える。壁がせん断ボルトで構造に結合される。したがって、引張金具の強度は、引張ボルトの強度、エンドパッドの強度、壁の強度、壁と構造の結合強度で決まる。引張金具は大きな荷重の伝達にも使える。

引張金具の内部の応力分布は複雑であるので、引張金具の強度は試験データに基づいて決定される。試験データに基づいて設定された引張金具の設計チャートは Niu の教科書 (文献[1-6]) に記載されている。本書ではこの設計チャートを転載しないので、引張金具の強度計算方法を知りたい読者はこの文献を参考にされたい。Niu の教科書には設計上の注意事項が詳細に説明されているので、実際に引張金具を設計する場合には参考になる。

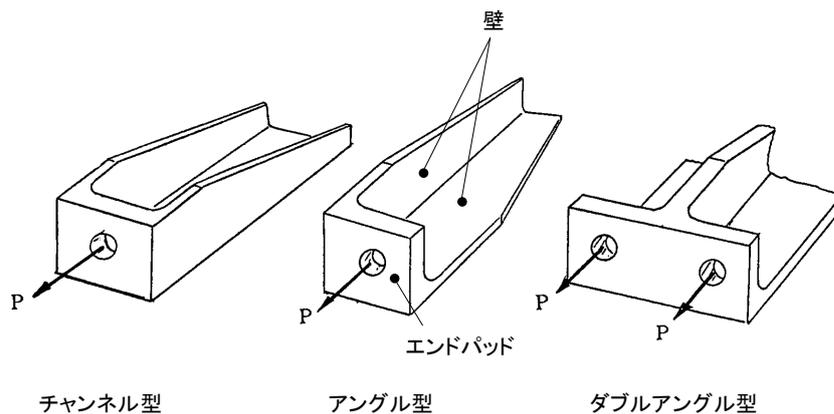


図 6-171 引張金具の種類

#### 6.5.8.6 テンション・クリップの強度

結合荷重が小さい場合の引張荷重の伝達には図 6-172 に示すテンション・クリップ (Tension Clip) を使うことができる。板の曲げで荷重を受けるので、効率が悪いこと、変形が大きいこと、疲労に弱いことに注意しなければならない。

テンション・クリップの破壊モードと破壊箇所は以下に示すように多岐にわたる。延性材料でできたテンション・クリップでは、一部が降伏することにより変形状態が変わり荷重分布も変わるので、テンション・クリップの最大荷重の推定は難しい。しかも、最大荷重に至るまでにいくつかの局所的な降伏を経るので、破壊の定義も使用目的によって変えないといけない。

#### テンション・クリップの破壊

- ボルトの破壊
  - ねじ部の破壊
  - 首の引張りと曲げ破壊
- クリップの破壊
  - ボルト穴の破壊
  - ボルトの頭の下のせん断と曲げ破壊
  - ボルト頭のすっぽ抜け破壊
  - ヒール部またはフット部の曲げ破壊
  - レッグ部の曲げ破壊
  - レッグ部の引張り破壊
  - レッグ部の結合の破壊

テンション・クリップの強度は簡単に扱うことはできないので、本書では弾性範囲内の解析例を示してテンション・クリップの基本的な挙動を説明することにとどめる。具体的な設計チャートは Niu の教科書 (文献[1-6]) に載っている。テンション・クリップの強度に関する詳細な解説は ESDU 84039 (文献[2-63]) に載っているのでそれを参考にされたい。

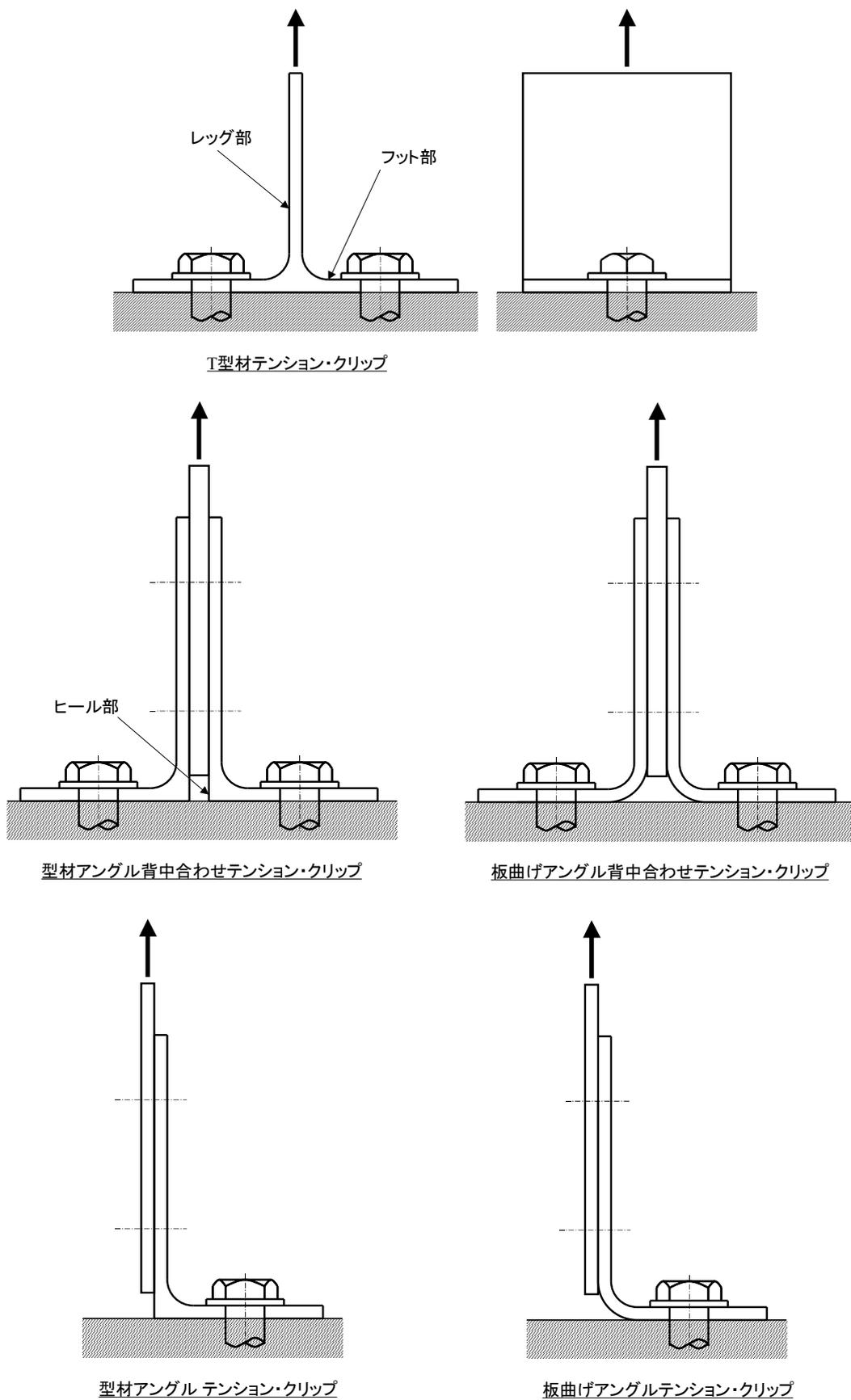


図 6-172 テンション・クリップ

(1) T型テンション・クリップ

まず、もっとも単純な T 型材テンション・クリップの挙動を説明する。解析対象の T 型材テンション・クリップの寸法を図 6-173 に示す。テンション・クリップの材料は 7075-T6 で、ボルトの材料は低合金鋼とする。テンション・クリップの幅が広い場合には、幅の端の応力が低くなり、全幅が有効ではないので、図 6-173 に示すように、ボルト中心からレッグ部までの距離の 2 倍の幅が有効であると考え、梁でモデル化し、図 6-174 のように要素分割する。実際の境界条件は非常に複雑であるが、ここでは以下に示すように単純化した境界条件を考える。

- 取付部は剛であると仮定する。
- ボルトの頭がフット部を押さえ込んでいるが、この影響は無視する。すなわち、ボルトの軸剛性と曲げ剛性は考慮せず、ボルトの軸中心位置で単純支持されているとする。
- フット部と取付部の接触に関しては、フット部の端部だけが接触すると仮定して、フット部の端部が単純支持されているとする。
- ボルトの初期締付け力 (Pre-tension Load) は無視する。

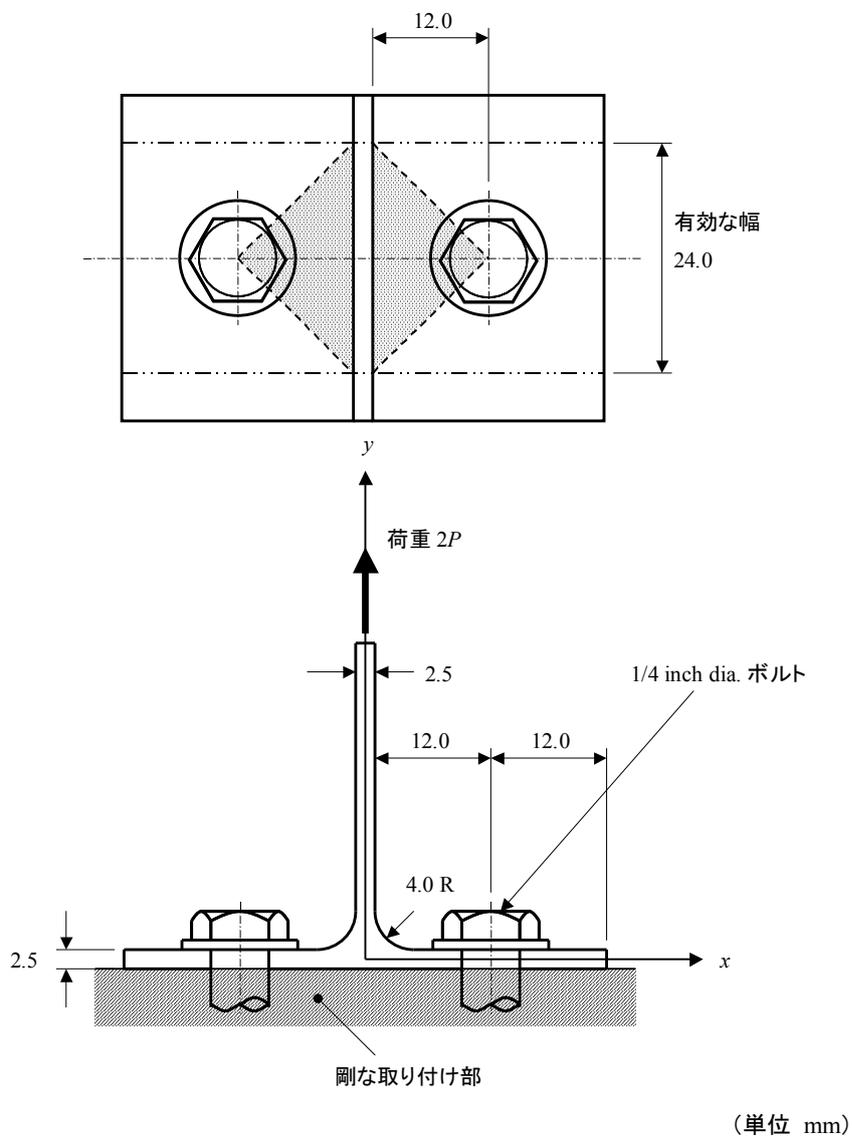


図 6-173 T 型材テンション・クリップの例

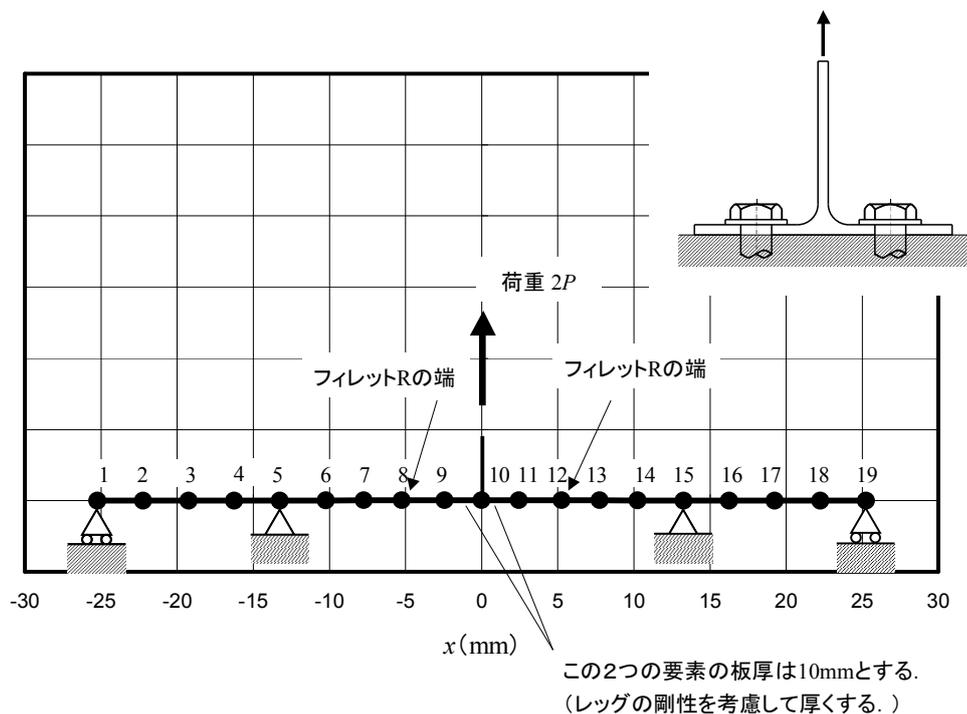


図 6-174 解析モデル - T 型材テンション・クリップ

このモデルをエネルギー法による幾何学的非線形解析（文献[2-4]の方法）で解いた結果を以下に説明する。単位荷重として、 $2P = 10000 \text{ N}$  を負荷した。このときの変形と反力を図 6-175 に示す。レッグ部で中央を持ち上げるため、フットの端に上向きの反力  $1650 \text{ N}$  発生している。このため、ボルトに引張荷重は  $P = 5000 \text{ N}$  ではなく、 $6650 \text{ N}$  に増加している。これをプライング効果（Prying 効果）と呼ぶ。テンション・クリップの取付ボルトの強度計算にプライング効果による荷重増加を考慮する必要がある。曲げモーメントの分布を図 6-176 に示す。ボルトの頭の端からレッグ付け根に向かって曲げモーメントが増加している。フィレット R の端が強度的に最も厳しく、この位置で曲げモーメントの値は  $20.2 \text{ N}\cdot\text{m}$  である。（なお、幾何学的非線形解析を行ったが、変形が小さいため、線形解析でも結果は変わらない。）

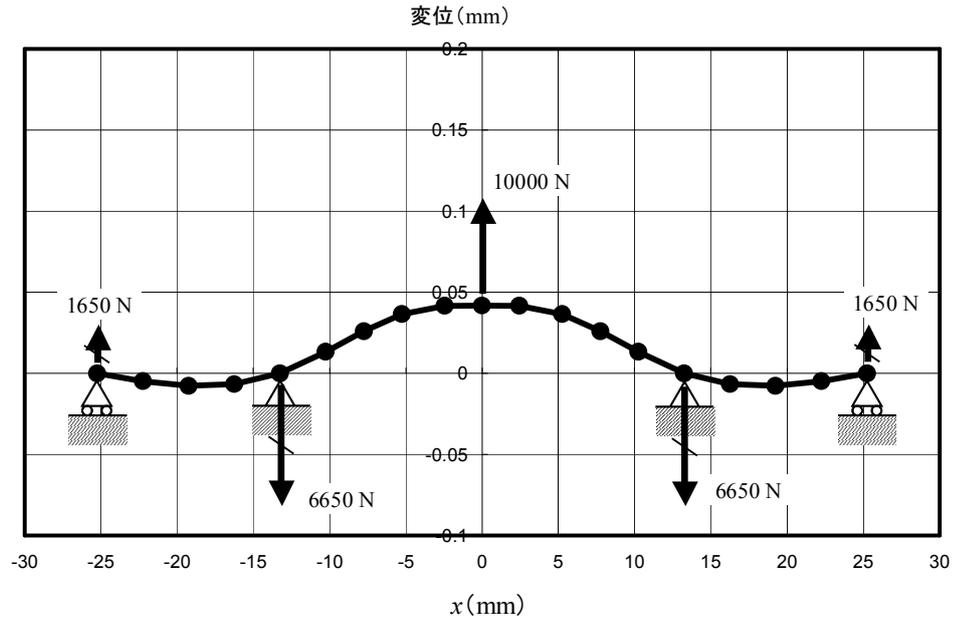


図 6-175 変形と反力 -T型材テンション・クリップ

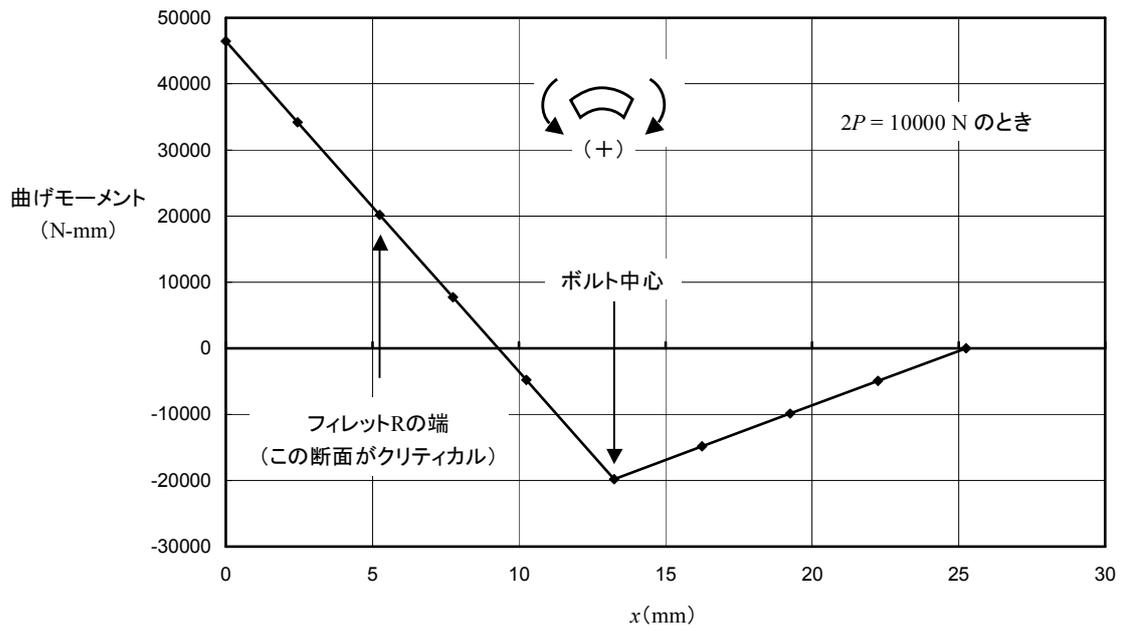


図 6-176 曲げモーメント分布 -T型材テンション・クリップ

(2) 背中合わせのアングルのテンション・クリップ

次に背中合わせ (Back-to-back) の2つのアングルで構成されるテンション・クリップの解析を示す。アングルの形状は型材でできたアングルと板曲げのアングルの2種類を考える (図 6-177)。比較のため寸法は基本的に T 型材のテンション・クリップと同じとした。解析モデルを図 6-178 に示す。型材のヒール部はフィレット R があり剛性が高くなっているため、モデルでは板厚を増加している。対称性から半分を解析する。単位荷重は  $P = 5000$  N とする。解析の仮定は前項の T 型材のテンション・クリップの場合と同じである。レッグの2本のファスナ位置で単純支持している。変形と反力を図 6-179 に示す。背中合わせのテンション・クリップでもプライング効果があり、ボルト引張荷重とフット部の端の反力は下の表のようになっている。T 型テンション・クリップよりプライング効果は大きいことがわかる。曲げモーメントの分布を図 6-180 に示す。型材アングルではレッグ部のフィレット R の端が最も厳しく、板曲げアングルでは板厚が一定なので、ヒールのレッグ部側が最も厳しくなる。標定断面の曲げモーメントを下の表に示す。フット部の曲げモーメントの高い部分はボルト頭の下になっているのでフット部は標定とならない。(なお、幾何学的非線形解析を行ったが、変形が小さいため、線形解析でも結果は変わらない。)

	ボルト引張荷重	フット部の反力	標定断面の曲げモーメント
型材アングル	7119 N	-2119 N	21.5 N-m
板曲げアングル	7330 N	-2330 N	24.8 N-m
T 型材 (参考)	6650 N	-1650 N	20.2 N-m

上の表の曲げモーメントを使って強度を検討してみる。局所曲げ応力が引張降伏応力に達したときを初期破壊と考えることにしよう。7075-T6 の引張降伏応力を  $F_{ty} = 70 \text{ ksi} = 483 \text{ MPa}$  として計算すると、初期破壊の許容荷重  $P_{allow}$  は次のようになる。クリップの強度が小さいので、ボルトの引張強度は余裕がある。

初期破壊許容荷重 $P$	
型材アングル	2810 N
板曲げアングル	2430 N
T 型材	2990 N

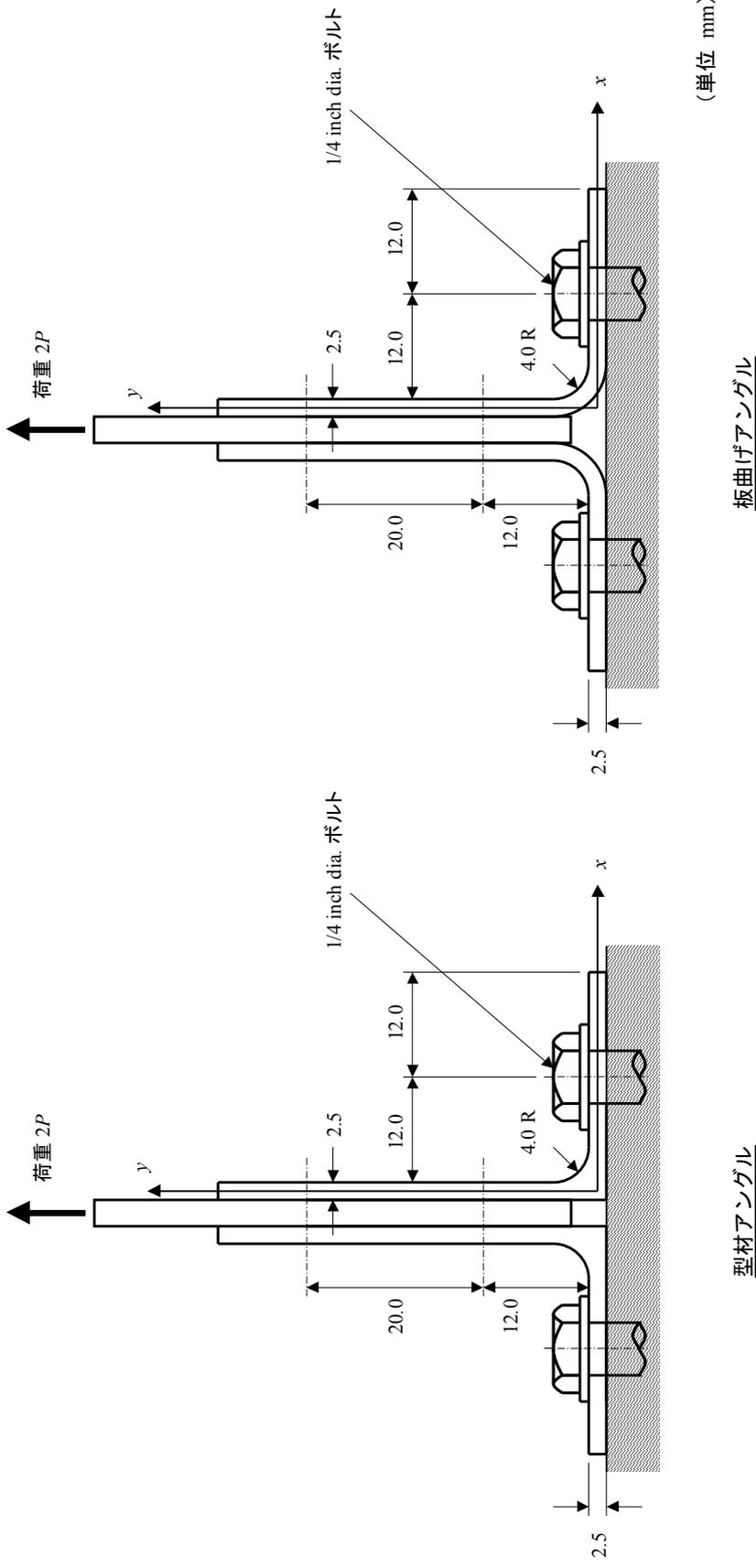
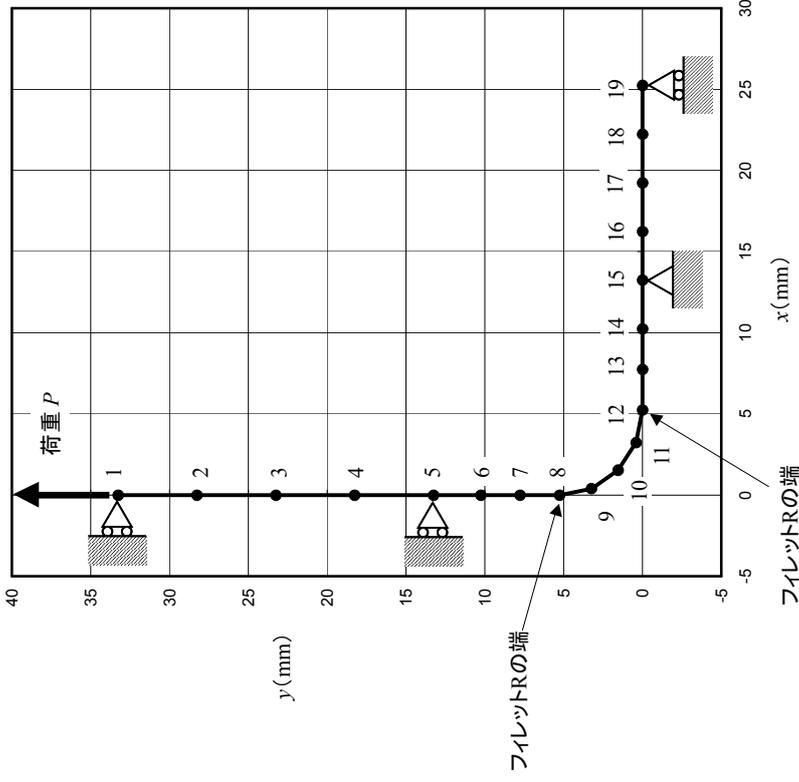
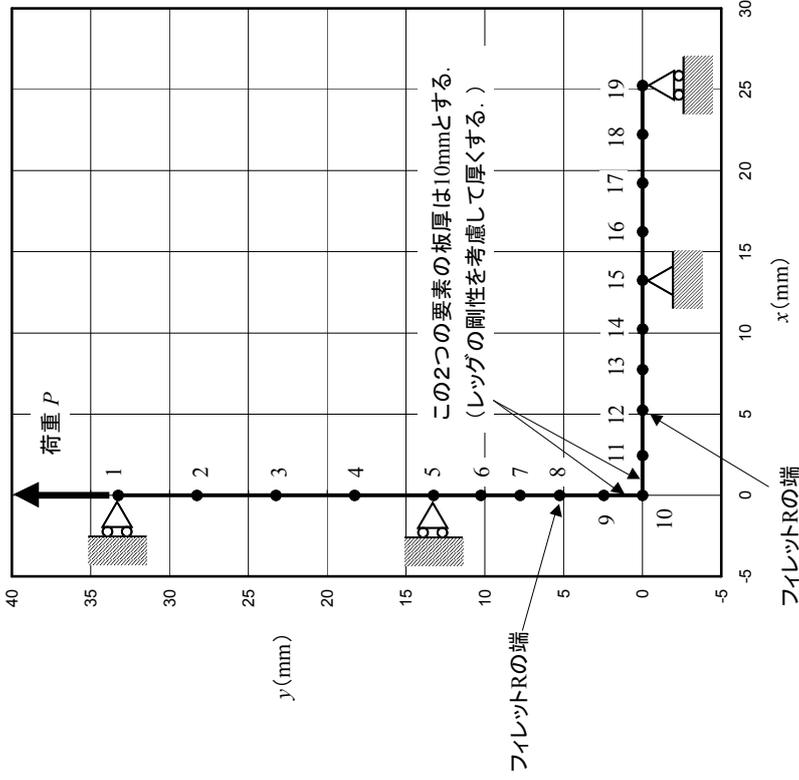


図 6-177 背中合わせのアングルのテンション・クリップの例

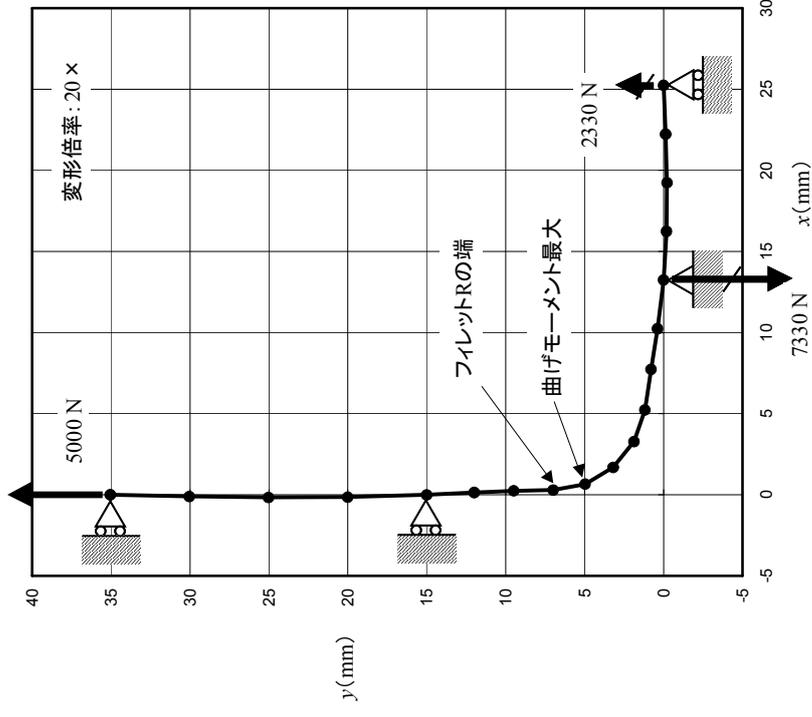


板曲げアングル

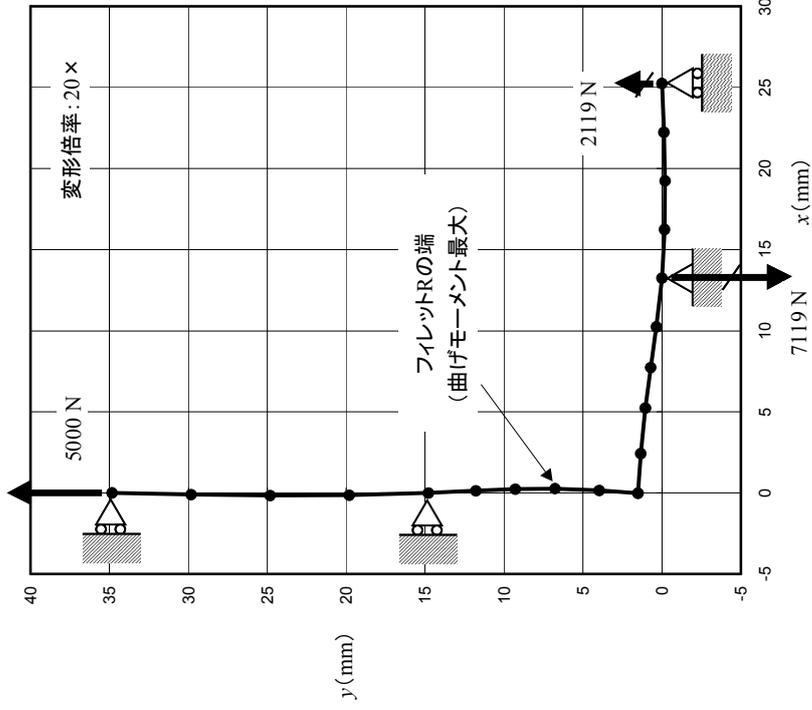


型材アングル

図 6-178 解析モデル -背中合わせのアングルのテンション・クリップ



板曲げアングル



型材アングル

図 6-179 変形と反力 - 背中合わせのアングルのテンション・クリップ

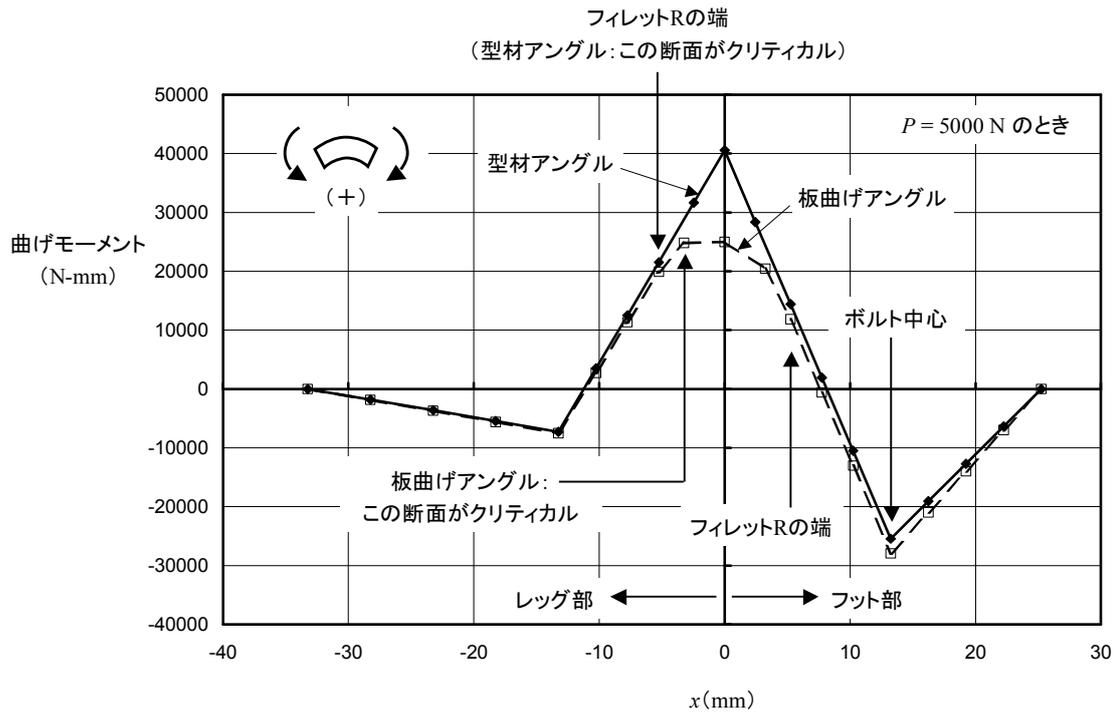


図 6-180 曲げモーメント分布 - 背中合わせのアングルのテンション・クリップ

(3) 片持ちアングルのテンション・クリップ

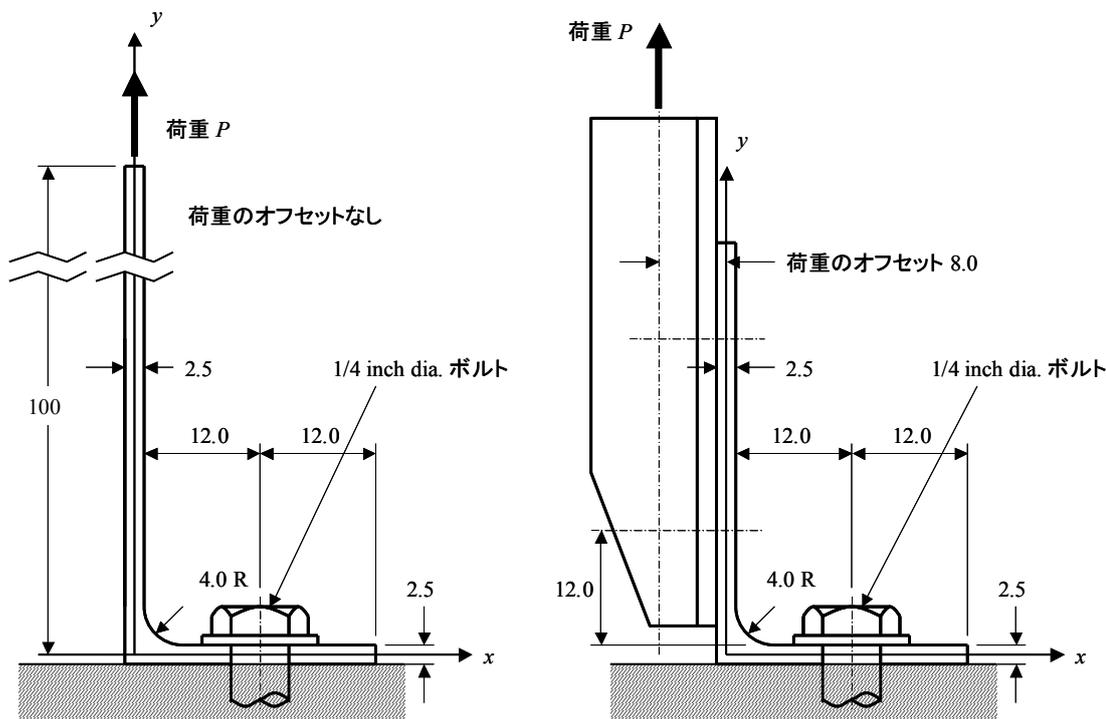
片持ち型材アングルのテンション・クリップの解析を示す。片持ちアングルの場合、荷重の負荷点がレッグの中心から外れる場合が多いので、荷重のオフセットを考慮する必要が出てくる（図 6-181）。解析するときの境界条件の与え方が難しいが、左側の図のオフセットのないケースでは、レッグのじゅうぶん上のほうで横方向に①単純支持（ケース 1）、②支持なし（ケース 2）の 2 種類で解析する。右側の図のオフセットのあるケースでは、レッグ部の 1 本列目のファスナ位置で横方向に拘束し、ここに荷重のオフセットによる固定モーメントを与えるとする。解析モデルを図 6-182 に示す。幾何学的非線形解析を実施して得た変形を図 6-183 に、曲げモーメントの分布を図 6-184 に示す。比較のために、背中合わせアングルのテンション・クリップの解析結果も図中に示してある。

荷重オフセットなしの場合には、レッグが横方向に大きく変形するために、曲げモーメント分布が背中合わせクリップの場合と大きく異なる。強度的に厳しいのはフット側になる。

荷重オフセットがあってもレッグの横方向変位がレッグの下部で拘束されている場合には、フット部の曲げモーメント分布が背中合わせクリップの場合と近い。しかし、レッグ部の曲げモーメント分布は背中合わせクリップとは異なる。この数値例の場合には、レッグ側の曲げモーメントが小さくなったため、フット側のフィレット R の端が標定となる。

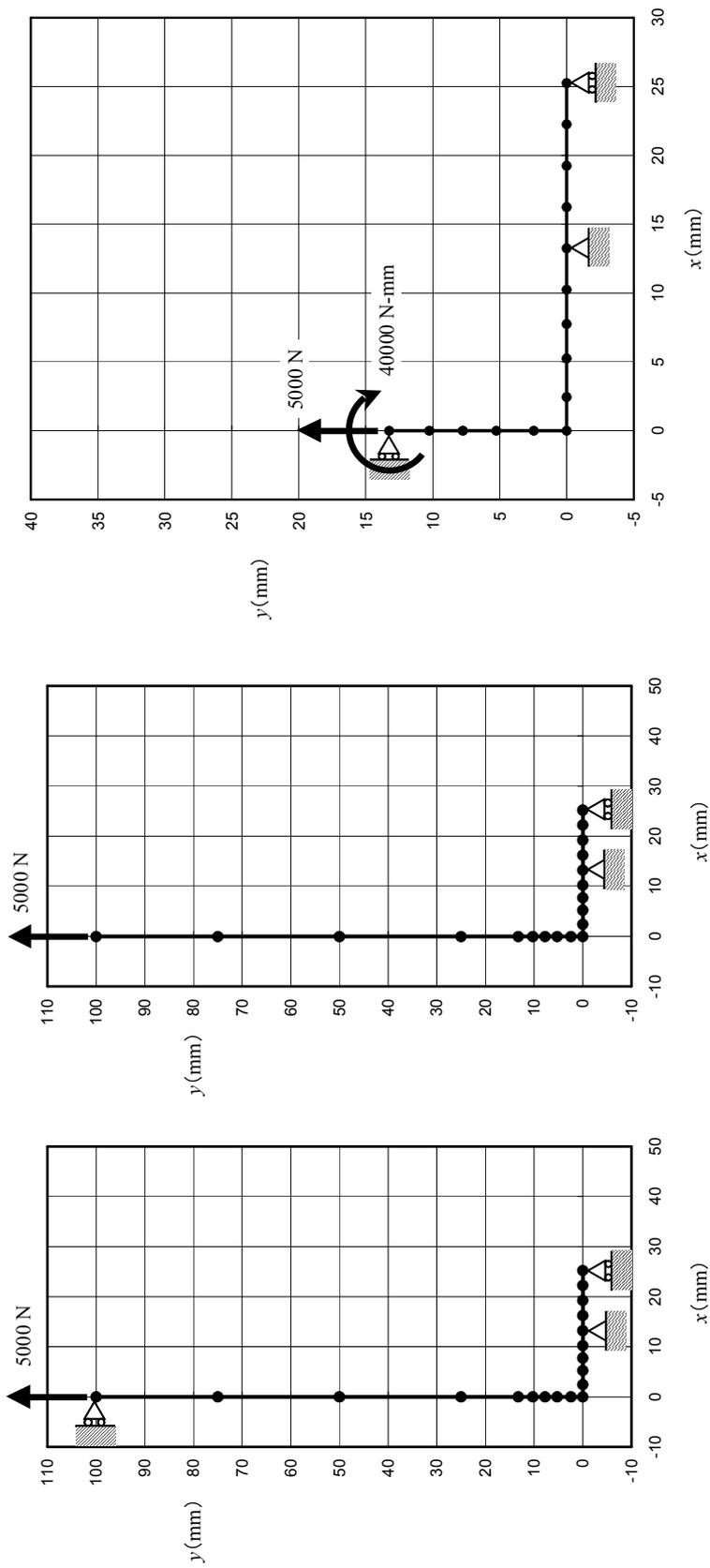
以上のことから、片持ちアングルのテンション・クリップの曲げモーメント分布には、レッグの横方向の拘束と荷重オフセットの影響が大きいことがわかる。実際の構造をよく調べて拘束条件と荷重条件を知ることが重要である。

片持ち型材アングルのテンション・クリップの破壊モードの例を図 6-185 に示す。レッグ部のフィレット R の端と皿頭ボルトの頭の端の 2 箇所曲げ変形をしている。



単位 (mm)

図 6-181 片持ちアングルのテンション・クリップの例



荷重のオフセットあり

荷重のオフセットなし (ケース2)

荷重のオフセットなし (ケース1)

図 6-182 解析モデル - 片持ちアングルのテンション・クリップ

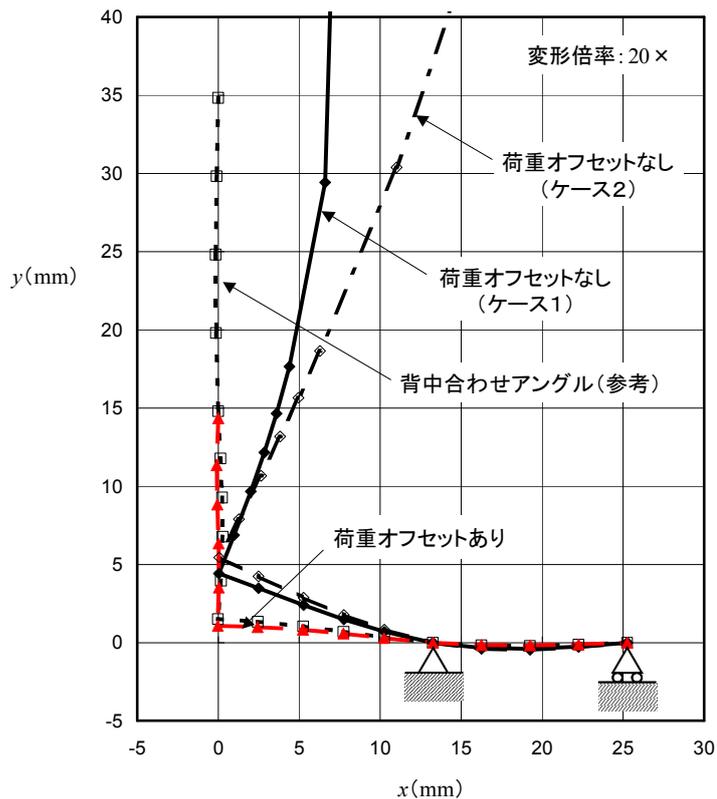


図 6-183 変形 - 片持ちアングルのテンション・クリップ

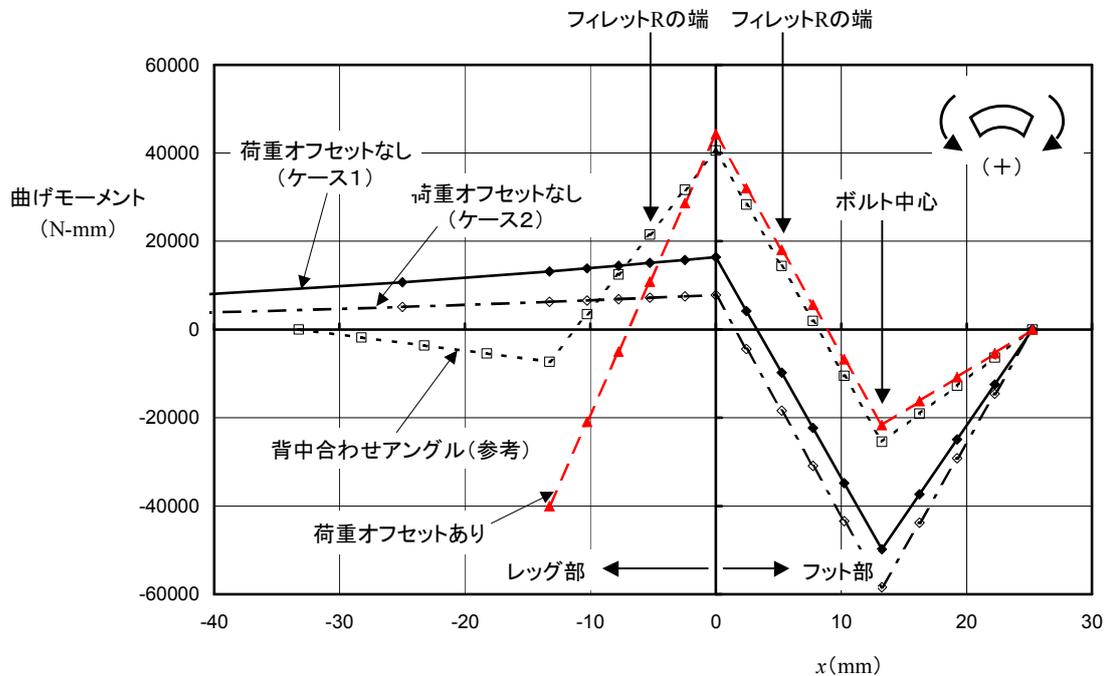
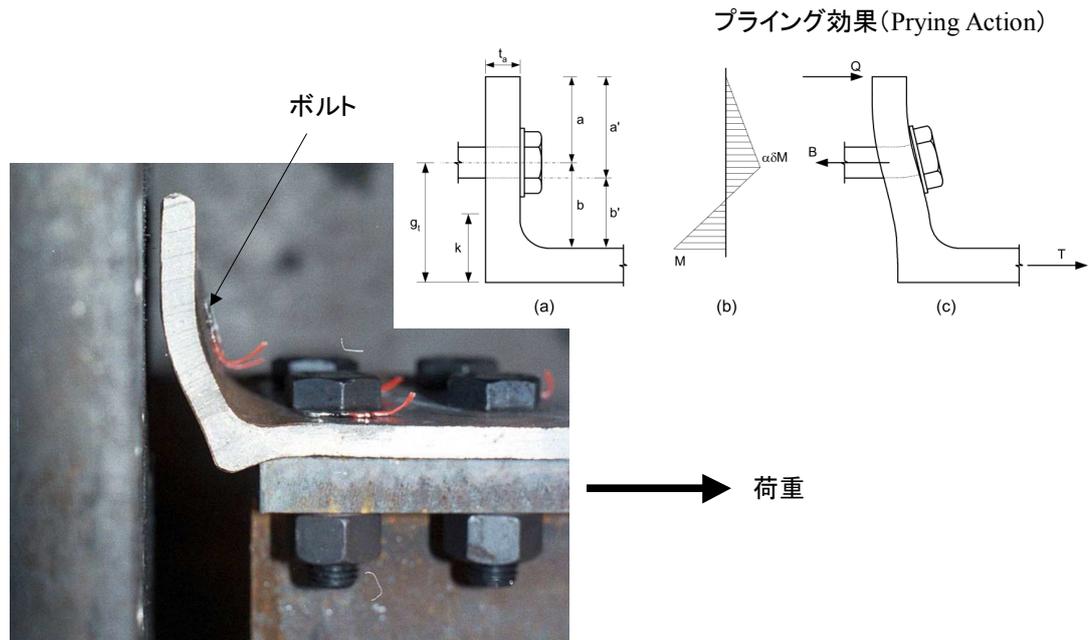


図 6-184 曲げモーメント分布 - 片持ちアングルのテンション・クリップ



文献[2-61]より

図 6-185 片持ち型材アングルのテンション・クリップの破壊の例

(4) テンション・クリップの設計チャートの例

これまでに説明したようにテンション・クリップの強度にはいろいろなファクターが絡んでいるので、テンション・クリップの設計許容値は試験データに基づいて設定される。例として、Bruhn の Supplement (文献[1-9]) に記載されているテンション・クリップの設計チャートを図 6-186 と図 6-187 に示す。

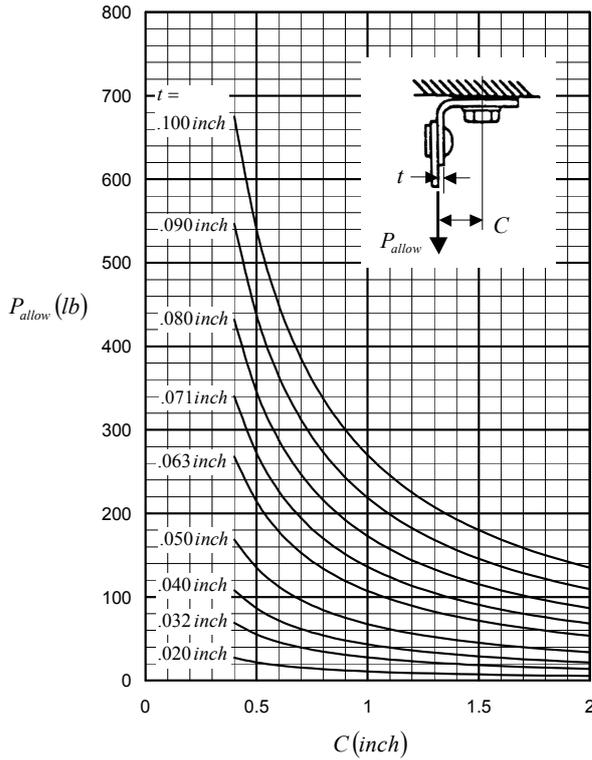


図 6-186 テンション・クリップの引張許容荷重 - 2024-T3 クラッド板曲げアングル材

- (1) 結合点の間隔が,
  - (a) 1 inch 以下の場合,  $P_{allow}$  はアングルの1 inch幅あたりの荷重.
  - (b) 1 inch より大きい場合は,  $P_{allow}$  は結合点あたりの荷重.
- (2) 2024-T3 Clad 以外の材料の場合は,  $P_{allow}$  に次の係数をかけること.

$$\frac{F_{y,T}}{40(ksi)}$$

- (3) 2つのアングルが背中合わせとなっている場合には,  $P_{allow}$  に 2.5 をかけること.
- (4) 終極許容荷重  $P_{allow}$  は, 0.005 inch の永久変形が起きる荷重の 1.5 倍と定義している.
- (5) マグネシウム合金には適用不可.

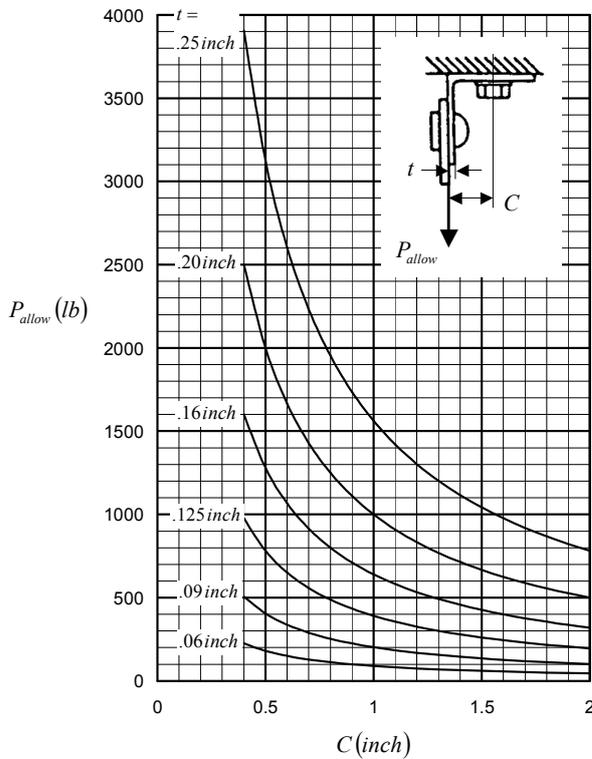
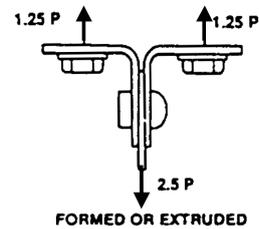
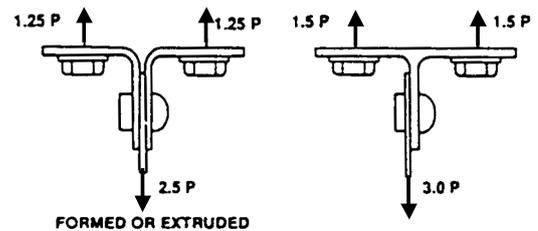


図 6-187 テンション・クリップの引張許容荷重 - 2024-T4 アングル型材

- (1) 結合点の間隔が,
  - (a) 1 inch 以下の場合,  $P_{allow}$  はアングルの1 inch幅あたりの荷重.
  - (b) 1 inch より大きい場合は,  $P_{allow}$  は結合点あたりの荷重.
- (2) 2024-T4 型材以外の材料の場合は,  $P_{allow}$  に次の係数をかけること.

$$\frac{F_{y,T}}{42(ksi)}$$

- (3) 2つのアングルが背中合わせとなっている場合には,  $P_{allow}$  に 2.5 をかけること.
- (4) T型材の場合には,  $P_{allow}$  に 3.0 をかけること.
- (5) 終極許容荷重  $P_{allow}$  は, 0.005 inch の永久変形が起きる荷重の 1.5 倍と定義している.
- (6) マグネシウム合金には適用不可.



## 6.6 強度判定の注意事項

強度判定にあたって、構造解析技術者は以下のことを心に留めておいてほしい。

- 自分の算出した安全余裕はどれくらいの精度があるのかを自覚しておくこと。  
自分の解析のどこに、どういう仮定を用いていて、その仮定はどれくらい安全側なのか。したがって、安全余裕の値はリスクがどれくらいあるのか、ないのか。
- 重量削減のプレッシャーのなかで、ある構造部材の安全余裕をどれくらいにするのかを判断すること。  
どの部材も一律に  $M.S. = +0.00$  にすればよいというものではない。より精密な解析方法を使えば安全側の仮定を排除できるのか、設計荷重の変更がありうるのか、変更があった場合に容易に設計変更または補強できるのか、といったことも考慮しなければならない。たとえば、高次の不静定構造の場合は、荷重の分担が周囲の構造に影響を受けるので、設計の進捗にしたがって内部荷重が変わる可能性がある。このような場合には、大きめの安全余裕を確保しておくのがよい。
- 複数の破壊モードを考慮すること。  
破壊モードの見落としはないか。特に不安定現象（座屈、クリップリング）に注意すること。たとえば、梁の圧縮側フリー・フランジの倒れは見落としやすい。ビームカラムも見落としやすい。  
圧縮荷重、圧縮応力があるところには不安定現象がある可能性があることを忘れてはならない。
- 集中荷重の入口から、荷重がじゅうぶん分散するまで、強度計算の漏れはないかを確認すること。  
荷重の入口は計算してあっても、そのバックアップ構造の計算が漏れていることがよくあるので注意する必要がある。
- 支持条件が妥当かよく吟味すること。  
支持条件をどう仮定するかによって反力が変わる。反力が変わると内部荷重が変わる。支持条件は常に安全側に仮定して解析すべきである。支持部の剛性を図面を見て検討すること。
- 板構造に面外荷重が入る場合は、強度が極端に低いことに注意すること。
- 結合部のすべてのファスナが荷重伝達に有効であるわけではないことに注意すること。  
周辺構造をよく吟味して、有効なファスナがどれかを見積もること。このことは、有効な面圧部材にも当てはまる。
- 設計荷重に集中荷重のオフセットが定義されていない場合でも、現実の構造では荷重のオフセットや傾きが生じることがある。必ず荷重のオフセットや傾きを考慮すること。  
たとえば、プッシュ・プル・ロッドでは、設計荷重は軸力だけだが、ロッドに初期変形があった場合には曲げが発生するので圧縮強度ではこれを考慮してビームカラムで強度をチェックする必要がある。
- 最も厳しい断面の見落としはないか注意すること。  
ひとつの部品で破壊モードによって厳しい断面が異なることがあるので注意すること。

## 7 疲労強度

### 7.1 疲労破壊

「金属疲労」という言葉は航空機等の事故の新聞記事で一般的な用語として知られるようになってきた。疲労が事故原因として有名な航空機事故は、最初のジェット旅客機コメットの空中分解（1954年）、アロハ航空のボーイング737の胴体の破壊（1988年、図7-1）、日本航空123便ボーイング747の御巣鷹山墜落事故（1985年）等がある。実は、疲労（Fatigue）による航空機構造の最初の破壊は、ライト兄弟の飛行機のプロペラシャフトの疲労破壊であり（文献[2-66]）、疲労は航空機の歴史の始まりから構造設計上の難しい課題であり続けている。

疲労破壊は繰り返し応力によって生じる破壊であり、この繰り返し応力レベルが低ければ起きない。このように、疲労破壊の原因ははっきりわかっているのに、正しく設計すれば疲労破壊を防ぐことができるはずである。しかし、疲労の原因である局所的な高応力を発生しないように設計するのは現実には難しい。静強度の場合と違い、部品の形状のわずかな差が疲労強度に大きな影響をおよぼす。このため、疲労破壊を防ぐためには細心の注意をはらって設計する必要がある。



図 7-1 アロハ航空ボーイング737の胴体の破壊（1988年）

### 7.2 疲労破壊の例

典型的な疲労破壊の例としてC-130輸送機の中央翼の下面外板の疲労（文献[2-68]）を図7-4～図7-4に示す。主翼の下面パネルには、地上では圧縮応力が、飛行中には引張応力が発生する。ストリングと外板を結合しているリベット穴の縁では局所的に応力が高くなる（応力集中, Stress Concentration）。運用による荷重の繰り返しにより、リベット穴の縁に圧縮と引張の繰り返し応力がかかり、疲労亀裂が発生し、その亀裂が繰り返し応力で進展していく。亀裂が長くなると主翼が破壊してしまう。図7-4には、疲労亀裂の進展を示す縞模様が見える。この縞模様が疲労破壊に特徴的なものであり、破壊の原因が疲労であることを特定するのに使われる。

このように、疲労破壊には、①局所的な応力集中と、②繰り返し応力の2つの要因が必要である。

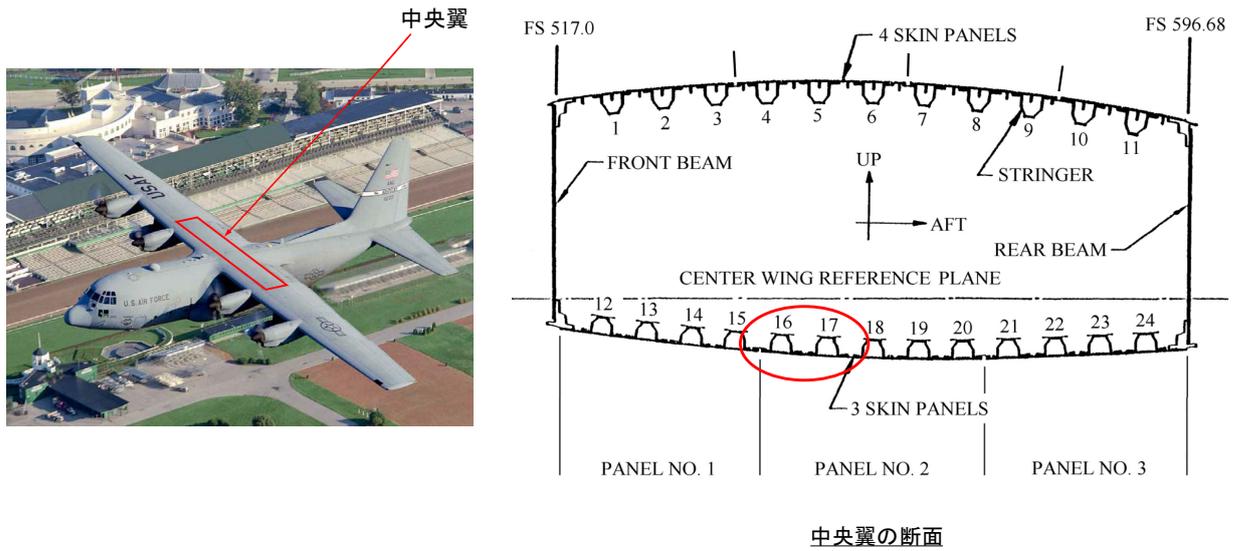


図 7-2 C-130 輸送機の中央翼の疲労 – 中央翼

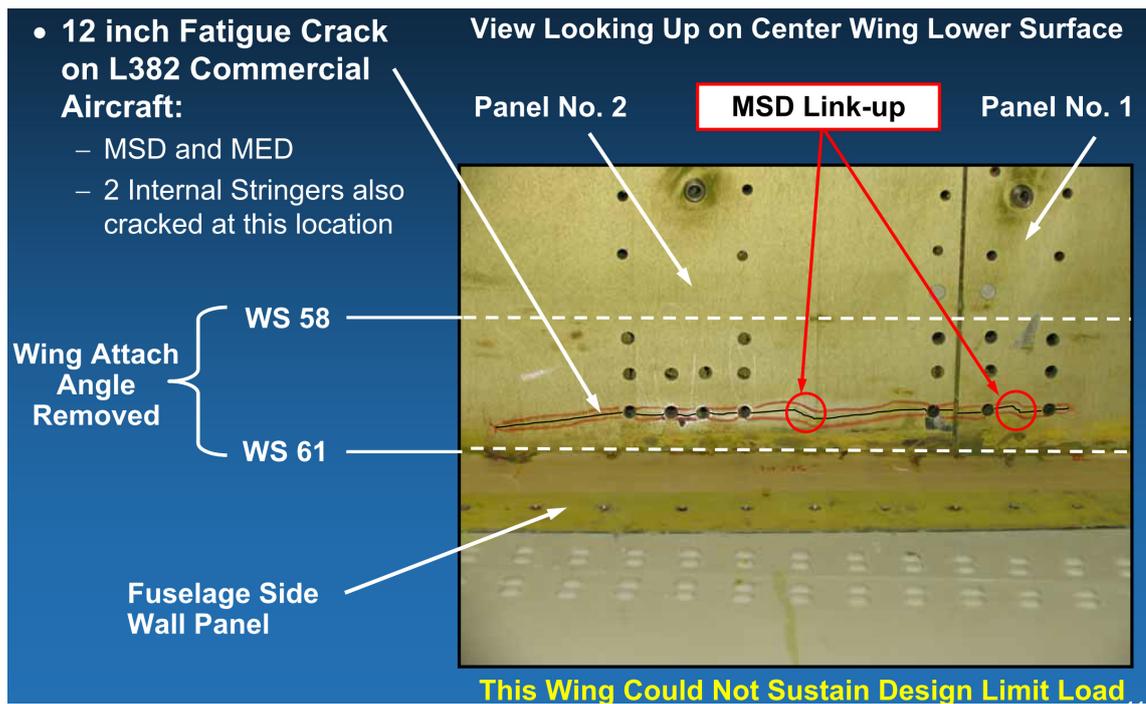


図 7-3 C-130 輸送機の中央翼の疲労 – 下面外板の疲労亀裂

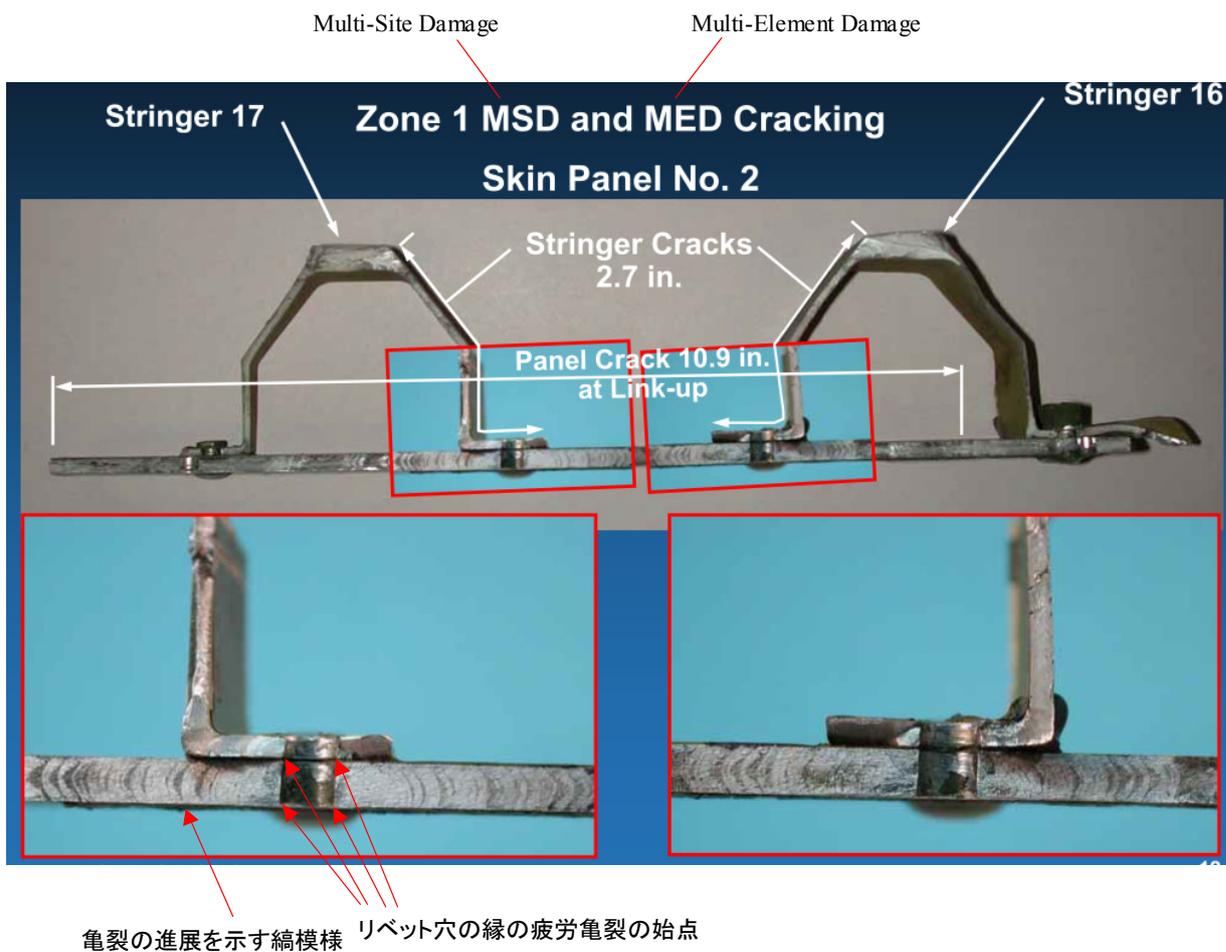


図 7-4 C-130 輸送機の中央翼の疲労 - 下面外板の疲労亀裂の断面

## 7.3 材料の疲労強度

### 7.3.1 材料の疲労データ

材料レベルの疲労データは、単純な試験片に一定振幅の繰返し荷重を負荷して得られる。MMPDS (文献[2-5])には金属材料の疲労データが載っている。材料の疲労データは、縦軸が軸応力、横軸が破壊までの繰返し負荷回数で表示されている。このグラフを「S-N 曲線」と呼ぶ。

例として、疲労亀裂進展速度が遅く、破壊靱性 (Fracture Toughness) が高いために胴体外板に使われる 2024-T3 板材の疲労データ (応力集中係数 2.0) を図 7-5 に示す。このデータシートの説明を以下に示す。

- ① 応力集中係数  $K_t = 2.0$  の試験片の形状を図 7-6 に示す。
- ② 応力はネット断面 (Net Section) を基準としたネット応力 (Net Stress) で表示されている。ネット断面の定義を図 7-6 に示す。
- ③ 応力集中係数の定義を図 7-7 に示す。
- ④ 最大応力 (Maximum Stress) はネット応力で表わした繰返し応力の最大値である。最大応力の定義を図 7-8 に示す。
- ⑤ 平均応力 (Mean Stress) はネット応力で表わした繰返し応力の最大値と最小値の平均である。平均応力の定義を図 7-8 に示す。平均応力の代わりに応力比 (Stress Ratio,  $R$ ) を一定とした S-N 曲線で表示される場合もある。応力比  $R$  の定義を図 7-8 に示す。

- ⑥ S-N 曲線の数式による表現

$$\log N_f = 9.2 - 3.33 \log(S_{eq} - 12.3)$$

$$S_{eq} = S_{max} (1 - R)^{0.68}$$

$$R = \frac{S_{min}}{S_{max}}$$

ここで、

$N_f$ : 平均疲労寿命 (Fatigue Life)。疲労破壊までの荷重繰返し回数

$S_{max}$ : 最大応力 (ksi), ネット断面基準

$S_{min}$ : 最小応力 (ksi), ネット断面基準

$S_{eq}$ : 等価応力 (ksi)

$R$ : 応力比

この S-N 曲線から以下のことがわかる。

- 静強度に余裕があっても応力集中係数と負荷回数が大きければ疲労が問題となる。たとえば、片振りでの最大応力 20 ksi (平均応力 10 ksi) の繰返し負荷は、応力集中 2.0 を考慮しても局所応力が引張降伏応力  $F_{ty} = 54$  ksi より小さいが、疲労寿命が  $2 \times 10^6$  回となり、疲労破壊が起こる。
- 疲労寿命のばらつきは大きい。横軸 (疲労寿命) は対数目盛である。特に、寿命が長い領域ではグラフの傾きが小さくなり、ばらつきは大きくなる。
- 最大応力が大きいほど、応力比が小さいほど疲労寿命は短くなる。

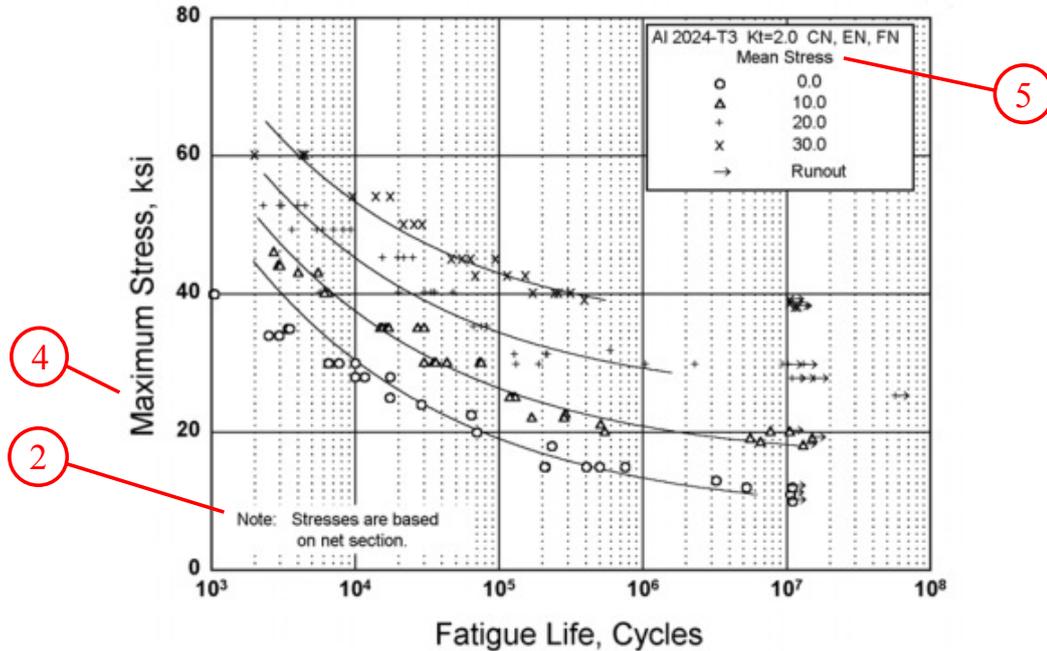


Figure 3.2.3.1.8(g). Best-fit S/N curves for notched,  $K_t = 2.0$ , 2024-T3 aluminum alloy sheet, longitudinal direction.

Correlative Information for Figure 3.2.3.1.8(g)

Product Form: Bare sheet, 0.090 inch

Properties:

TUS, ksi	TYS, ksi	Temp., °F
73	54	RT (unnotched)
73	—	RT (notched $K_t = 2.0$ )

Specimen Details: Notched,  $K_t = 2.0$

Notch Type	Gross Width	Net Width	Notch Radius
Center	4.50	1.50	1.50
Edge	2.25	1.50	0.3175
Fillet	2.25	1.50	0.1736

Surface Condition: Electropolished, machined and burrs removed with fine crocus cloth

References: 3.2.3.1.8(b) and (f)

Test Parameters:

Loading - Axial  
Frequency - 1100 to 1800 cpm  
Temperature - RT  
Environment - Air

No. of Heats/Lots: Not specified

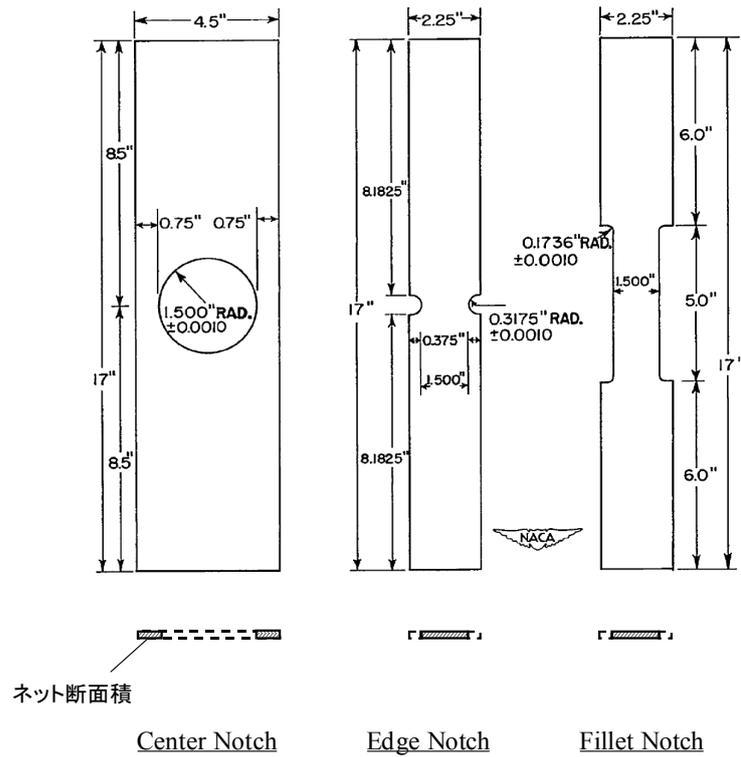
Equivalent Stress Equation:

$\log N_f = 9.2 - 3.33 \log (S_{eq} - 12.3)$   
 $S_{eq} = S_{max} (1 - R)^{0.68}$   
 Std. Error of Estimate,  $\log (\text{Life}) = 0.27$   
 Standard Deviation,  $\log (\text{Life}) = 0.89$   
 $R^2 = 91\%$

Sample Size = 113

[Caution: The equivalent stress model may provide unrealistic life predictions for stress ratios beyond those represented above.]

図 7-5 2024-T3 板材の疲労データ ( $K_{t,net} = 2.0$ )



文献[2-69]より

図 7-6 疲労試験片,  $K_t = 2.0$

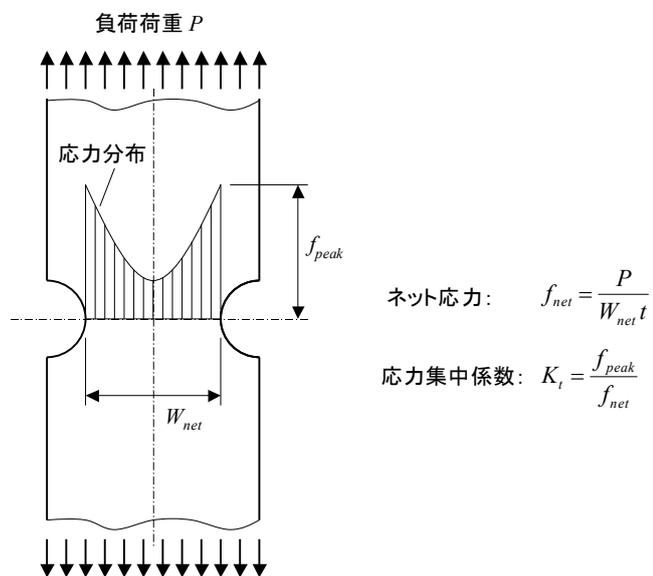


図 7-7 ネット応力と応力集中係数の定義

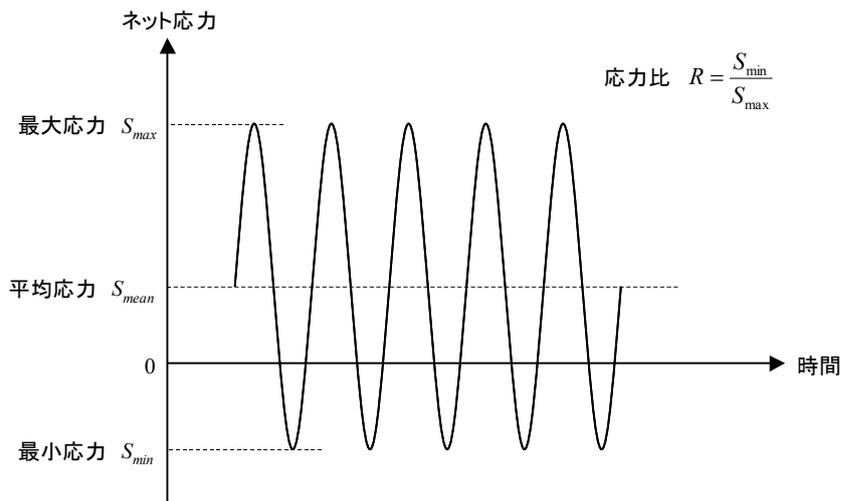


図 7-8 繰り返し応力の定義

### 7.3.2 マイナー側

材料の疲労データは一定振幅の繰り返し応力を負荷した場合の疲労寿命であるが、実際の構造では応力の波が変化するので、そのような場合の疲労寿命を求める必要がある。図 7-9 のように応力が変動する場合の疲労寿命を計算する式が下に示すマイナー則 (Miner Rule) である。累積損傷 (Cumulative Damage)  $C.D.$  が 1.0 に達したときに疲労破壊が起こるとする。

$$C.D. = \sum_i \frac{n_i}{N_{fi}}$$

ここで、

$C.D.$  : 累積損傷 (Cumulative Damage)。疲労の指標で、 $C.D. = 1.0$  になったときに疲労破壊する。

$N_{fi}$  : 最大応力  $S_{max,i}$ 、最小応力  $S_{min,i}$  の一定振幅の応力負荷における疲労寿命。S-N 曲線から読み取る。

$n_i$  : 最大応力  $S_{max,i}$ 、最小応力  $S_{min,i}$  の一定振幅の応力負荷回数。

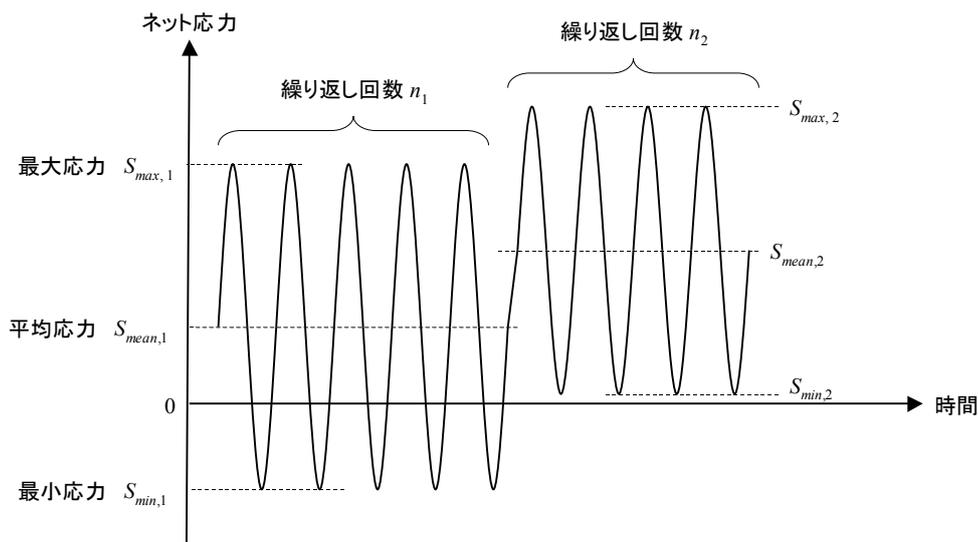


図 7-9 変化する繰り返し応力

### 7.3.3 レイン・フロー・カウンティング

実際の航空機構造に働く繰り返し応力は当然のことながら一定振幅ではなく、図 7-10 に示すような不規則に変動する応力である。マイナー則を使って疲労強度を計算するには、この変動応力の振幅と繰り返し数を数えなければならないが、大きい波に小さい波が乗っている場合には数え方は一義的に決まらない。このような変動応力の振幅と繰り返し回数を数える方法のひとつに、レイン・フロー・カウンティング (Rain Flow Counting) があり、この方法が航空機構造の疲労強度計算に使われる。

レイン・フロー・カウンティングのアルゴリズムを図 7-11 に示す。レイン・フロー・カウンティングの実行例とその結果を図 7-12 と図 7-13 に示す。この例でわかるように、D-G の半サイクルが一番大きい振幅として数えられており、これが疲労寿命の低下にもっとも効く。図 7-19 の主翼下面外板の応力履歴をレイン・フロー・カウンティングで処理すると、G-A-G サイクルが最大振幅としてカウントされる。

応力波形が同じ形の応力履歴の繰り返しで構成される場合には、レイン・フロー・カウンティングのアルゴリズムは簡略化され、半サイクルの振幅はなく、すべてが 1 サイクルの振幅としてカウントされる。これを「繰り返す応力履歴の簡略化されたレイン・フロー・カウンティング」(Simplified Rainflow Counting for Repeating Histories) と呼ぶ。このアルゴリズムを図 7-14 に示す。レイン・フロー・カウンティングの実行例とその結果を図 7-15 と図 7-16 に示す。

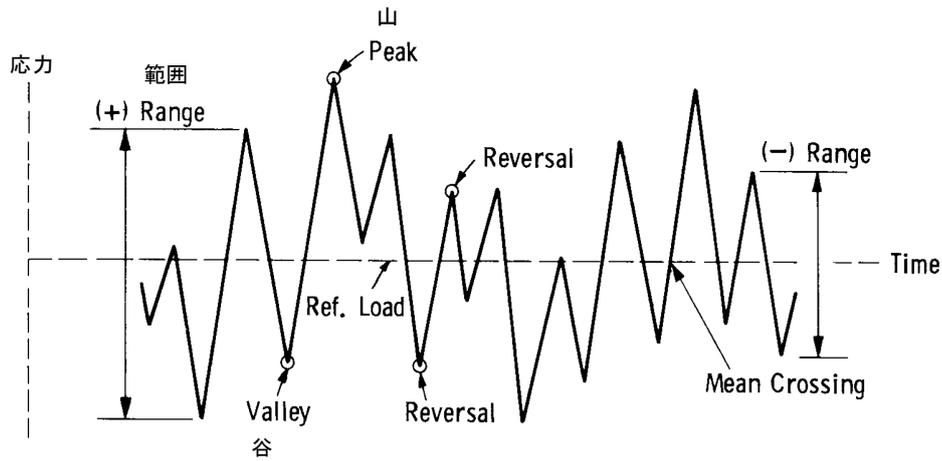
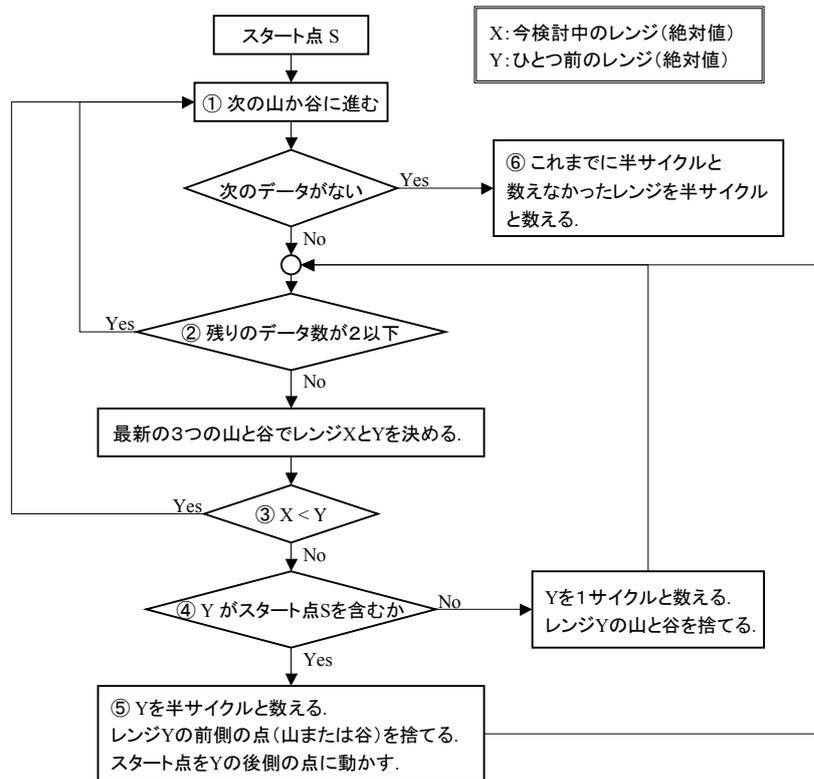
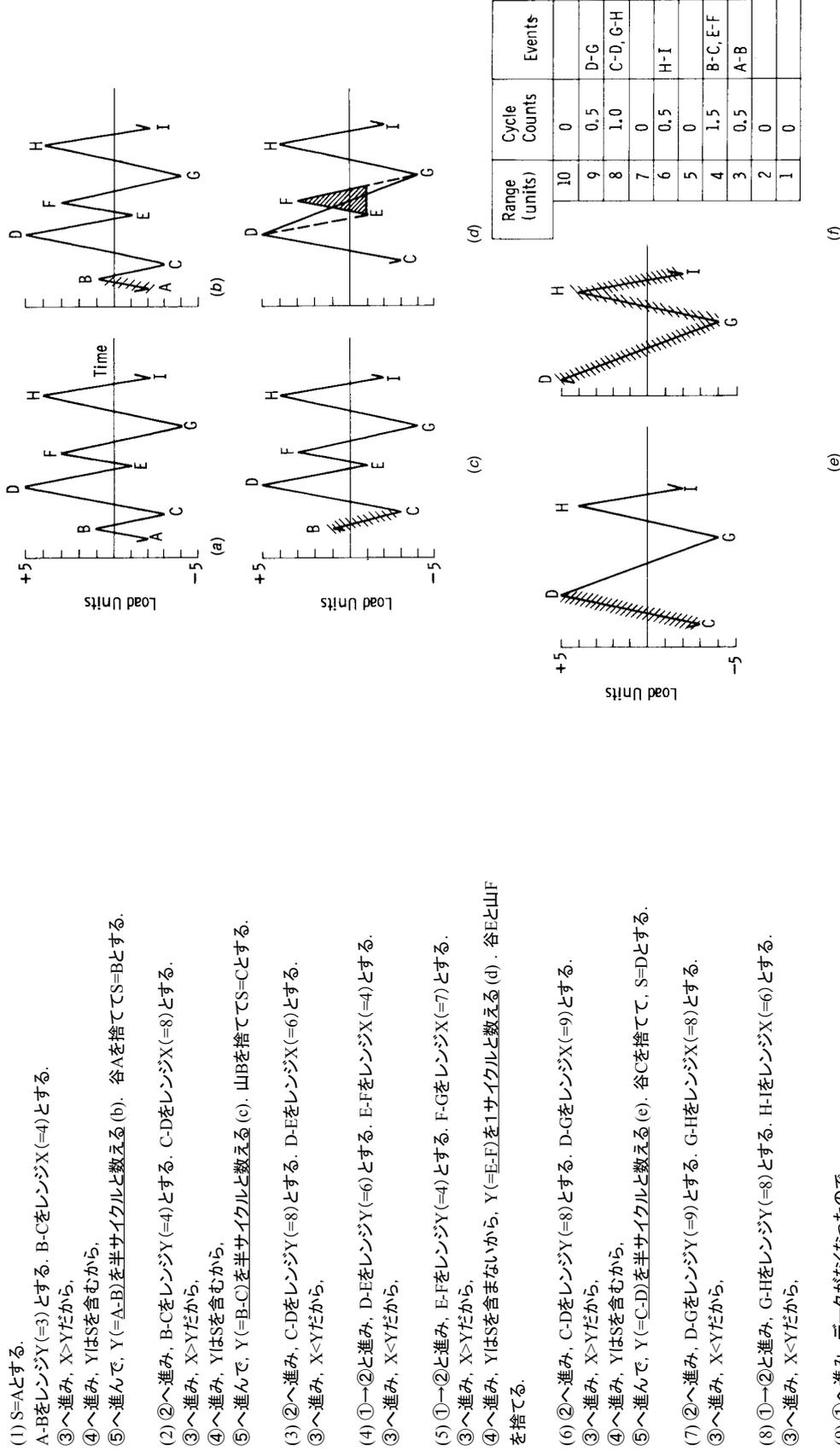


図 7-10 不規則に変動する応力



文献[2-70]より

図 7-11 レイン・フロー・カウンティングのアルゴリズム



文献[2-70]より

図 7-12 レイン・フロー・カウンティングの例

- (1) S=Aとする。  
A-BをレンジY(=3)とする。B-CをレンジX(=4)とする。  
③へ進み, X>Yだから,  
④へ進み, YはSを含むから,  
⑤へ進んで, Y(=A-B)を半サイクルと数える (b)。谷Aを捨ててS=Bとする。
- (2) ②へ進み, B-CをレンジY(=4)とする。C-DをレンジX(=8)とする。  
③へ進み, X>Yだから,  
④へ進み, YはSを含むから,  
⑤へ進んで, Y(=B-C)を半サイクルと数える (c)。山Bを捨ててS=Cとする。
- (3) ②へ進み, C-DをレンジY(=8)とする。D-EをレンジX(=6)とする。  
③へ進み, X<Yだから,
- (4) ①→②と進み, D-EをレンジY(=6)とする。E-FをレンジX(=4)とする。  
③へ進み, X<Yだから,
- (5) ①→②と進み, E-FをレンジY(=4)とする。F-GをレンジX(=7)とする。  
③へ進み, X>Yだから,  
④へ進み, YはSを含むから,  
⑤へ進んで, Y(=E-F)を1サイクルと数える (d)。谷Eと山Fを捨てる。
- (6) ②へ進み, C-DをレンジY(=8)とする。D-GをレンジX(=9)とする。  
③へ進み, X>Yだから,  
④へ進み, YはSを含むから,  
⑤へ進んで, Y(=C-D)を半サイクルと数える (e)。谷Cを捨てて, S=Dとする。
- (7) ②へ進み, D-GをレンジY(=9)とする。G-HをレンジX(=8)とする。  
③へ進み, X<Yだから,
- (8) ①→②と進み, G-HをレンジY(=8)とする。H-IをレンジX(=6)とする。  
③へ進み, X<Yだから,
- (9) ①へ進み, データがなくなかったので,  
⑥へ進み, D-G, G-H, H-Iを半サイクルと数える (f)。

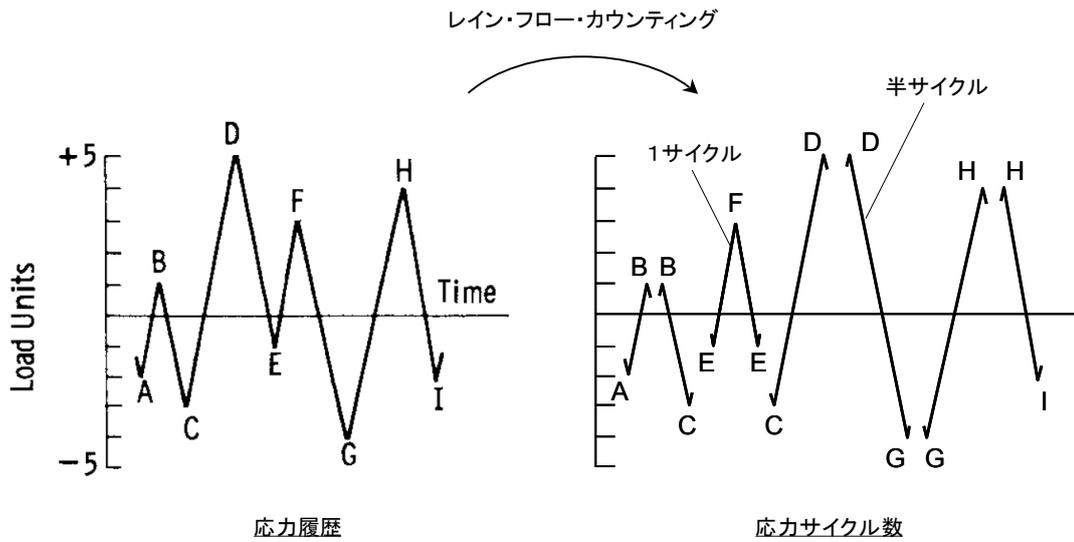
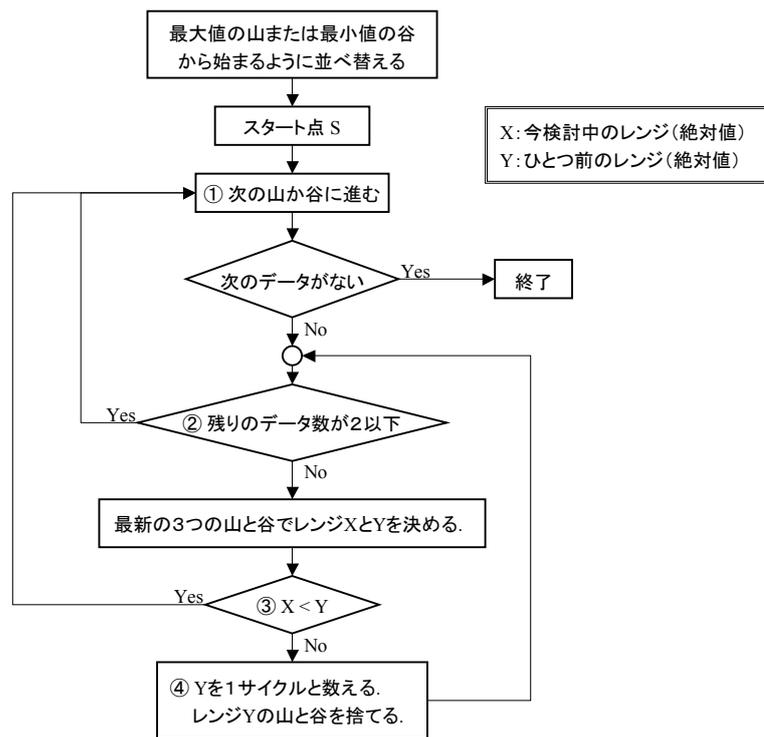


図 7-13 レイン・フロー・カウンティングの結果



文献[2-70]より

図 7-14 繰り返す応力履歴の簡略化されたレイン・フロー・カウンティングのアルゴリズム

(1) 最大値の山Dが最初に来るようにA-B-C-DのサイクルをHの後ろに移す (a)(b).

(2) S=Dとする。

D-EをレンジY(=6)とする。E-FをレンジX(=4)とする。

③へ進み,  $X < Y$ だから,

(3) ①→②と進み, E-FをレンジY(=4)とする。F-GをレンジX(=7)とする。

③へ進み,  $X > Y$ だから,

④へ進み,  $Y(=E-F)$ を1サイクルと数える(c)。谷Eと山Fを捨てる。

(4) ②へ進み, D-GをレンジY(=9)とする。G-HをレンジX(=8)とする。

③へ進み,  $X < Y$ だから,

(5) ①→②と進み, G-HをレンジY(=8)とする。H-AをレンジX(=6)とする。

③へ進み,  $X < Y$ だから,

(6) ①→②と進み, A-BをレンジY(=3)とする。B-CをレンジX(=4)とする。

③へ進み,  $X > Y$ だから,

④へ進み,  $Y(=A-B)$ を1サイクルと数える(d)。谷Aと山Bを捨てる。

(7) ②へ進み, G-HをレンジY(=8)とする。H-CをレンジX(=7)とする。

③へ進み,  $X < Y$ だから,

(8) ①→②と進み, H-CをレンジY(=7)とする。C-DをレンジX(=8)とする。

③へ進み,  $X > Y$ だから,

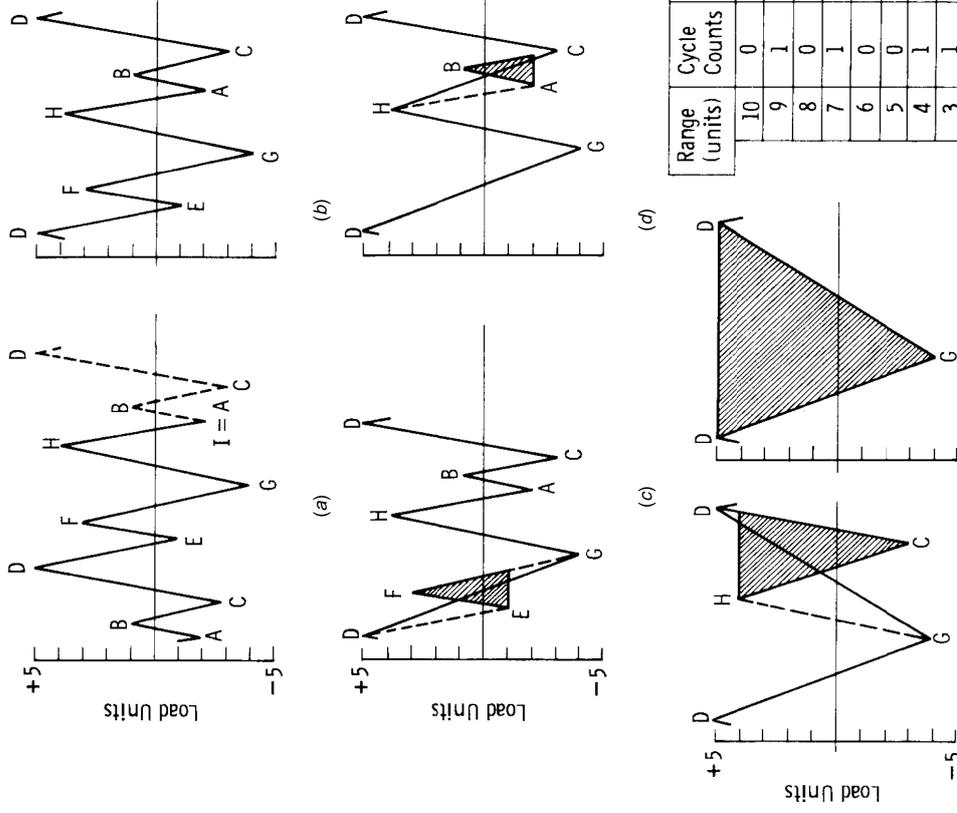
④へ進み,  $Y(=H-C)$ を1サイクルと数える(e)。山Hと谷Cを捨てる。

(9) ①→②と進み, D-GをレンジY(=9)とする。G-DをレンジX(=9)とする。

③へ進み,  $X = Y$ だから,

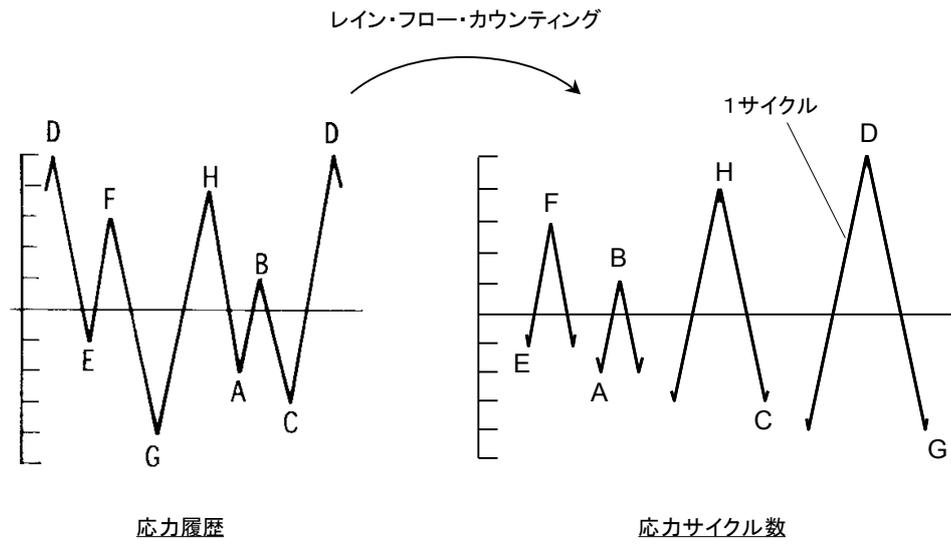
④へ進み,  $Y(=D-G)$ を1サイクルと数える(f)。山Dと谷Gを捨てる。

(10) ①へ進み, データがなくなったので, 終了。



Range (units)	Cycle Counts	Events
10	0	
9	1	D-G
8	0	
7	1	H-C
6	0	
5	0	
4	1	E-F
3	1	A-B
2	0	
1	0	

図 7-15 繰り返す応力履歴の簡略化されたレイン・フロー・カウンティングの例



#### 7.4 構造の疲労強度

構造の疲労強度は対象となる部位の応力履歴と応力集中係数で決まる。応力履歴の例として、7.2 項で説明した主翼下面外板（図 7-17）の疲労で説明する。機体が地上にあるときは、主翼の自重と主翼内の燃料の重量で主翼が下に曲げられているので、下面外板には圧縮応力が発生している。地上滑走をすると、地面の凹凸で機体が上下に運動するため、主翼が振動して応力が変動する。離陸すると、主翼には揚力が発生し、上に曲げられるため、下面外板には引張応力が発生する。飛行時には、パイロットの操舵によって揚力が変化するため、それに応じて応力が変化する。さらに、飛行中に突風により機体が揺さぶられるために下面外板の応力が変動する。このように、1 フライトで主翼下面の外板に負荷される応力履歴は図 7-19 に示すようになっている。1 フライトで出現する応力の最大値と最小値をとって、G-A-G サイクル（Ground-Air-Ground の略）と呼ぶ。

航空機構造の疲労強度の計算は、以下の手順で行う。

(1) 運用スペクトルの設定

航空機の想定される運用方法に基づいて、運用パターン（重量、飛行時間、飛行高度のパターン等）を設定する。

(2) 荷重スペクトルの設定

運用スペクトルに基づいて、地上荷重頻度、操舵荷重頻度、突風荷重頻度、与圧荷重頻度等を設定する。

(3) フライト・パターンの設定

上記(1)(2)の結果に基づいて、いくつかのフライト・パターンを設定する（図 7-18）。各フライト・パターンの中身は、フライト・セグメントに分かれており、各フライト・セグメントには、セグメントの時間、重量・重心、高度、速度等の飛行パラメータと、地上荷重の大きさと回数、操舵荷重の大きさと回数、突風荷重の大きさと回数、着陸荷重の大きさ等が割り与えられる。

(4) 外部荷重の計算

各フライト・セグメントに対して、外部荷重を計算する。

(5) 内部荷重の計算

各フライト・セグメントの外部荷重から対象とする構造の内部荷重を計算する。

(6) 標定部の選定

疲労が問題になりそうな標定部を抽出する。

(7) 応力履歴（応力スペクトル）の計算

各フライト・セグメントに対して、対象とする内部荷重が決まれば、標定部の応力が計算でき、図 7-19 と図 7-20 に示すような応力履歴を組み立てることができる。

(8) 応力集中係数の算出

標定部の応力集中係数を計算する。種々の構造要素の応力集中のデータが文献（文献[2-28]の Section B10、文献[2-8]の第 3 章、文献[2-72]、文献[2-73]）に載っているため、それを使うのが普通であるが、文献に載っていない場合には有限要素法で解析して求める。

(9) 応力サイクル・カウント

図 7-19 のような変動する応力履歴からマイナー則を適用するため、応力振幅とその回数を計算する。その計算方法は、7.3.3 項で説明したレイン・フロー・カウンティング法が使われる。

(10) 累積損傷の計算と疲労強度の判定

応力集中係数と応力サイクル・カウントの結果と材料の S-N 曲線から、マイナー則を使って累積損傷を計算する。

上記の(1)～(4)は荷重グループの仕事であるので、本書では説明をしない。(5)～(10)が構造解析技術者の仕事である。(5)(6)(8)以外の作業は標準の計算ツールを作成し、省力化するのが普通である。本書では、(7)、(8)、(9)について以下に説明する。

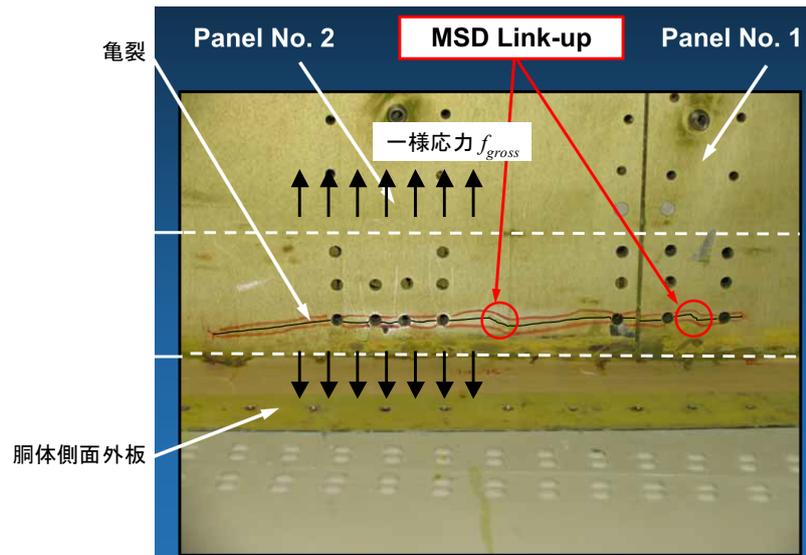
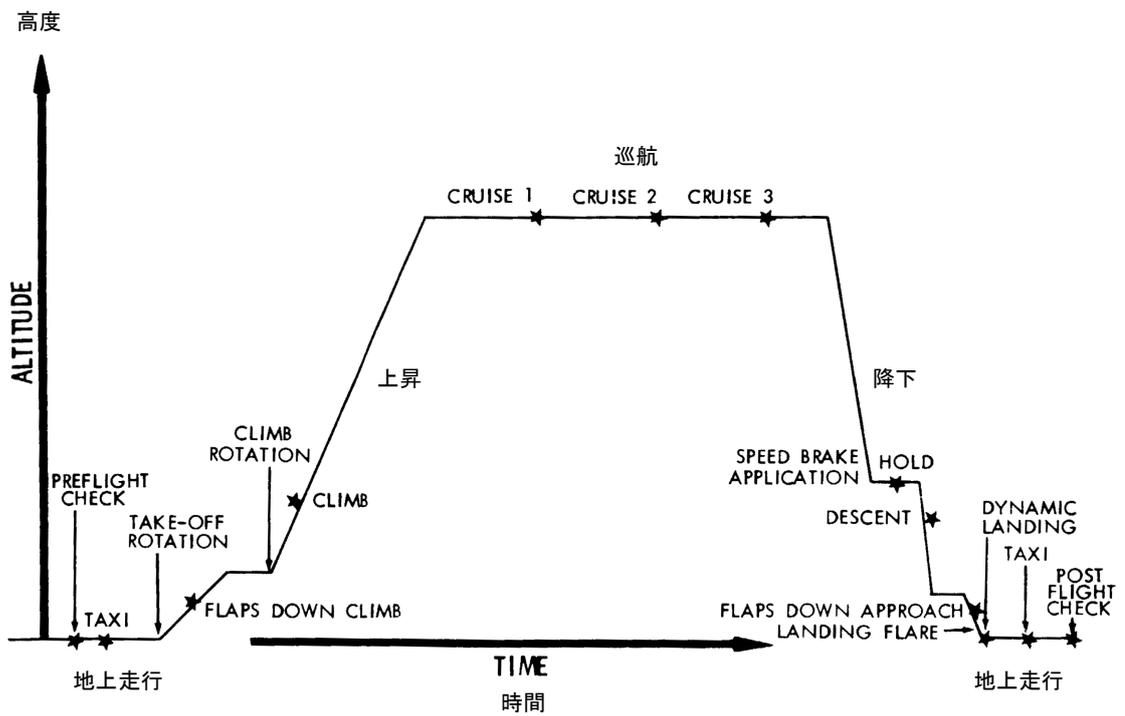


図 7-17 主翼下面外板の応力



文献[2-78]より

図 7-18 フライトパターン - エアライナー

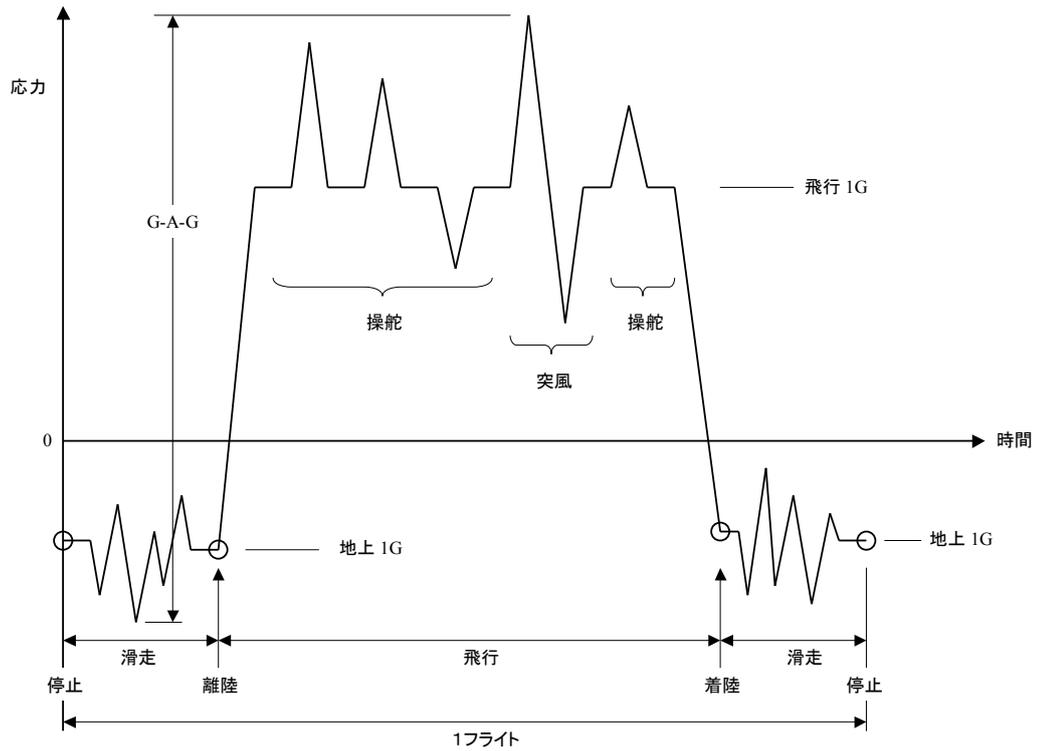
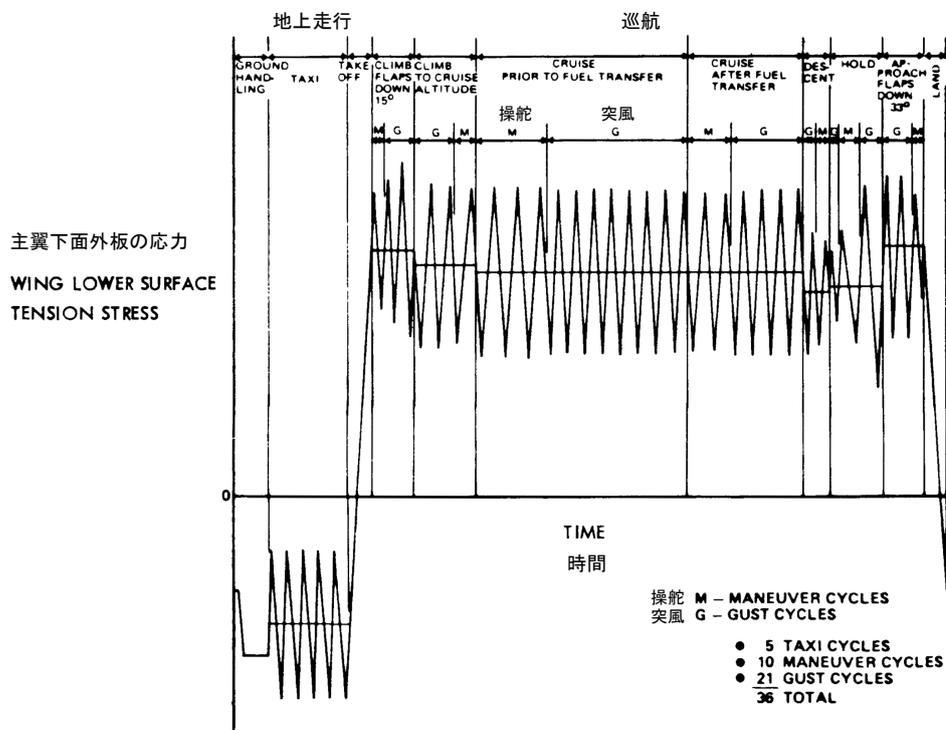


図 7-19 主翼下面外板の応力履歴の説明



文献[2-78]より

図 7-20 Boeing 747 の主翼下面外板の応力履歴

#### 7.4.1 構造の応力集中

構造の断面形状が急変する場所があると、その場所で局所的な応力が増加する。これを応力集中（Stress Concentration）と呼ぶ。例として、一様な引張応力が働く無限平板に円孔がある場合を考える（図 7-21）。孔の縁の近傍で応力が増加しており、応力が弾性範囲であると、孔縁で応力は一様応力場の3倍になっている。これは、図 7-17 に示す主翼下面外板の最も簡単なモデルとなっている。

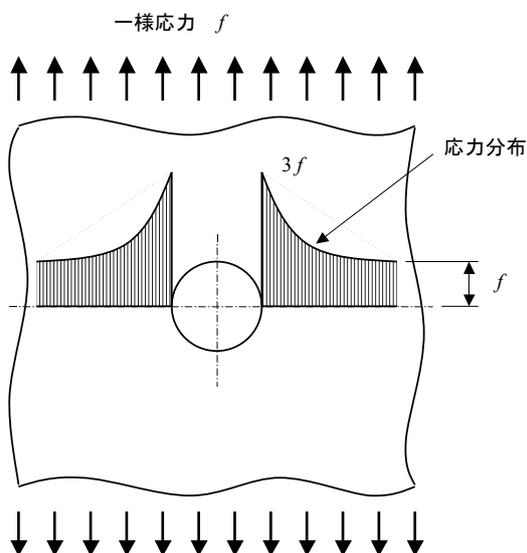


図 7-21 一様引張応力が働く無限平板中の円孔の応力集中

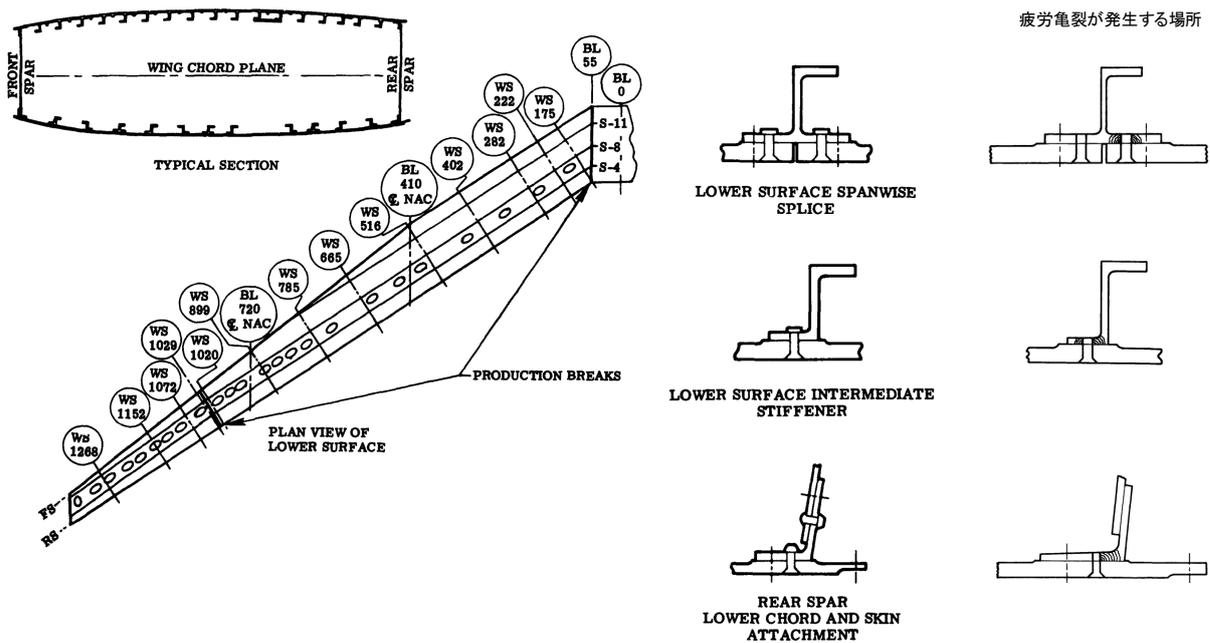
疲労破壊は応力集中がある場所で起きるので、どういう場合に応力集中があるかを知ることが非常に重要である。構造の中に応力集中がある場所を見落とすと、疲労破壊を見落とすことになる。疲労計算をする必要のある応力集中のある部位の例を以下に示す。

図 7-22～図 7-24 に主翼の応力集中の部位の例を示す。下面外板には引張応力が働き、外板およびストリングのファスナ穴、スプライス（結合部材）のコーナー部とファスナ穴が応力集中源となって、疲労亀裂が発生する。

図 7-25 と図 7-26 に与圧を受ける胴体外板の応力集中の部位の例を示す。与圧により胴体外板にフープ応力が発生する。胴体に開口部があると、その開口部のコーナー部に応力集中が起きる。外板の結合部にはファスナ結合があり、そのファスナ孔が応力集中源となる。

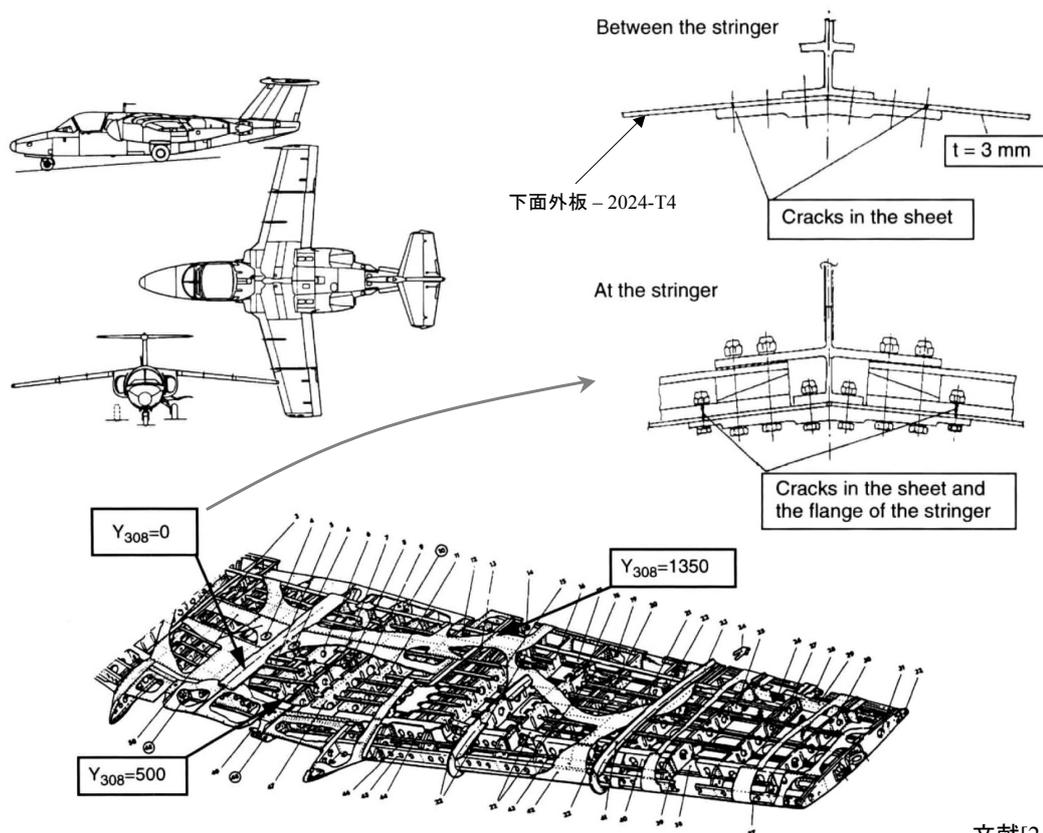
検討すべき応力集中部は以下のような場所である。

- ファスナ継手
- 引張荷重が負荷されているファスナ孔
- コーナー部
- 断面の急変部



文献[2-75]より

図 7-22 B-52G の主翼下面外板の応力集中箇所



文献[2-76]より

図 7-23 Saab 105 - SK 60 の主翼の疲労亀裂

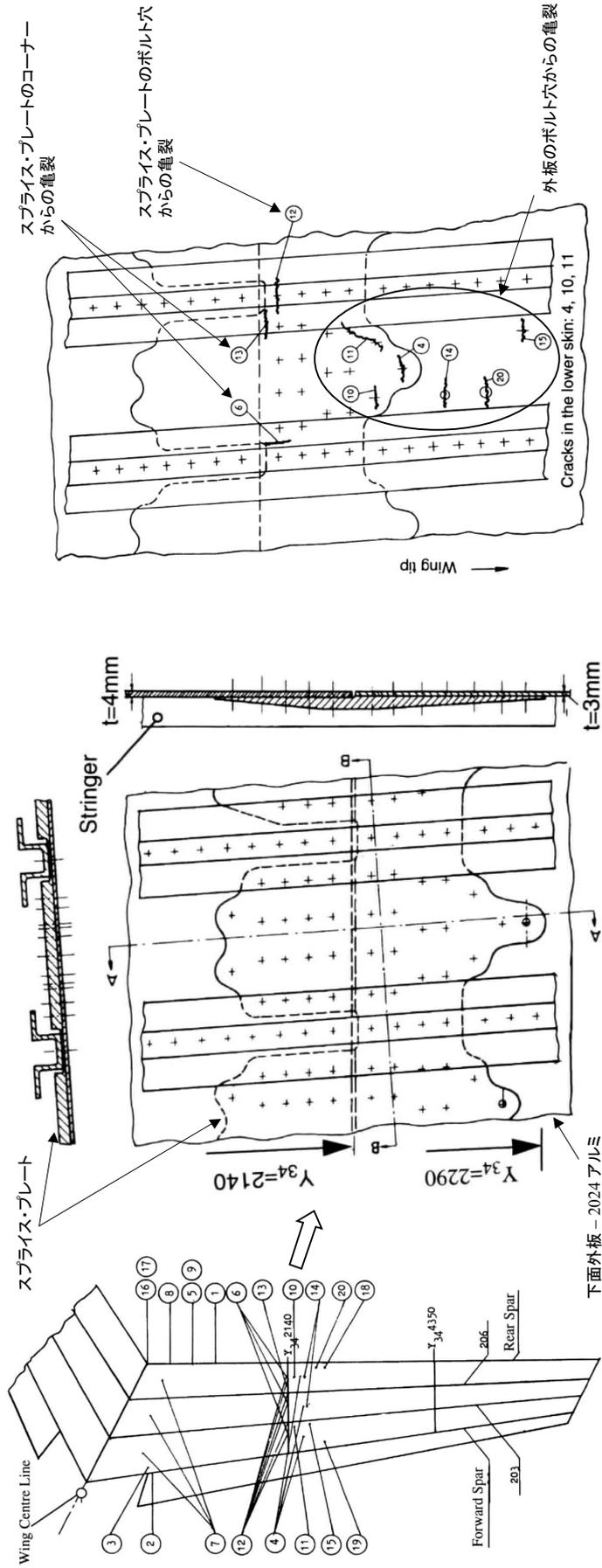
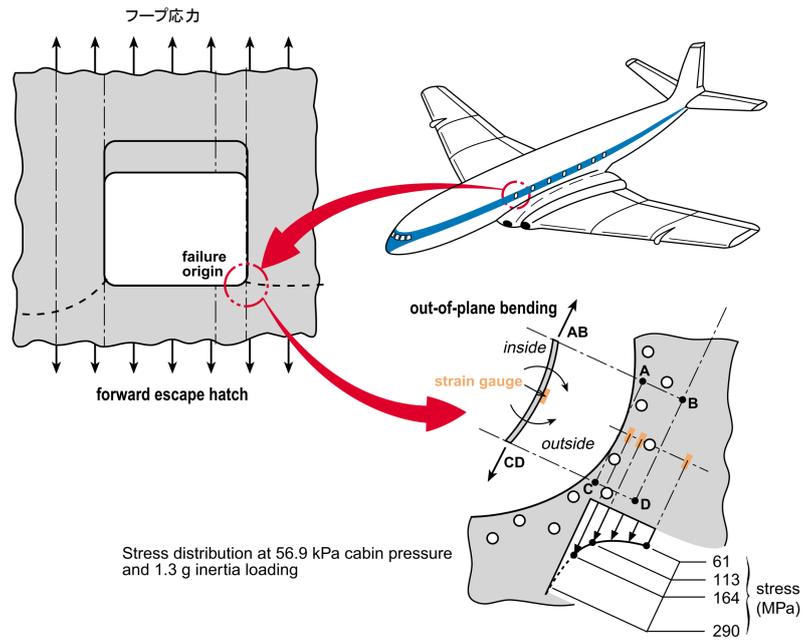


図 7-24 Saab 32 Lansens の主翼の疲労亀裂発生位置

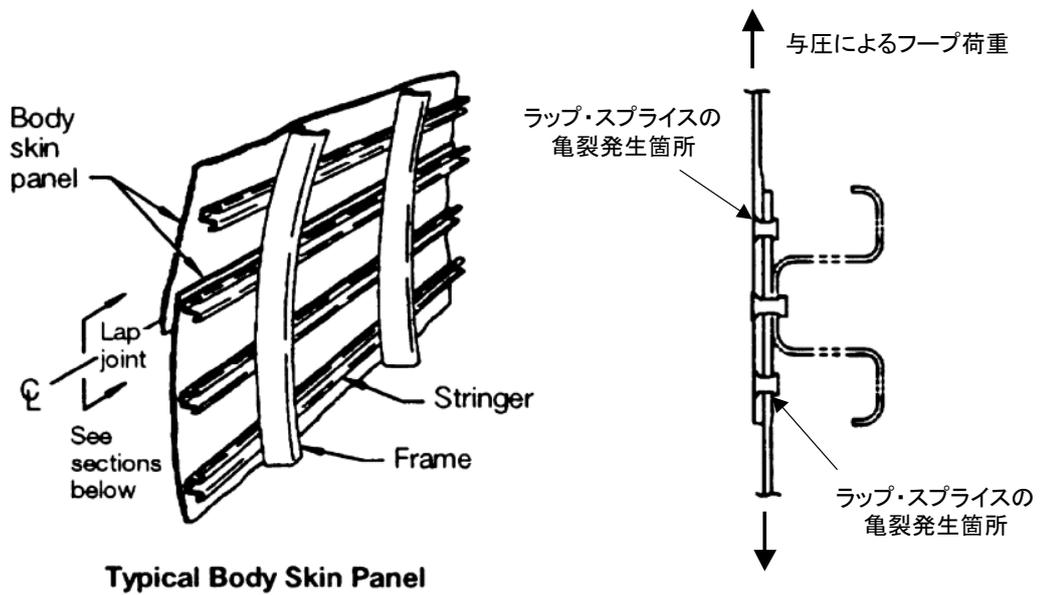
Location	$\sigma_{\text{peak}, Y_{34}}$ (MPa)
Left side of 201	107
Left side of 205	126
Right side of 205	135
Right side of 206	131
Between 207/208	138
Left side of 208	133
Right side of 208	142
Rear Spar	133

Lower skin stresses at  $Y_{34}=2290$ . Stresses at maximum peak spectrum load.



文献[2-67]より

図 7-25 コメットの脱出扉まわりの応力集中



文献[2-77]より

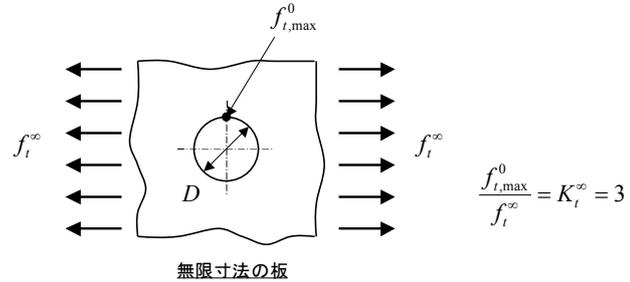
図 7-26 与圧胴体外板の結合部の疲労亀裂発生位置

7.4.2 ファスナ継手の応力集中係数

疲労強度で最も重要なファスナ継手に関する応力集中係数の計算方法（文献[2-79]）を以下に示す。

図 7-27 に示すファスナ継手の応力集中係数は、引張を受ける有孔帯板の応力集中とファスナ荷重を受ける帯板の応力集中の合計となる。基準となるのは、無限板の応力集中係数で、それに有限帯板の寸法効果の補正係数をかけて継手の応力集中係数を求める。

- 一様引張を受ける無限板中の  
円孔の応力集中係数： $K_t^\infty = 3.0$



- 無限板のファスナ荷重の  
応力集中係数： $K_{br}^\infty = \frac{8}{\pi^2}$   
(基準応力は面圧  $f_{br}$  であることに注意)

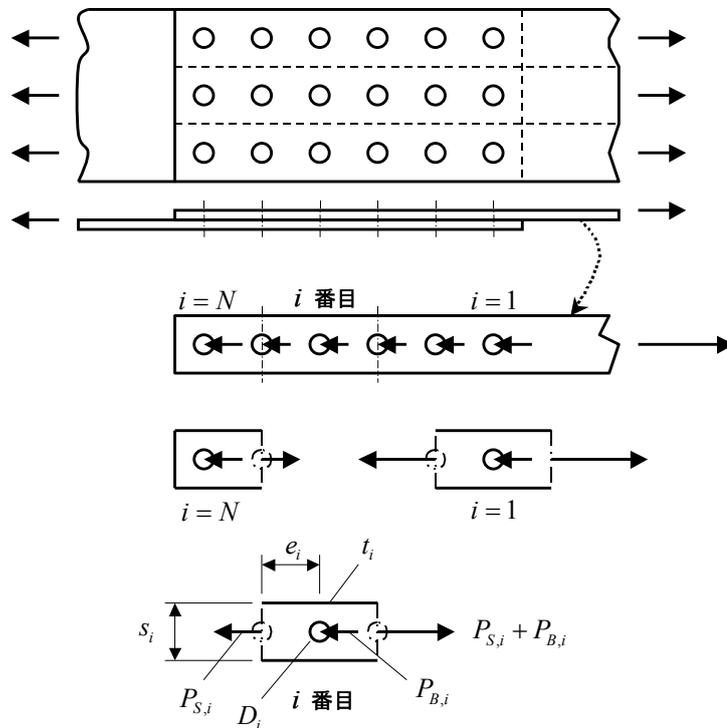
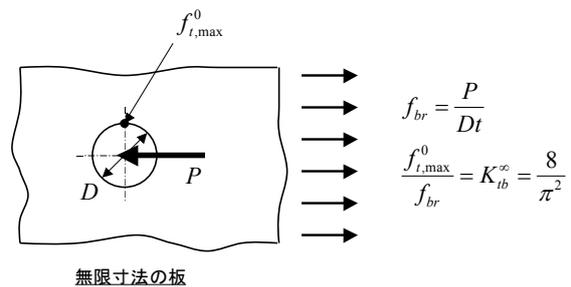


図 7-27 ファスナ継手の荷重

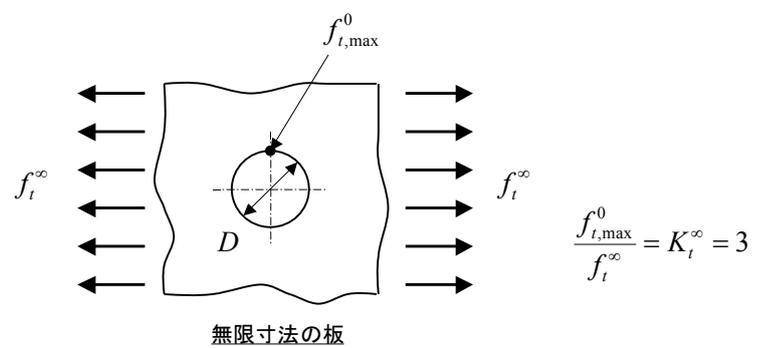
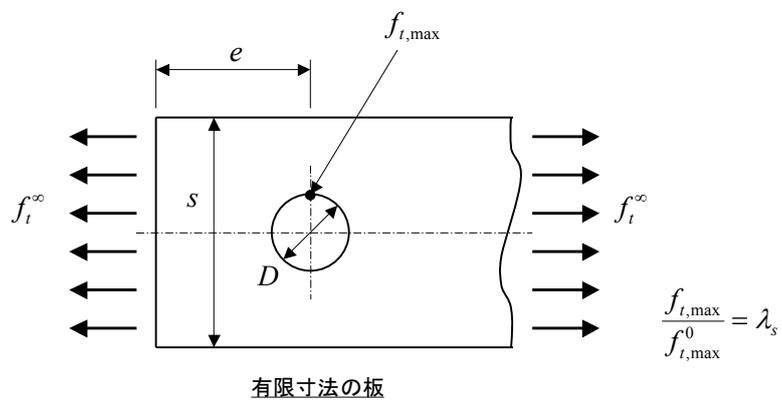
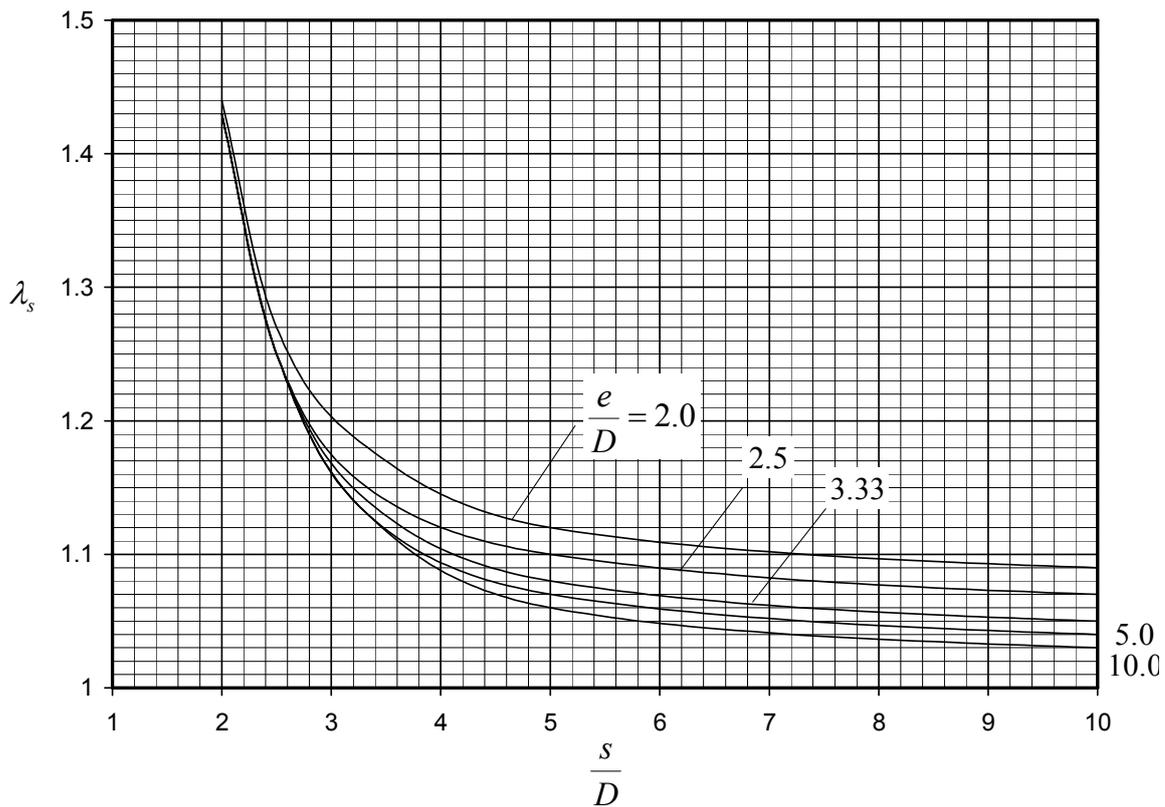
引張荷重による応力集中係数に対する寸法補正係数は2種類あり、寸法の補正係数 $\lambda_s$ と連続する孔の補正係数 $\lambda_h$ である。寸法の補正係数 $\lambda_s$ は、幅と後端の影響を考慮するものであり、チャートを図 7-28 に示す。幅が狭くなると応力集中係数が大きくなる。連続する孔の補正係数 $\lambda_h$ は、多列ファスナ継手の両端の孔以外に適用する。連続して並んでいる孔の中間にある孔の応力集中係数は、孔が単独で存在する場合に比べて小さくなる。孔が3列以上ある場合にも3列孔の中央の孔の補正係数（図 7-29）を使えば安全側である。

ファスナ荷重による応力集中係数に対する寸法補正係数 $\lambda_b$ を図 7-30 に示す。

これらの補正係数を使ってファスナ継手の応力集中係数を計算方法する方法を図 7-31 に示す。MMPDS の S-N 曲線がネット応力基準で表示されているため、ネット応力基準の効力集中係数の計算式を示した。各要素の引張荷重 $P_s$ はバイパス荷重（Bypass Load）と呼ばれる。ファスナ継手の応力集中係数は、ファスナ荷重とバイパス荷重の割合で変わることには注意されたい。

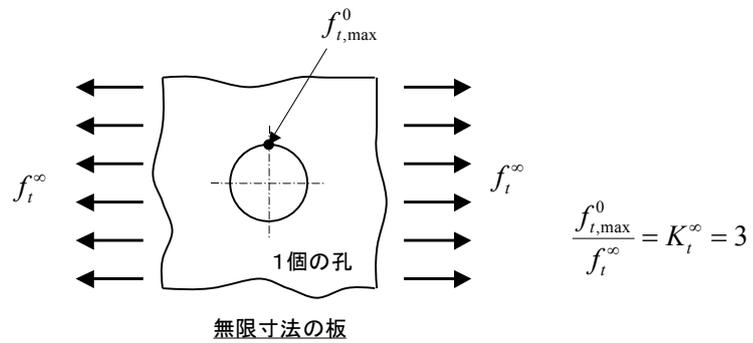
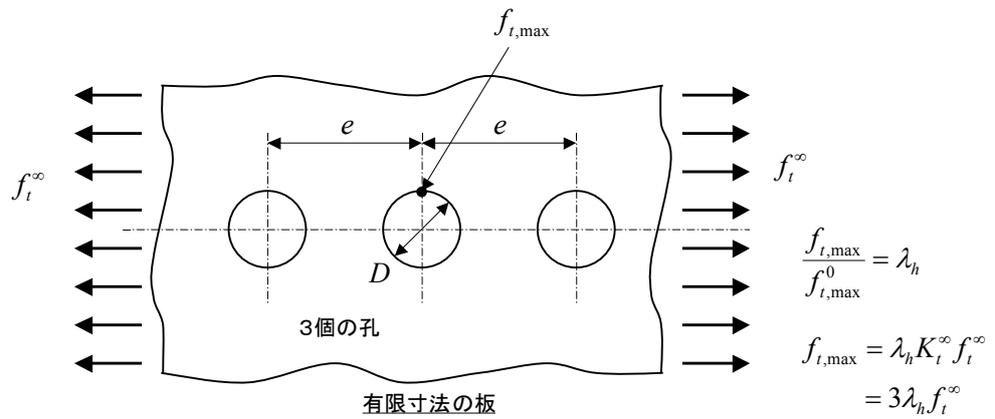
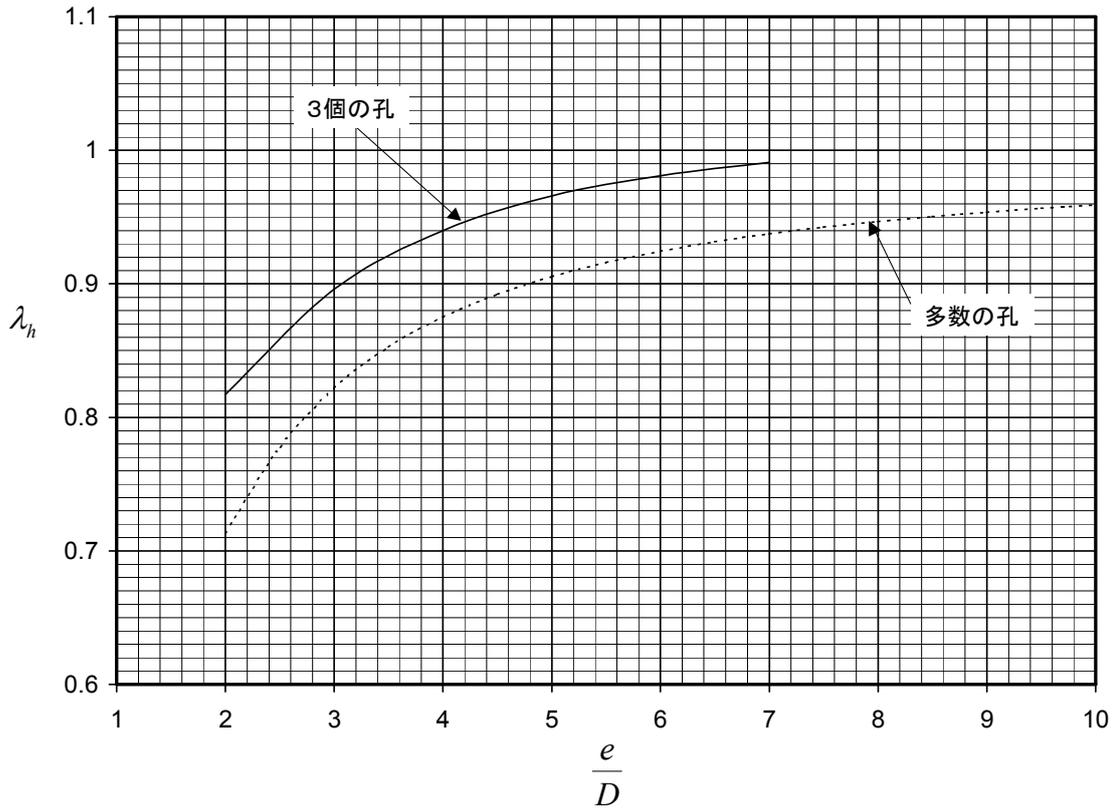
皿頭ファスナ（Countersunk Fastener）では、ファスナ孔に皿取りがあるため、引張応力集中係数がストレート孔のときより大きくなる。皿頭ファスナ孔の応力集中係数の値を計算するプログラムが文献[2-80]に載っている。このプログラムを使って計算したストレート孔の引張応力集中係数に対する皿頭の補正係数 $\lambda_{cs}$ の値を図 7-32 に示す。通常の皿頭ファスナの皿の角度は $100^\circ$ で、皿の深さとファスナ径の比 $\left(\frac{t-b}{D}\right)$ は $0.20\sim 0.35$ の間にある。

この係数は、 $\lambda_s$ と $\lambda_h$ 同じように無限板の円孔の引張応力集中係数 $K_t^\infty = 3.0$ にかける。



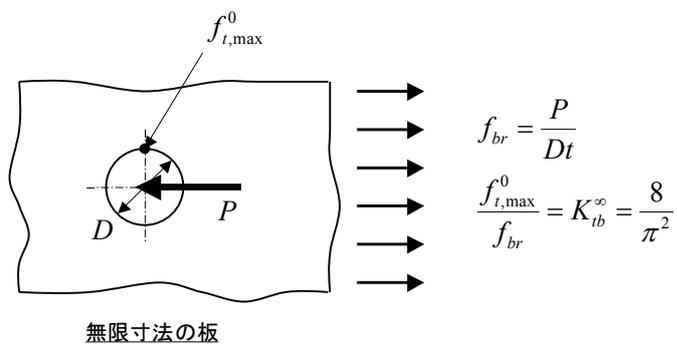
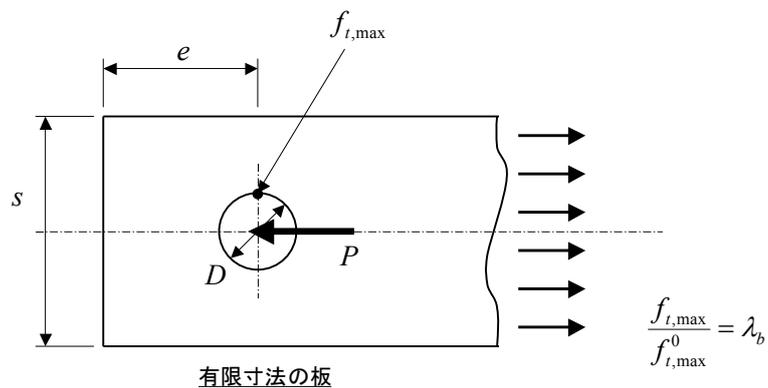
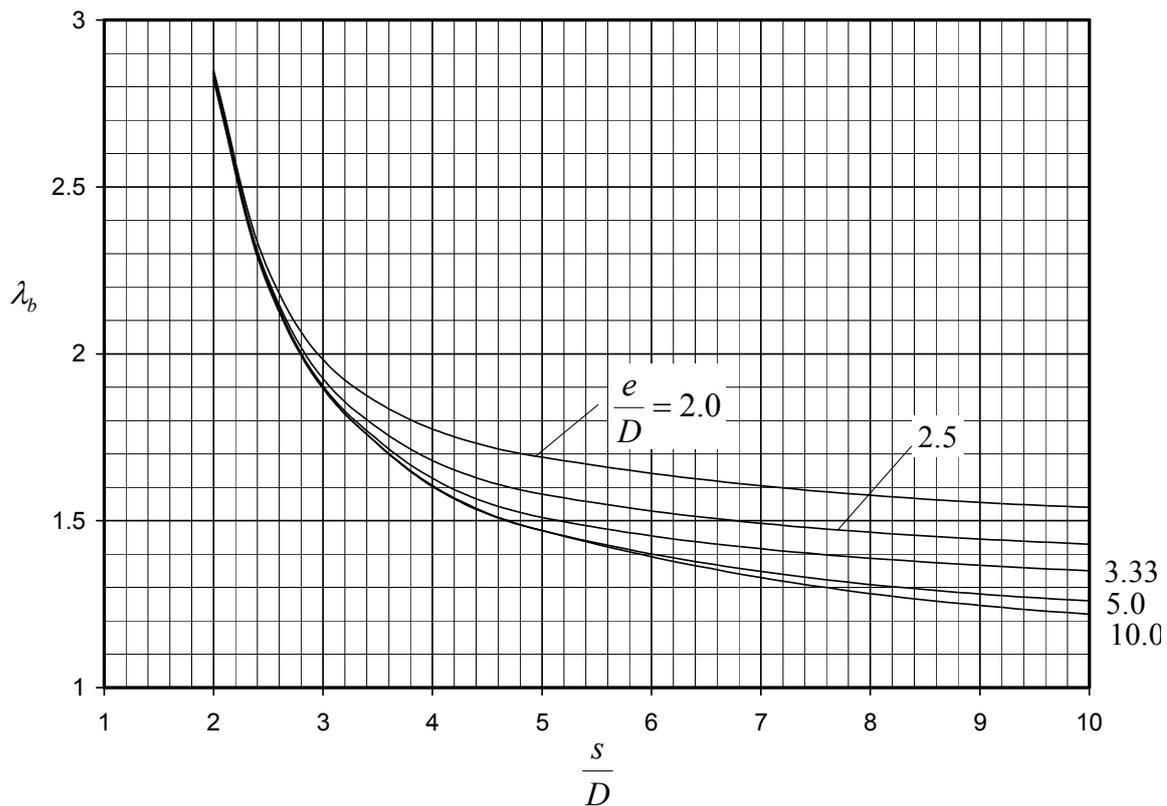
文献[2-79]より

図 7-28 引張を受ける有孔板の応力集中係数の寸法補正係数



文献[2-79]より

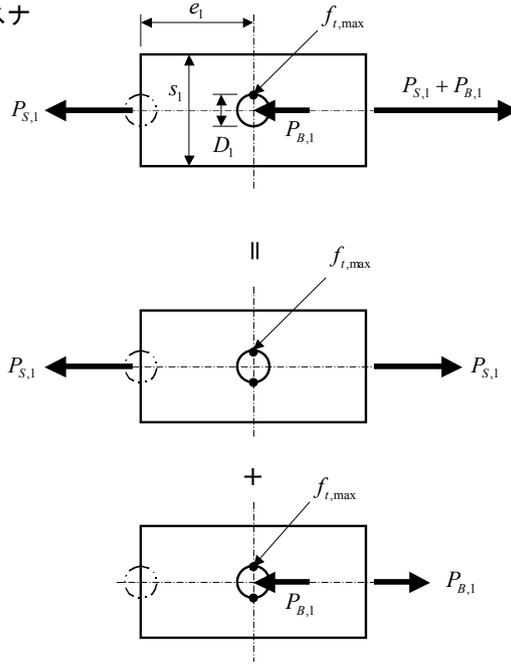
図 7-29 引張を受ける有孔板の応力集中係数の連続孔補正係数



文献[2-79]より

図 7-30 ファスナ荷重を受ける板の応力集中の寸法補正係数

● 先端のファスナ



$$f_{t,max} = 3\lambda_s \frac{P_{S,1}}{s_1 t_1} + \frac{8}{\pi^2} \lambda_b \frac{P_{B,1}}{D_1 t_1}$$

$$f_{t,net} = \frac{P_{S,1} + P_{B,1}}{(s_1 - D_1) t_1}$$

$$K_{t,net} = \frac{f_{t,max}}{f_{t,net}} = \frac{3\lambda_s \frac{P_{S,1}}{s_1 t_1} + \frac{8}{\pi^2} \lambda_b \frac{P_{B,1}}{D_1 t_1}}{\frac{P_{S,1} + P_{B,1}}{(s_1 - D_1) t_1}}$$

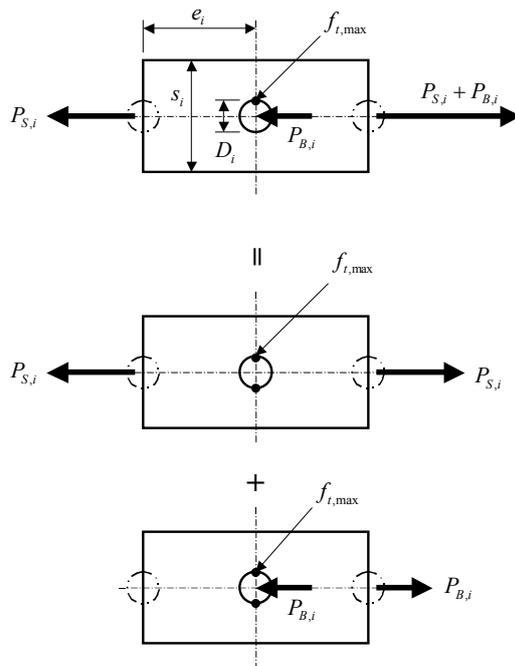
$$f_{t,gross} = \frac{P_{S,1}}{s_1 t_1}$$

$$\frac{f_{t,max}}{f_{t,gross}} = K_t = \lambda_s K_t^\infty = 3\lambda_s$$

$$f_{br} = \frac{P_{B,1}}{D_1 t_1}$$

$$\frac{f_{t,max}}{f_{br}} = K_b = \lambda_b K_{tb}^\infty = \frac{8}{\pi^2} \lambda_b$$

● 中間部



$$f_{t,max} = 3\lambda_h \lambda_s \frac{P_{S,i}}{s_i t_i} + \frac{8}{\pi^2} \lambda_b \frac{P_{B,i}}{D_i t_i}$$

$$f_{t,net} = \frac{P_{S,i} + P_{B,i}}{(s_i - D_i) t_i}$$

$$K_{t,net} = \frac{f_{t,max}}{f_{t,net}} = \frac{3\lambda_h \lambda_s \frac{P_{S,i}}{s_i t_i} + \frac{8}{\pi^2} \lambda_b \frac{P_{B,i}}{D_i t_i}}{\frac{P_{S,i} + P_{B,i}}{(s_i - D_i) t_i}}$$

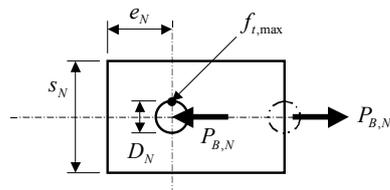
$$f_{t,gross} = \frac{P_{S,i}}{s_i t_i}$$

$$\frac{f_{t,max}}{f_{t,gross}} = K_t = \lambda_h \lambda_s K_t^\infty = 3\lambda_h \lambda_s$$

$$f_{br} = \frac{P_{B,i}}{D_i t_i}$$

$$\frac{f_{t,max}}{f_{br}} = K_b = \lambda_b K_{tb}^\infty = \frac{8}{\pi^2} \lambda_b$$

● 後端のファスナ



$$f_{t,max} = \frac{8}{\pi^2} \lambda_b \frac{P_{B,N}}{D_N t_N}$$

$$f_{t,net} = \frac{P_{B,N}}{(s_N - D_N) t_N}$$

$$K_{t,net} = \frac{f_{t,max}}{f_{t,net}} = \frac{8}{\pi^2} \lambda_b \frac{s_N - D_N}{D_N}$$

図 7-31 ファスナ継手の応力集中係数の計算方法

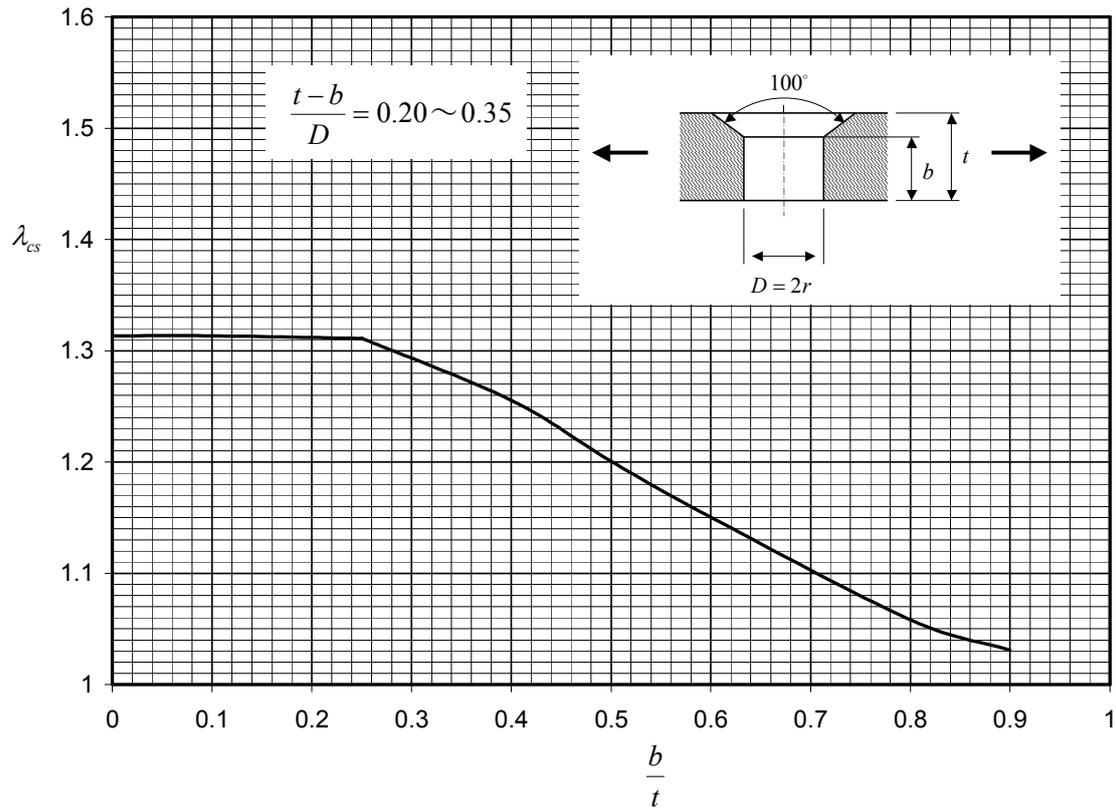


図 7-32 皿頭ファスナ孔の引張応力集中の補正係数

#### 7.4.3 疲労寿命の安全率

材料の S-N 曲線 (図 7-5) を見るとわかるように、疲労寿命 ( $N_f$ ) のデータのばらつきは大きい。マイナー則を使って累積損傷を計算するときには、試験データの平均値の S-N 曲線を使うので、得られる累積損傷値は平均値ということになる。疲労寿命の安全率として、この寿命のばらつきを考慮するため、計算した累積損傷にスカッター・ファクタ (Scatter Factor) をかける。スカッター・ファクタの値はふつう 2.0~4.0 が用いられる。スカッター・ファクタをかけた累積損傷の値は 1.0 以下でなければならない。

#### 7.4.4 構造の疲労寿命の計算例

構造の疲労寿命計算例として、図 7-23 に示した主翼下面外板の中央結合部を使って説明する。ストリングの結合部の詳細を図 7-33 に示す。

##### (1) 材料特性

外板の材料は 2024-T3 とし、ストリング、リブ、スプライス・プレートの材料は 2024-T351 とする。外板とストリングのヤング率はほとんど等しいので、計算にはストリングのヤング率を使う。

2024-T3 引張ヤング率  $E = 10.5 \text{ msi} = 72400 \text{ MPa}$

2024-T351 引張ヤング率  $E = 10.7 \text{ msi} = 73800 \text{ MPa}$ 、せん断弾性係数  $G = 4.0 \text{ msi} = 27600 \text{ MPa}$

ボルトの材質は Low Alloy Steel であるとする。

Low Alloy Steel 引張ヤング率  $E = 29.0 \text{ msi} = 200000 \text{ MPa}$

##### (2) ファスナ荷重分担と部材荷重の計算

図中の点線で囲んだストリング幅の 70mm を取り出して計算する。4.8.2 項で説明したように、棒とばねでモデル化する(図 7-34)。1 断面にファスナ 2 本があるので、ファスナ 2 本をひとつのばねでモデル化する。ストリングの上側フランジと下側フランジを別の棒でモデル化したが、ウェブでつながっているため、ウェブをせん断ばねでモデル化する。ウェブの等価ばね剛性  $K$  は次の式で計算できる。負荷荷重は、上側フランジと下側フランジ+外板に変位一定で負荷する。

$$P = K\delta = \frac{wtG}{h}\delta$$

ここで、 $P$ : 荷重

$\delta$ : 変形

$G$ : ウェブのせん断弾性係数

$t$ : ウェブの板厚

$h$ : ウェブの高さ

$w$ : ウェブの幅

節点の座標と要素の特性の計算を表 7-1 と表 7-2 に示す。

以上のデータを使って、単位荷重 100000 N を負荷したときのファスナ荷重を計算した結果を図 7-35 に示す。

##### (3) ファスナ孔の応力と応力集中係数

ファスナ孔位置の応力と応力集中係数(単位荷重負荷の場合)の計算結果を表 7-3 に示す。ファスナ継手の応力集中係数の計算方法は 7.4.2 項による。

##### (4) 荷重頻度

運用寿命(10000 飛行回数)の間にストリング結合部のモデルに負荷される荷重頻度を表 7-4 に示す。これは運用スペクトルからレイン・フロー・カウンティングで計算したものとする。

##### (5) ファスナ孔の累積損傷の計算

ファスナ孔の累積損傷の計算例を表 7-5 に示す。ネット応力と応力集中係数の値から一番厳しいと思われるファスナ番号 4 を選んだ。このファスナ孔の応力集中係数は 3.05 であるが、MMPDS(文献[2-5])には応力集中係数 2.0 と 4.0 の S-N 曲線しか載っていないので、これらの S-N 曲線から内挿して応力集中係数 3.05 の S-N 曲線を作成する必要がある。内挿の方法を図 7-36 に示す。最大応力と最小応力の組で決まる応力比  $R$  と疲労寿命  $N_f$  に対して、応力集中係数 2.0 と 4.0 の S-N 曲線の式(Equivalent Stress Equation)を使って  $S_{max}$  を計算し、この  $S_{max}$  を応力集中係数 3.05 で内挿(線形補間)する。

内挿して作成した S-N 曲線を使って、最大応力の値から寿命  $N_f$  を読み取り、マイナー則を使って損傷を計算する。損傷を合計し、スキヤッタ・ファクタ 2.0 をかけたものが求める累積損傷値 (0.22) である。計算は示さないが、次に厳しいファスナ孔はファスナ 16 番で累積損傷値 0.21 である。

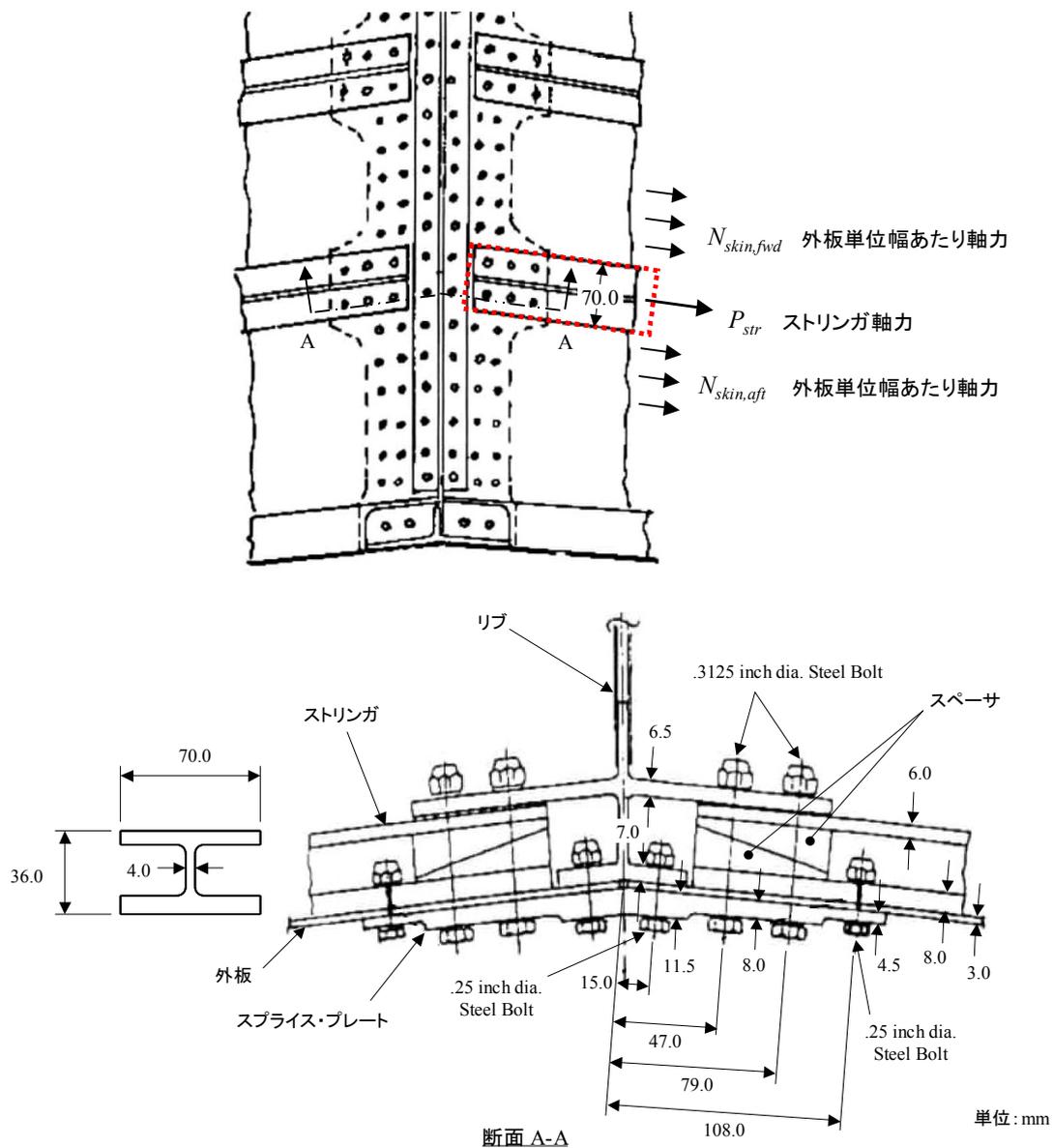


図 7-33 主翼下面外板結合部の寸法

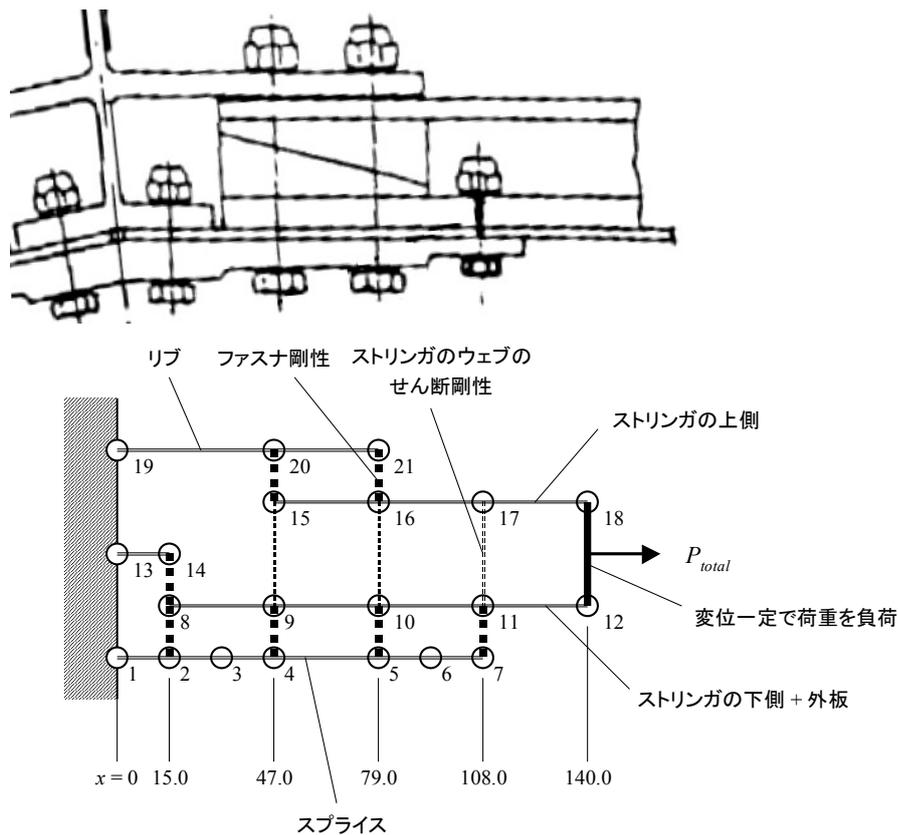


図 7-34 ストリング結合部のモデル

表 7-1 節点と棒要素のデータ

節点 番号	x (mm)	棒要素	t (mm)	b (mm)	A (mm <sup>2</sup> )	備考
1	0	1-2	11.5	70	805	
2	15	2-3	11.5	70	805	
3	31	3-4	8	70	560	
4	47	4-5	8	70	560	
5	79	5-6	8	70	560	
6	93.5	6-7	4.5	70	315	
7	108	8-9	3	70	210	
8	15	9-10	11.49	70	804.56	tはウェブの断面積を含めた等価板厚
9	47	10-11	11.49	70	804.56	tはウェブの断面積を含めた等価板厚
10	79	11-12	11.49	70	804.56	tはウェブの断面積を含めた等価板厚
11	108	13-14	7	70	490	
12	140	15-16	6.76	70	473.44	tはウェブの断面積を含めた等価板厚
13	0	16-17	6.76	70	473.44	tはウェブの断面積を含めた等価板厚
14	15	17-18	6.76	70	473.44	tはウェブの断面積を含めた等価板厚
15	47	19-20	6.5	70	455	
16	79	20-21	6.5	70	455	
17	108					
18	140					
19	0					
20	47					
21	79					

表 7-2 ばね要素の剛性

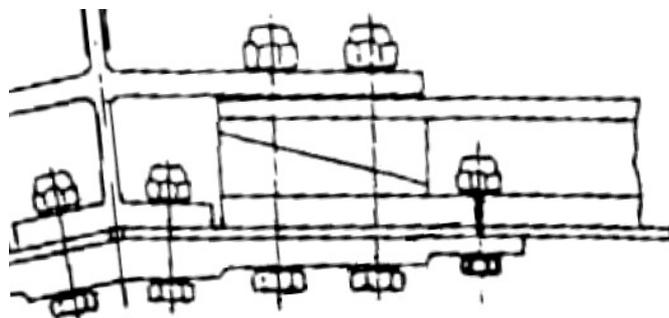
ファスナの等価ばね剛性									1本分		2本分
ばね要素	n	a	b	t1 (mm)	t2 (mm)	D (mm)	E1, E2 (MPa)	Ef (MPa)	C 1/MPa-mm	K MPa-mm	2*K MPa-mm
2-8	1	0.6667	3	11.5	3	6.35	73800	200000	2.21068E-05	45235	90470
4-9	1	0.6667	3	8	11	7.9375	73800	200000	1.17192E-05	85330	170660
5-10	1	0.6667	3	8	11	7.9375	73800	200000	1.17192E-05	85330	170660
7-11	1	0.6667	3	4.5	11	6.35	73800	200000	1.72192E-05	58075	116150
8-14	1	0.6667	3	3	7	6.35	73800	200000	1.95514E-05	51147	102294
15-20	1	0.6667	3	6	6.5	7.9375	73800	200000	1.31596E-05	75990	151980
16-21	1	0.6667	3	6	6.5	7.9375	73800	200000	1.31596E-05	75990	151980

$$C = \frac{1}{K} = \left( \frac{t_1 + t_2}{2D} \right)^a \frac{b}{n} \left( \frac{1}{t_1 E_1} + \frac{1}{n t_2 E_2} + \frac{1}{2 t_1 E_f} + \frac{1}{2 n t_2 E_f} \right)$$

ウェブのせん断剛性

ばね要素 番号	t (mm)	h (mm)	w (mm)	G (MPa)	K (MPa-mm)
9-15	4	22	32	27600	160582
10-16	4	22	32	27600	160582
11-17	4	22	32	27600	160582

$$P = K\delta = \frac{wtG}{h} \delta$$



xxxxx : ファスナ荷重 (2本分)

yyyyy : 軸力

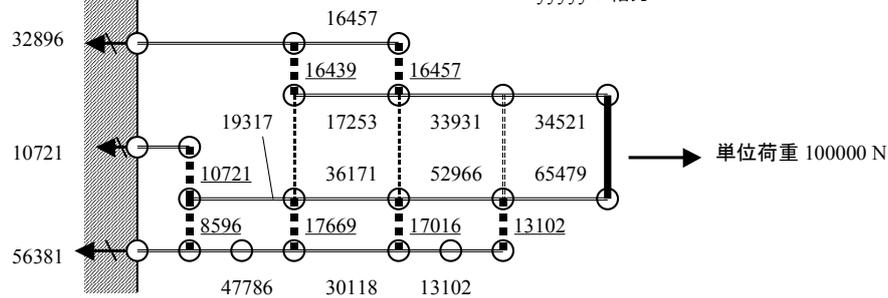


図 7-35 ファスナ荷重と部材軸力の計算結果 - 単位荷重負荷

表 7-3 ファスナ孔の応力と応力集中の計算

単位荷重 100000 N 負荷の場合を示す。

ファスナ孔 番号	ファスナ荷重 (2本分)							
	P_B (N)	P_B + P_S (N)	P_S (N)	A (mm <sup>2</sup> )	D (mm)	t (mm)	2 * s (mm)	e (mm)
式 →	①	②	③ = ② - ①	④	⑤	⑥	⑦	⑧
2	8596	56381	47785	805.0	6.35	11.5	70	30
4	17669	47786	30117	560.0	7.9375	8	70	32
5	17016	30118	13102	560.0	7.9375	8	70	30
10	17016	52966	35950	804.6	7.9375	11	70	32
11	13102	65479	52377	804.6	6.35	11	70	29
16	16457	33931	17474	473.4	7.9375	6	70	32
20	16439	32896	16457	455.0	7.9375	6.5	70	32

ファスナ孔 番号	ft_gross (MPa)	fbr (MPa)	s/D	e/D	$\lambda_s$	$\lambda_h$	$\lambda_b$	ft,max (MPa)	ft_net (MPa)	Kt,net
式 →	⑨ = ③/④	⑩ = ①/(⑤*⑥*2)	⑪ = ⑦/(⑤*2)	⑫ = ⑧/⑤	⑬	⑭	⑮	⑯ = 3*⑬*⑭*⑨ + 8/pi*2*⑮*⑩	⑰ = ⑨*⑥*⑦/(⑦ - 2*⑤)/⑥ + ①/(⑦ - 2*⑤)/⑥	⑱ = ⑯/⑰
2	59.4	58.9	5.51	4.72	1.07	0.96	1.43	251.1	85.6	2.94
4	53.8	139.1	4.41	4.03	1.085	0.94	1.53	337.1	110.4	3.05
5	23.4	134.0	4.41	3.78	1.085	0.93	1.53	237.0	69.6	3.41
10	44.7	97.4	4.41	4.03	1.085	0.94	1.53	257.6	86.4	2.98
11	65.1	93.8	5.51	4.57	1.07	1	1.43	317.7	100.3	3.17
16	36.9	172.8	4.41	4.03	1.085	1	1.53	334.4	98.4	3.40
20	36.2	159.3	4.41	4.03	1.085	1	1.53	315.3	93.5	3.37

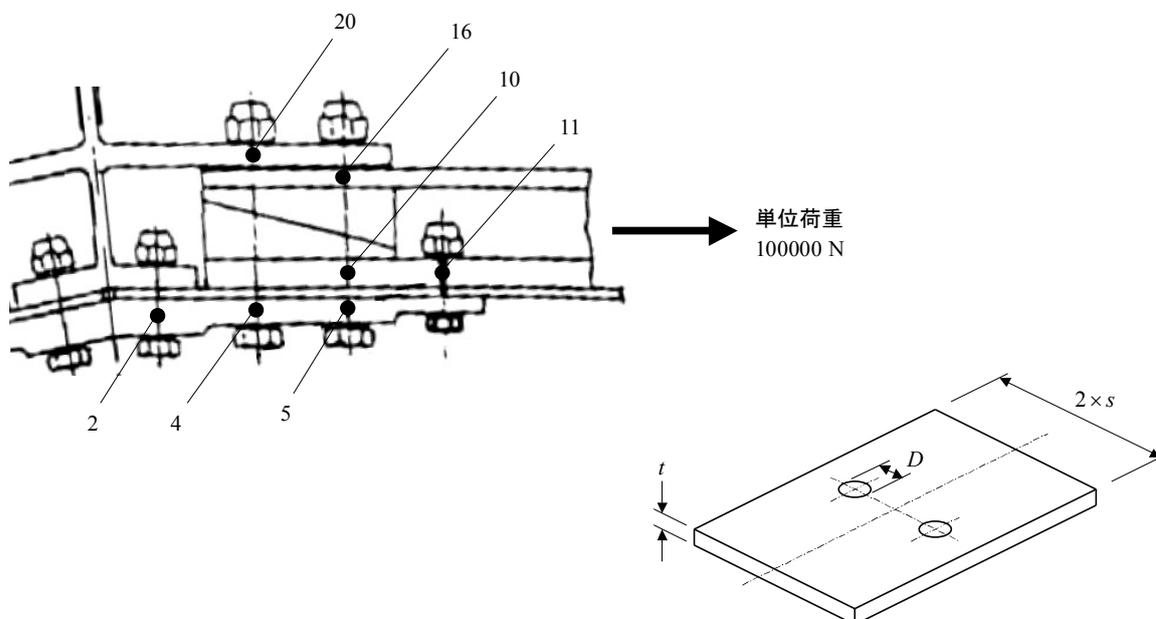


表 7-4 荷重頻度

最大荷重 Pmax (N)	最小荷重 Pmin (N)	荷重回数/寿命(10000飛行回数) n	備考
155000	-50000	2000	G-A-Gサイクル
120000	-35000	3000	G-A-Gサイクル
100000	-32000	5000	G-A-Gサイクル
130000	-40000	200	
100000	-20000	1000	
100000	0	20000	
100000	20000	10000	
80000	-20000	10000	
80000	0	20000	
80000	20000	60000	

表 7-5 累積損傷の計算 - ファスナ孔番号 4

ファスナ孔 番号	単位荷重 P (N)	単位応力 ft_net (N)	応力集中係数 Kt_net
	①	②	③
4	100000	110.4	3.05

最大荷重 Pmax (N)	最小荷重 Pmin (N)	荷重回数 n	最大応力 ft_net,max (MPa)	最小応力 ft_net,min (MPa)	最大応力 ft_net,max (ksi)	最小応力 ft_net,min (ksi)	R	破壊までの繰返し数 Nf	損傷 n/Nf
⑨	⑩	⑪	⑫ = ⑨/①*②	⑬ = ⑩/①*②	⑭	⑮	⑯ = ⑮/⑭	⑰	⑱ = ⑪/⑰
155000	-50000	2000	171.1	-55.2	24.8	-8.0	-0.323	32,000	0.063
120000	-35000	3000	132.4	-38.6	19.2	-5.6	-0.292	150,000	0.020
100000	-32000	5000	110.4	-35.3	16.0	-5.1	-0.320	430,000	0.012
130000	-40000	200	143.5	-44.1	20.8	-6.4	-0.308	85,000	0.002
100000	-20000	1000	110.4	-22.1	16.0	-3.2	-0.200	700,000	0.001
100000	0	20000	110.4	0.0	16.0	0.0	0.000	2,000,000	0.010
100000	20000	10000	110.4	22.1	16.0	3.2	0.200	10,000,000	0.001
80000	-20000	10000	88.3	-22.1	12.8	-3.2	-0.250	4,000,000	0.003
80000	0	20000	88.3	0.0	12.8	0.0	0.000	--	0.000
80000	20000	60000	88.3	22.1	12.8	3.2	0.250	--	0.000
								合計	0.111

↓  
Scatter Factor = 2 の累積損傷: 0.22

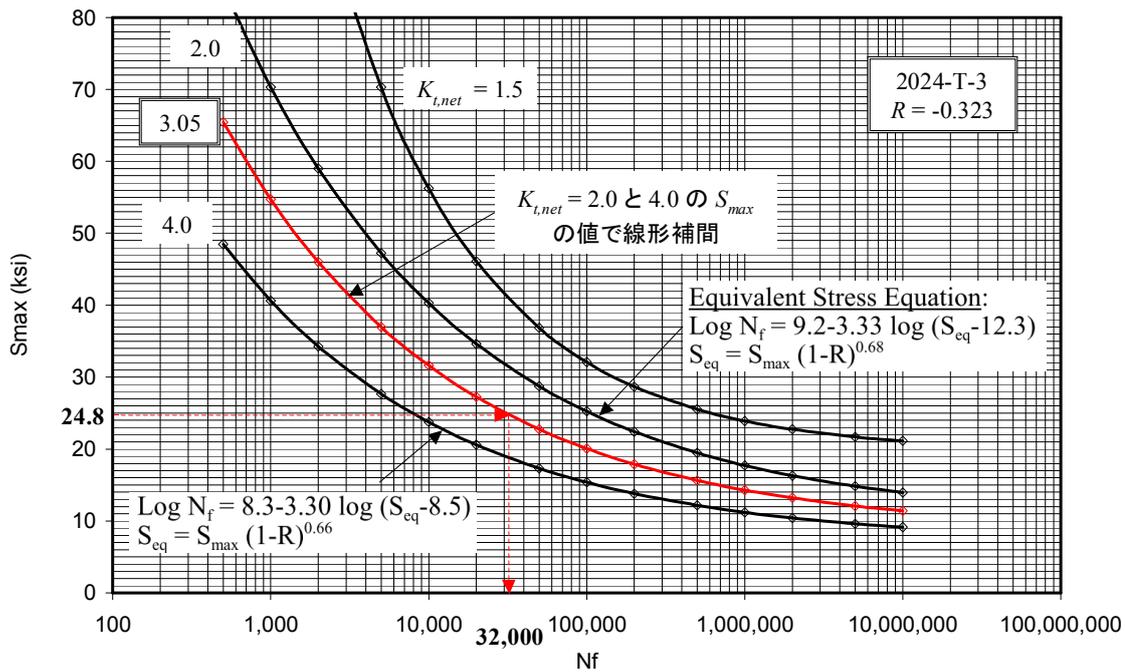


図 7-36 S-N 曲線の内挿

## 8 強度計算書

本章では強度計算書の構成を説明する。構造解析技術者の最終的なアウトプットは強度計算書である。強度計算書は、民間機の場合は航空局に提出する正式文書、防衛省機の場合は防衛省に提出する正式文書である。

### 8.1 強度計算書の使われ方

強度計算書の使われ方について説明しておく。これを知っていれば、どういう情報を強度計算書に盛り込まなければいけないかがわかるだろう。

- 民間機の場合、強度計算書と強度試験報告書が Certification Documents として耐空性（強度）の証明に使われる。
- 防衛省機の場合、強度計算書は技術審査資料として航空機の審査（強度の証明）に使われる。
- 製造時に不具合が出た場合に、不具合の処置の判断をする資料として使われる。たとえば、ある部品の板厚が図面指示値より小さかった場合に、その部品を使用してよいかどうかの判断をするために強度計算書を参照する。
- 運用中に構造が損傷した場合に、修理の要否、修理の方法を決めるために強度計算書を参照する。

### 8.2 強度計算書の構成と内容

強度計算書の構成は、会社、機種によって配列や詳細は異なるが、基本的には同じである。強度計算書の一般的な構成を表 8-1 に示す。重要なことは、内容が追跡可能 (Traceable)・再現可能 (Reproducible) であることである。他人が内容 (数値) を再現できるようになっていないといけない。航空機は数十年にわたって運用されるが、その全期間にわたって強度計算書は参照されることを念頭において作成する必要がある。

表 8-1 強度計算書の構成

番号	タイトル	内容	補足説明
1.	目的	この文書の目的を書く。	
2.	適用範囲	この文書の適用範囲を書く。	
3.	概要	この文書の内容の要約を書く。	
4.	安全余裕一覧	強度余裕の一覧表と対象部位を示す図	
5.	強度計算		
5.1	aaaa構造		
5.1.1	構造概要	構造の概要図を示し、構造の構成と機能を文章で説明する。	
5.1.2	図面番号	対象構造の部品図、組立図の番号	
5.1.3	材料	使用材料名、スペック、板厚	
5.1.4	設計許容値	設計許容値の値	設計許容値の出所を明記する。
5.1.5	設計荷重		
5.1.5.1	荷重ケース	標定となる荷重ケース	荷重ケース名は荷重計算書で決められている。
5.1.5.2	設計荷重	設計荷重の値と向きを図で示す。	荷重計算書から引用する場合には、その出所を明記する。 全機FEM解析で求められた内部荷重を使う場合には、その出所を明記する。
5.1.6	作用荷重(または作用応力)	作用荷重(応力)の計算内容を書く。フリーボディー・ダイヤグラムをつけること。	梁理論、せん断場理論等を使う場合は、その計算を説明図を使って書く。 解析ツールを使う場合には、そのツールの入力データと出力データを明記する。 FEM解析を行う場合は、モデルの説明をするとともに、データの保存場所を明記する。
5.1.7	許容荷重(または許容応力)	許容荷重(応力)の計算内容を書く。	許容荷重の計算法の出所を明記する。 使用したチャートの出所を明記する。
5.1.8	安全余裕	安全余裕の計算と結果を書く。	
5.2	bbbb構造		
5.z	zzzz構造		
6.	関連資料	公的な設計基準、この機種専用の設計基準、荷重計算書等の文書のリスト	
7.	参考資料	強度計算書で使った一般に入手できる本、文献のリスト	

## 9 補足

### 9.1 単位の換算

#### (1) 長さ

$$1 \text{ inch} = 25.4 \text{ mm}$$

$$1 \text{ foot} = 12 \text{ inch} = 304.8 \text{ mm}$$

#### (2) 力

$$1 \text{ kgf} = 2.205 \text{ lb} = 9.807 \text{ N}$$

$$1 \text{ lb} = 0.4536 \text{ kgf} = 4.448 \text{ N}$$

$$1 \text{ N} = 0.2248 \text{ lb} = 0.10197 \text{ kgf}$$

#### (3) 応力, 圧力

$$1 \text{ ksi} = 0.7031 \text{ kgf/mm}^2 = 6.895 \text{ MPa}$$

$$1 \text{ kgf/mm}^2 = 9.807 \text{ MPa} = 1.4223 \text{ ksi}$$

$$1 \text{ MPa} = 0.10197 \text{ kgf/mm}^2 = 0.14503 \text{ ksi}$$

### 9.2 座標変換式

強度計算をするときには、座標系の変換を行うことが多い。ここでは座標変換式の作り方を説明する。行列の計算を使うことにより、機械的に座標変換式を導くことができる。

航空機構造の部材配置は構造線図 (Structural Diagram) で定義される。構造コンポーネント毎に局所座標系が定義されるので、座標系間の変換式が必要になる。基本の座標変換式は以下のようなになるので、これらの式を組み合わせることにより、変換式を作ることができる。

#### ● 原点の平行移動

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ z - z_0 \end{bmatrix}$$

#### ● $x'$ 軸まわりの回転

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \eta & -\sin \eta \\ 0 & \sin \eta & \cos \eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \eta & \sin \eta \\ 0 & -\sin \eta & \cos \eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}$$

#### ● $y'$ 軸まわりの回転

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}$$

#### ● $z'$ 軸まわりの回転

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}$$

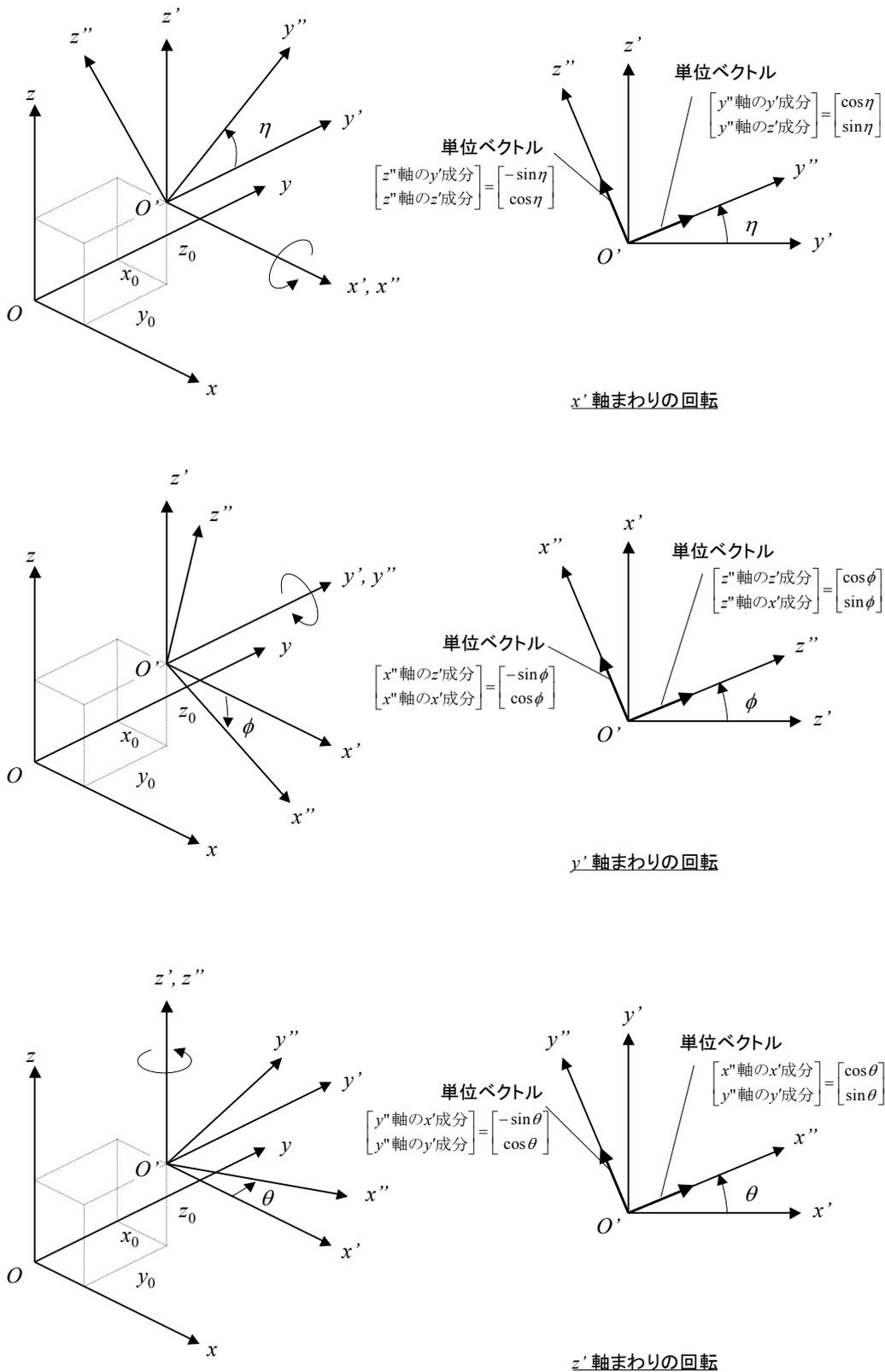


図 9-1 座標変換式

別の方法としては、CATIA で変換後の座標軸の単位ベクトルの値（図 9-2）を取得すれば、次のように簡単に変換式を書くことができる。

$$\begin{bmatrix} x-x_0 \\ y-y_0 \\ z-z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{x'} & l_{y'} & l_{z'} \\ m_{x'} & m_{y'} & m_{z'} \\ n_{x'} & n_{y'} & n_{z'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{x'} & m_{x'} & n_{x'} \\ l_{y'} & m_{y'} & n_{y'} \\ l_{z'} & m_{z'} & n_{z'} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-x_0 \\ y-y_0 \\ z-z_0 \end{bmatrix}$$

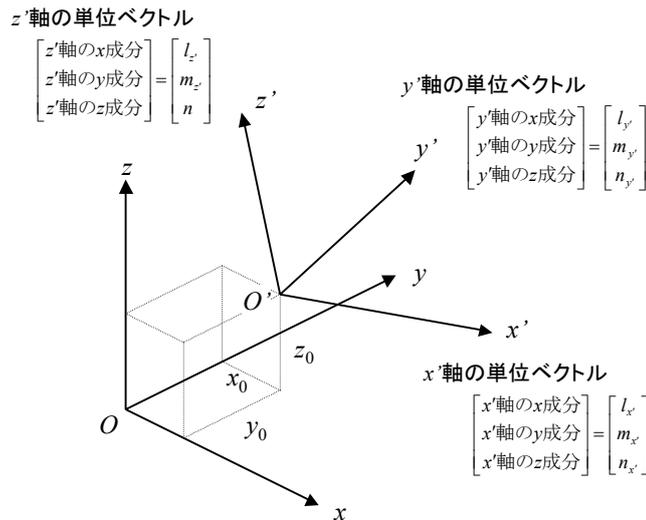


図 9-2 座標軸の単位ベクトル

例として、主翼後桁座標系の変換式を示す。上半角 $\Gamma$ 、後桁位置での後退角 $\Lambda$ である主翼を考える（図 9-3）。主翼座標の原点に移動し、座標軸を入れ替えると、

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-x_0 \\ y \\ z-z_0 \end{bmatrix}$$

$y'$  軸まわりに  $-\Gamma$  回転して、

$$\begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Gamma & 0 & \sin\Gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\Gamma & 0 & \cos\Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix}$$

$z_w$  軸まわりに $\Lambda$  回転して、

$$\begin{bmatrix} x_{wRS} \\ y_{wRS} \\ z_{wRS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Lambda & \sin\Lambda & 0 \\ -\sin\Lambda & \cos\Lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix}$$

主翼後桁座標系と機体座標系の関係は、

$$\begin{bmatrix} x_{WRS} \\ y_{WRS} \\ z_{WRS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\Lambda & \sin\Lambda & 0 \\ -\sin\Lambda & \cos\Lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\Gamma & 0 & \sin\Gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\Gamma & 0 & \cos\Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y \\ z - z_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\Gamma & 0 & -\sin\Gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\Gamma & 0 & \cos\Gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\Lambda & -\sin\Lambda & 0 \\ \sin\Lambda & \cos\Lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{WRS} \\ y_{WRS} \\ z_{WRS} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ 0 \\ z_0 \end{bmatrix}$$

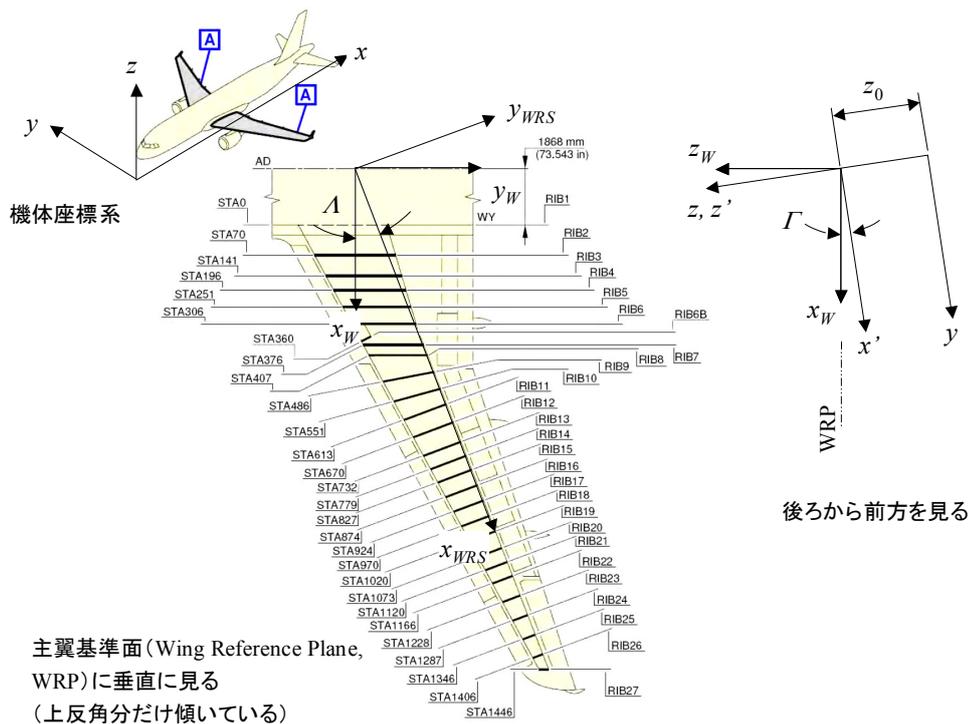


図 9-3 主翼座標系

### 9.3 Bruhn の教科書の目次と索引

Bruhn の教科書 ([1-4]) は航空機構造解析の実務で参照することが多いが、目次が不十分で、索引もないので目的の項目を見つけるのに苦労する。この不便さを解消するために、目次と索引を以下に示すので利用されたい。

“Analysis and Design of Flight Vehicle Structures” by E. F. Bruhn 目次

**PART A**

<b>A1 The Work of the Aerospace Structures Engineer.</b>	A1.1
A1.1 Introduction.	A1.1
A1.2 General Organization of an Aircraft Company Engineering Division.	A1.1
A1.3 The Work of the Structures Group	A1.2

**STATICALLY DETERMINATE STRUCTURES (Loads, Reactions, Stresses, Shears, Bending Moments, Deflections)**

<b>A2 Equilibrium of Force Systems. Truss Structures. Externally Braced Wings. Landing Gear.</b>	A2.1
A2.1 Introduction.	A2.1
A2.2 Equations of Static Equilibrium.	A2.1
A2.3 Structural Fitting Units for Establishing the Force Characteristics of Direction and point of Application.	A2.2
A2.4 Symbols for Reacting Fitting Units as Used in Problem Solution.	A2.3
A2.5 Statically Determinate and Statically Indeterminate Structures.	A2.4
A2.6 Examples of Statically Determinate and Statically Indeterminate Structures.	A2.4
A2.7 Example Problem Solutions of Statically Determinate Coplanar Structures and Coplanar Loadings.	A2.7
A2.8 Stresses in Coplanar Truss Structures Under Coplanar Loading.	A2.9

**ANALYTICAL METHODS FOR DETERMINING PRIMARY STRESSES IN TRUSS STRUCTURES** A2.10

A2.9 Method of Joints.	A2.10
A2.10 Method of Moments.	A2.11
A2.11 Method of Shears.	A2.12
A2.12 Aircraft Wing Structure. Truss Type with Fabric or Plastic Cover.	A2.14
A2.13 Landing Gear Structure.	A2.23
A2.14 Example Problems of Calculating Reactions and Loads on Members of landing Gear Units.	A2.23

**A3 Properties of Sections - Centroids, Moments of Inertia, etc.** A3.1

A3.1 Introduction.	A3.1
A3.2 Centroids, Center of Gravity.	A3.1
A3.3 Moment of Inertia.	A3.1
A3.4 Moment of Inertia of an Area.	A3.1
A3.5 Polar Moment of Inertia.	A3.1
A3.6 Radius of Gyration.	A3.1
A3.7 Parallel Axis Theorem.	A3.1
A3.7a Mass Moments of Inertia.	A3.2
A3.8 Product of Inertia.	A3.9
A3.9 Product of Inertia for Axes of Symmetry.	A3.9
A3.10 Parallel Axis Theorem.	A3.9
A3.11 Moments of Inertia with Respect of Inclined Axes.	A3.10
A3.12 Location of Axes for which Product of Inertia is Zero.	A3.10
A3.13 Principal Axes.	A3.10

**A4 General Loads on Aircraft.** A4.1

A4.1	Introduction.	A4.1
A4.2	Limit or Applied Load. Design Loads.	A4.1
A4.3	Not exists.	
A4.4	Weight and Inertia Forces.	A4.2
A4.5	Air Forces on Wing.	A4.4
A4.6	Forces on Airplane in Fight.	A4.4
A4.7	Load Factors.	A4.5
A4.8	Design Flight Requirements for Airplane.	A4.6
A4.9	Gust Load Factors.	A4.6
A4.10	Illustration of main Flight Conditions. Velocity-Load Factor Diagram.	A4.7
A4.11	Special Flight Design Conditions.	A4.8
A4.12	Example Problems Involving Accelerated Motion of Rapid Airplane.	A4.8
A4.13	Effect of Airplane Not Being a Rigid Body.	A4.12
A4.14	General Conclusions on Influence of Dynamic Loading on Structural Design of Airplane.	A4.14
A4.15	Problems.	A4.14

#### **BEAMS AND BEAM COLUMNS.**

<b>A5</b>	<b>Beams - Shear and Moments. Beam-Column Moments.</b>	A5.1
A5.1	Introduction.	A5.1
A5.2	Statically Determinate and Statically Indeterminate Beams.	A5.1
A5.3	Shear and Bending Moment.	A5.1
A5.4	Shear and Moments Diagrams.	A5.2
A5.5	Section of Maximum Bending Moment.	A5.4
A5.6	Relation Between Shear and Bending Moment.	A5.4
A5.7	Moment Diagrams as Made up of Parts.	A5.6
A5.8	Forces at a Section in Terms of Forces at a Previous Station.	A5.7
A5.9	Equations for Curved Beams.	A5.8
A5.10	Torsional Moments.	A5.9
A5.11	Shears and Moments on Wing.	A5.9
A5.12	Example Problem of Calculating Wing Shears and Moments for One Unit Load Condition.	A5.10

#### **SHEAR AND MOMENTS ON AIRPLANE BODY.**

A5.13	Introduction.	A5.11
A5.14	Design Conditions and Design Weights.	A5.12
A5.15	Body Weight and Balance Distribution.	A5.12
A5.16	Load Analysis. Unit Analysis.	A5.12
A5.17	Example Problem Illustrating the Calculation of Shears and Moments on Fuselage Due to Unit Load Conditions.	A5.12
A5.18	Unit Analysis for Fuselage Shears and Moments.	A5.15
A5.19	Example of Fuselage Shears and Moments for Landing Conditions.	A5.18
A5.20	Inertia Loads Due to Angular Acceleration.	A5.18
A5.21	Solution for Inertia Loads Due to Unit 100,000 in-lb. Pitching Moment.	A5.19
A5.22	Problems.	A5.20

#### **BENDING MOMENTS – BEAM-COLUMN ACTION.**

A5.21

A5.23	Introduction.	A5.21
A5.24	General Action of a Member Subjected to Combined Axial and transverse Loads.	A5.21
A5.25	Equations for a Compressive Axially Loaded Strut with Uniformly Distributed Side Load.	A5.21
A5.26	Formulas for Other Single Span Loadings.	A5.22
A5.27	Moments for Combinations of the Various Load Systems as Given in Table A5.1, Margins of Safety. Accuracy of Calculations.	A5.22
A5.28	Example Problems.	A5.28
A5.29	Stresses Above Proportional Limit Stress of Material.	A5.29
A5.30	Not exists.	
A5.31	Beam-Columns in Continuous Structures.	A5.30
<b>A6 Torsion - Stresses and Deflections.</b>		A6.1
A6.1	Introduction.	A6.1
A6.2	Torsion of Members with Circular Cross Sections.	A6.1
A6.3	Transmission of Power by a Cylindrical Shaft.	A6.2
A6.4	Torsion of Members with Non-Circular Cross-Sections.	A6.3
A6.5	Elastic Membrane Analogy.	A6.3
A6.6	Torsion of Open Sections Composed of Thin Plates.	A6.4
A6.7	Torsion of Solid Non-Circular Shapes and Thick-Walled Tubular Shapes.	A6.5
A6.8	Torsion of Thin-Walled Closed Sections.	A6.5
A6.9	Expression for Torsional Moment in Terms of Internal Shear Flow Systems for Multiple Cell Closed Sections	A6.6
A6.10	Distribution of Torsional Shear Stresses in a Multiple-Cell Thin-Walled Closed Section. Angle of Twist.	A6.7
A6.11	Stress Distribution and Angle of Twist for 2-Cell Thin-Walled Closed Section.	A6.7
A6.12	Example Problems of Torsional Stresses in Multiple-Cell-Thin-Walled Tubes.	A6.8
A6.13	Example 3 – Three-Cell-Tube.	A6.9
A6.14	Torsional Shear Flow in Multiple Cell Beams by Method of Successive Corrections.	A6.10
A6.15	Use of Operations Table to Organize Solution by Successive Corrections.	A6.12
A6.16	Torsion of Thin-Walled Cylinder Having Closed Type Stiffeners.	A6.15
A6.17	Effect of End Restraint on Members Carrying Torsion.	A6.16
A6.18	Example Problem Illustrating Effect of End Restraint on a Member in Torsion.	A6.16
<b>A7 Deflections of Structures. Castigliano's Theorem. Virtual Work. Matrix Methods.</b>		A7.1
A7.1	Introduction.	A7.1
A7.2	Work and Strain Energy.	A7.1
A7.3	Strain Energy Expression for Various Loadings.	A7.1
A7.4	The Theorems of Virtual Work and Minimum Potential Energy.	A7.5
A7.5	The Theorem of Complementary Energy and Castigliano's Theorem.	A7.5
A7.6	Calculations of Structural Deflections by Use of Castigliano's Theorem.	A7.7
A7.7	Calculation of Structural Deflections by the Method of Dummy-Unit Loads and (Method of Virtual Loads).	A7.9
A7.8	Deflections Due to Thermal Strains.	A7.17
A7.9	Matrix Methods in Deflection Calculations.	A7.18
A7.10	Member Flexibility Coefficients: Compilation of a Library.	A7.22
A7.11	Application of Matrix Methods to Various Structures.	A7.23
A7.12	Deflections and Angular Change of the Elastic Curve of Simple Beams by the "Method of Elastic Weights" (Mohr's	

Method).	A7.27
A7.13 Example Problems.	A7.28
A7.14 Deflections of Beams by Moment Area Method.	A7.30
A7.15 Beam Fixed End Moments by Method of Area Moments.	A7.32
A7.16 Truss Deflection by Method of Elastic Weight.	A7.33
A7.17 Solution of Example Problems.	A7.34

## **THEORY AND METHODS FOR SOLVING STATICALLY INDETERMINATE STRUCTURES**

<b>A8 Statically Indeterminate Structures. Theorem of Least Work. Virtual Work. Matrix Methods.</b>	A8.1
A8.00 Introduction.	A8.1
A8.0 The Principle of Superposition.	A8.1
A8.1 The Statically Indeterminate Problem.	A8.1
A8.2 The Theorem of Least Work.	A8.2
A8.2.1 Determination of Redundant Reactions by Least Work.	A8.2
A8.2.2 Redundant Stress by Least Work.	A8.3
A8.3 Redundant Problems by the Methods of Dummy-Unit Loads.	A8.6
A8.4 Example Problems – Trusses With Single Redundancy.	A8.7
A8.5 Trusses With Double Redundancy.	A8.10
A8.6 Trusses With Multiple Redundancy.	A8.11
A8.7 Redundant Structures With Members Subjected to Loadings in Addition to Axial Forces.	A8.11
A8.8 Initial Stresses.	A8.13
A8.9 Thermal Stresses.	A8.14
A8.10 Redundant Problem Stress Calculations by Matrix Methods.	A8.16
A8.11 Redundant Problem Deflection Calculations by Matrix Methods.	A8.27
A8.12 Precision and Accuracy in Redundant Stress Calculations.	A8.27
A8.13 Thermal Stress Calculation by Matrix Methods.	A8.33
A8.14 Thermal Deflections by Matrix Methods.	A8.39
A8.15 Problems.	A8.42
<b>A9 Bending Moments in Frames and Rings by Elastic Center Method.</b>	
A9.1 Introduction.	A9.1
A9.2 Derivation of Equations. Unsymmetrical Frame.	A9.2
A9.3 Equations for Structure with Symmetry About One Axis through Elastic Center.	A9.4
A9.4 Example Problem Solutions. Structures with at least One Axis of Symmetry.	A9.4
A9.5 Unsymmetrical Structures. Example Problem Solutions.	A9.13
A9.6 Analysis of Frame with Pinned Supports.	A9.16
A9.7 Analysis of Frame with One Pinned and One Fixed Support.	A9.17
A9.8 Solution of Unsymmetrical Frames Using Principal Axes.	A9.18
A9.9 Problems.	A9.18
<b>A10 Statically Indeterminate Structures, Special Method – Column Analogy Method.</b>	A10.1
A10.1 General.	A10.1
A10.2 General Explanation of Column Analogy Method.	A10.1
A10.3 Frames with One Axis Symmetry.	A10.2
A10.4 Unsymmetrical Frames or Rings.	A10.4

A10.5	Example Problem – Unsymmetrical Section.	A10.5
A10.6	Problems.	A10.6
<b>A11 Continuous Structures - Moment Distribution Method.</b>		A11.1
A11.1	Introduction.	A11.1
A11.2	Definitions and Derivations of Terms.	A11.1
A11.3	Calculation of Fixed End Moments.	A11.3
A11.4	Stiffness Factor; Carry -over Factor – Derivation of.	A11.4
A11.5	General Expressions for Stiffness and Carry-over Factor in Terms of Fixation Factor (F) at Far End of a Beam.	A11.5
A11.5a	Example Problems.	A11.5
A11.6	General Summary of Procedure.	A11.6
A11.7	Continuous Beams with Yielding or Deflected Supports.	A11.8
A11.8	Check on Final Moments.	A11.10
A11.9	End Moments for Continuous Frameworks Whose Members are not in a Straight Line. Joint Rotation Only.	A11.10
A11.10	Continuous Structures with Members of Variable Moment of Inertia.	A11.15
A11.11	Frames with Unknown joint Deflections Due to Sideway.	A11.17
A11.12	Effect of Axial Load on Moment Distribution.	A11.22
A11.13	Fixed End Moments, Stiffness and Carry-over Factors for Beam Columns of Constant Section.	A11.23
A11.14	Illustrative Problems.	A11.23
A11.15	Secondary Bending Moments in Structures with Rigid Joints.	A11.28
A11.16	Structures with Curved Members.	A11.28
A11.17	Structures with Curved Members.	A11.29
A11.18	Stiffness and Carry-over Factors for Curved Members.	A11.30
A11.19	Example Problems. Continuous Structures Involving Curved Members.	A11.31
A11.20	Problems.	A11.38
<b>A12 Special Methods – Slope Deflection Method.</b>		A12.1
A12.1	General.	A12.1
A12.2	Derivation of Slope Deflection Equation.	A12.1
A12.3	Hinged End. Slope Deflection Equation.	A12.3
A12.4	Example Problems.	A12.3
A12.5	Loaded Continuous Beam with Yielding Supports.	A12.5
A12.6	Statically Indeterminate Frames. Joint Rotation Only.	A12.7
A12.7	Frames with Joint Displacements.	A12.8
A12.8	Example Problems of Frames with Unknown Joint Displacement.	A12.8
A12.9	Comments on Slope-Deflection Method.	A12.12
A12.10	Problems.	A12.12
<b>BEAM BENDING AND SHEAR STRESSES.</b>		
<b>MEMBRANE STRESSES. COLUMN AND PLATE INSTABILITY.</b>		
<b>A13 Bending Stresses.</b>		A13.1
A13.0	Introduction.	A13.1
A13.1	Location of Neutral Axis.	A13.1

A13.2	Equations for Bending Stress, Homogeneous Beams, Stresses Below Proportional Limit Stress.	A13.2
A13.3	Method 1. Stresses for Moments About the Principal Axes.	A13.2
A13.4	Method 2. Stresses by Use of Neutral Axis for Given Plane of Loading.	A13.3
A13.5	Method 3. Stresses from Moments, Section Properties and Distances Referred to any Pair of Rectangular Axes through the Centroid of the Section.	A13.3
A13.6	Advantages and Disadvantages of the Three Methods.	A13.4
A13.7	Deflections.	A13.4
A13.8	Illustrative Problems.	A13.4
A13.9	Bending Stresses in Beams with Non-Homogeneous Sections, Stresses within the Elastic Ranges.	A13.11
A13.10	Bending Stresses of Homogeneous Beams Stress above the Elastic Limit Stress Range.	A13.13
A13.11	Curved Beams. Stresses Within the Elastic Range.	A13.15
A13.12	Problems.	A13.15
<b>A14 Bending Shear Stresses - Solid and Open Sections - Shear Center.</b>		A14.1
A14.1	Introduction.	A14.1
A14.2	Shear Center.	A14.1
A14.3	Derivation of Formula for Flexural Shear Stress.	A14.1
A14.4	Example Problems. Symmetrical Sections. External Shear Loads Act Thru Shear Center.	A14.2
A14.5	Maximum Shear Stresses for Simple Cross-Sections.	A14.5
A14.6	Derivation of Flexural Shear Flow Equation. Symmetrical Beam Section.	A14.5
A14.7	Shear Stresses and Shear Center for Beam Sections with One Axis of Symmetry.	A14.6
A14.8	Shear Stresses for Unsymmetrical Beam Sections.	A14.8
A14.9	Beams with Constant Shear Flow Webs.	A14.10
A14.10	Example Problems for Beams with Constant Shear Flows Between Flange Members.	A14.11
A14.11	Shear Center Location By Using Neutral Axis Method.	A14.15
A14.12	Problems.	A14.16
<b>A15 Shear Flow in Closed Thin-Walled Sections.</b>		A15.1
A15.1	Introduction.	A15.1
A15.2	Single Cell Beam. Symmetrical About One Axis. All Material Effective in Resisting Bending Stresses.	A15.1
A15.3	Single Cell - 2 Flange Beam. Constant Shear Flow Webs.	A15.3
A15.4	Shear Center of Single Cell - Two Flange Beam.	A15.4
A15.5	Shear Center of Single Cell - Three Flange Beam. Constant Shear Flow Webs.	A15.6
A15.7	Single Cell - Multiple Flange – One Axis of Symmetry.	A15.7
A15.8	Single Cell – Unsymmetrical – Multiple Flange.	A15.8
A15.9	Two Cell - Multiple Flange Beam. Symmetrical About One Axis.	A15.11
A15.10	Three Cell - Multiple Flange Beam. Symmetrical About One Axis.	A15.15
A15.11	Shear Flow in Beam with Multiple Cells. Method of Successive Approximations.	A15.16
A15.12	Example Problem Solution. Problem No. 1.	A15.18
A15.13	Example Problem 2. All Material Effective in Bending Resistance.	A15.21
A15.14	Use of Successive Approximation Method for Multiple Cell Beams when Subjected to Combined Bending and Torsional Loads.	A15.24
A15.15	Shear Flow in Cellular Beams with Variable Moment of Inertia.	A15.24
A15.16	The Determination of the Flexural Shear Flow Distribution by Considering the Change in Flange Loads. (The $\Delta P$ Method.)	A15.24

A15.17	Example Problem to Compare Results in Using Equations (1) and (3).	A15.25
A15.18	Shear Flow in Tapered Sheet Panel.	A15.27
A15.19	Example Problem of Shear Flow in Tapered Multiple Flange Single Cell Beam.	A15.27
A15.20	Problems.	A15.29
<b>A16 Membrane Stresses in Pressure Vessels.</b>		A16.1
A16.1	Introduction.	A16.1
A16.2	Membrane Equations of Equilibrium: Shells of Revolution Under Rotationally Symmetric Pressure Loadings.	A16.1
A16.3	Applications to Simple Pressure Vessels.	A16.2
A16.4	Displacements, Boundary Conditions and Local Bending in Thin Walled Shells.	A16.5
A16.4	Special Problems in Pressurized Cabin Stress Analysis.	A16.6
A16.5	Shells of Revolution Under Unsymmetrical Loadings.	A16.9
<b>A17 Bending of Plates.</b>		A17.1
A17.1	Introduction.	A17.1
A17.2	Plate Bending Equations.	A17.1
A17.3	An Illustrative Plate Bending Analysis.	A17.3
A17.4	Compilations of Results for Plate Bending Problems.	A17.4
A17.6	Deflection Limitations in Plate Analysis.	A17.4
A17.6	Membrane Action in Very Thin Plates.	A17.5
A17.7	Large Deflections in Plates.	A17.6
A17.8	Considerations in the Applications of Large-Deflection Plate and Membrane Analyses.	A17.7
<b>A18 Theory of the Instability of Columns and Thin Sheets.</b>		A18.1
<b>Part 1 Elastic and Inelastic Instability of Columns.</b>		A18.1
A18.1	Introduction.	A18.1
A18.2	Combined Bending and Compression of Columns.	A18.1
A18.3	Elastic Stability of a Column.	A18.2
A18.4	The Failure of Columns by Compression.	A18.3
A18.5	Buckling Loads of Columns with Various End Conditions.	A18.6
A18.6	Inelastic Buckling. Introduction.	A18.6
A18.7	Perfect Column. Reduced Modulus Theory.	A18.6
A18.8	Imperfect Column. Tangent-Modulus Theory.	A18.8
<b>Part 2 Theory of the Elastic Instability of Thin Sheets.</b>		A18.10
A18.9	Introduction.	A18.10
A18.10	Pure Bending of Thin Plates.	A18.10
A18.11	The Differential Equation of the Deflection Surface.	A18.12
A18.12	Strain Energy in Pure Bending of Plates.	A18.12
A18.13	Bending of Rectangular Plates.	A18.13
A18.14	Combined Bending and Tension or Compression of Thin Plates.	A18.17
A18.15	Strain Energy of Plates Due to Edge Compression and Bending.	A18.19
A18.16	Buckling of Rectangular Plates with Various Edge Loads and Support Conditions.	A18.20
A18.17	Buckling of Simply Supported Rectangular Plates Uniformly Compressed in One Direction.	A18.20

A18.18	Buckling of Simply Supported Rectangular Plate Compressed in Two Perpendicular Directions.	A18.22
A18.19	Buckling of Simply Supported Rectangular Plate Under Combined Bending and Compression.	A18.22
A18.20	Inelastic Buckling of Thin Sheets.	A18.23
A18.21	References.	A18.23

<b>Part 3</b>	<b>Strength of Columns with Stable Cross-Sections.</b>	A18.25
A18.22	Methods of Column Failure. Column Equations.	A18.25
A18.23	Column End Restraint. Fixity Coefficients. Column Effective Length.	A18.25
A18.24	Design Column Curves for Various Materials.	A18.26
A18.25	Selection of Materials for Elevated Temperature Conditions.	A18.26
A18.26	Example Problem.	A18.26
A18.27	Compression Treatment of Column Strength.	A18.29
A18.29	Some Mechanical and Physical Properties of a Few Typical Aircraft Materials.	A18.29

## INTRODUCTION TO PRACTICAL AIRCRAFT STRESS ANALYSIS

<b>A19</b>	<b>Introduction to Wing Stress Analysis.</b>	A19.1
A19.1	Typical Wing Structural Arrangement.	A19.1
A19.2	Some Factors Which Influence Wing Structural Arrangements.	A19.2
A19.3	Wing Strength Requirements.	A19.5
A19.4	Wing Stress Analysis Methods.	A19.5
A19.5	Example Problem 1. 3-Flange, Single Cell Wing.	A19.5
A19.6	Example Problem 2. Metal Covered Wing With Single External Brace Strut.	A19.7
A19.7	Single Spar – Cantilever Wing – Metal Covered.	A19.10
A19.8	Stress Analysis of Thin Skin - Multiple Stringer Cantilever Wing. Introduction and Assumptions.	A19.10
A19.9	Physical Action of Wing Section in Resisting External Bending Forces from Zero to Failing Load.	A19.11
A19.10	Ultimate Strength Design Requirement.	A19.11
A19.11	Effective Section at Failing Load.	A19.12
A19.12	Example Problem.	A19.13
A19.13	Bending and Shear Stress Analysis of Tapered - Multiple Stringer Cantilever Wing. Unsymmetrical Beam Method.	A19.14
A19.14	Bending and Shear Stress Analysis of 2-Cell Multiple Stringer Tapered Cantilever Wing.	A19.20
A19.15	Bending Strength of Thick Skin - Wing Section.	A19.22
A19.16	Example Problem.	A19.22
A19.17	Application to Practical Wing Section.	A19.24
A19.18	Shear Lag Influences.	A19.24
A19.19	Application of Shear Lag Approximation to Wing with Cut-Out.	A19.25
A19.20	Approximate Shear Lag Effect in Beam Regions where Large Concentrated Loads are Applied.	A19.25
A19.21	Approximation of Shear Lag Effect for Sudden Change in Stringer Area.	A19.26
A19.2	Problems.	A19.26
<b>A20</b>	<b>Introduction to Fuselage Stress Analysis.</b>	A20.1
A20.1	General.	A20.1
A20.2	Loads. Basic Structure.	A20.1
A20.3	Stress Analysis Methods. Effective Cross-Section.	A20.3
A20.4	Example Problem.	A20.3

A20.5	Ultimate Bending Strength of Fuselage Section. Example Calculation.	A20.6
A20.6	Shear Flow Analysis for Fuselage Structures.	A20.9
A20.7	Example Problem. Tapered Circular Fuselage with Unsymmetrical Stringer Areas.	A20.11
A20.8	Discontinuities – Shear Lag – Pressurization Stresses – Combined Stresses.	A20.15
A20.9	Problems.	A20.15
A20.10	Secondary Stresses in Fuselage Stringers and Rings.	A20.16
<b>A21 Loads and Stresses on Ribs and Frames.</b>		A21.1
A21.1	Introduction.	A21.1
A21.2	Types of Wing Rib Construction.	A21.1
A21.3	Distribution of Concentrated Loads to Thin Sheet Panels.	A21.2
A21.4	Rib for Single Cell 2 Flange Beam.	A21.6
A21.5	Stresses in Rib for 3 Stringer Single Cell Beam.	A21.7
A21.6	Stress Analysis of Rib for Single Cell Multiple Stringer Wing.	A21.9
A21.7	Rib Loads Due to Discontinuities in Wing Skin Covering.	A21.11
A21.8	Example Problem. Wing with Cut-Out Subjected to Torsion.	A21.11
A21.9	Example Problem. Wing with Cut-Out Subjected to Bending and Torsional Loads.	A21.13
A21.10	Fuselage Frames.	A21.17
A21.11	Supporting Boundary Forces on Fuselage Frames.	A21.17
A21.12	Calculation of Frame Boundary Supporting Forces.	A21.17
A21.13	Problems.	A21.19
<b>A22 Analysis of Special Wing Problems. Cutouts. Shear Lag. Swept Wing.</b>		A22.1
A22.1	Introduction.	A22.1
A22.2	Stress Around a Panel Couout.	A22.1
A22.3	Shear Lag Analysis of Box Beams.	A22.5
A22.4	Stress Analysis of a Box Beam With a Cutout.	A22.8
A22.5	Analysis of a Swept Box Beam.	A22.9
<b>A23 Analysis by the "Method of Displacements".</b>		A23.1
A23.1	Introduction.	A23.1
A23.2	Structural Coordinates.	A23.1
A23.3	Theoretical Basis of the Method of Displacements.	A23.3
A23.4	Tabulation of Element Properties.	A23.4
A23.5	Transformation of Coordinates.	A23.6
A23.7	Methods of Gaussian Elimination.	A23.10
A23.8	Gauss-Seidel Iteration.	A23.12
A23.9	Calculation of Nodal Forces for Loads Acting Between Nodal Points.	A23.13
A23.10	Structural Modeling Using Finite Elements.	A23.14
A23.11	A Delta Wing Example Problem.	A23.17
A23.12	Accuracy, Convergence and Error bounds.	A23.25
A23.13	Management of Problem for Computer.	A23.26
<b>THEORY OF ELASTICITY AND THERMOELASTICITY</b>		
<b>A24 The 3-Dimensional Equations of Thermoelasticity.</b>		A24.1

A24.1	Assumptions.	A24.1
A24.2	Formulation of the 3-Dimensional Equations of Thermoelasticity.	A24.1
A24.3	The Equilibrium Equations.	A24.2
A24.4	Strain – Displacement Relations.	A24.5
A24.5	Stress-Strain Relations.	A24.6
A24.6	The General Equations of 3-Dimensional Thermoelasticity.	A24.7
A24.7	The Compatibility Equations.	A24.7
A24.8	Boundary Conditions.	A24.8
A24.9	General Notes.	A24.9
<b>A25 The 2-Dimensional Equations of Elasticity and Thermoelasticity.</b>		A25.1
A25.1	Introduction.	A25.1
A25.2	Plane Stress.	A25.1
A25.3	Derivation of Equations.	A25.2
A25.4	Formulation of Plane Stress Problem.	A25.5
A25.5	Plane Strain.	A25.7
A25.6	Mathematical Equality of the Plane Stress and Plane Strain Problems.	A25.8
A25.7	Formulation of Plane Strain Problem.	A25.9
A25.8	Concluding Discussion.	A25.9
A25.9	Problems.	A25.10
<b>A26 Selected Problems in Elasticity and Thermoelasticity.</b>		A26.1
A26.1	Introduction.	A26.1
A26.2	One-Dimensional Problems.	A26.1
A26.3	Two-dimensional Problems.	A26.5
<b>PART B FLIGHT VEHICLE MATERIALS AND THEIR PROPERTIES</b>		
<b>B1 Basic Principles and Definitions.</b>		B1.1
B1.1	Introduction.	B1.1
B1.2	Failure of Structures.	B1.1
B1.3	General Types of Loadings.	B1.1
B1.4	The Static Tension Stress-Strain Diagram.	B1.2
B1.5	The Static Compression Stress-Strain Diagram.	B1.4
B1.6	Tangent Modulus. Secant Modulus.	B1.5
B1.7	Elastic - Inelastic Action.	B1.5
B1.8	Ductility.	B1.5
B1.9	Capacity to Absorb Energy. Resilience. Toughness.	B1.6
B1.10	Poisson's Ratio.	B1.7
B1.11	Construction of a Stress-Strain Curve Through a Given Yield Stress by Using a Known Test Stress-Strain Curve.	B1.7
B1.13	Influence of Temperature on Material Properties.	B1.8
B1.14	Creep of Materials.	B1.8
B1.15	The General Creep Pattern.	B1.12
B1.16	Stress-Time Design Charts.	B1.12
B1.17	Effect of Time of Exposure.	B1.13

B1.18	Effect of rapid Rate of Heating.	B1.13
B1.19	General Effect of Low Temperatures Upon Material Properties.	B1.14
B1.20	Fatigue of Materials.	B1.14
B1.21	Effect of Impact Loading on Material Properties.	B1.15
B1.22	Example of Some Results of Impact Testing of Materials.	B1.15

**B2 Mechanical and Physical Properties of Metallic Materials for Flight Vehicle Structures.** B2.2

**PART C PRACTICAL STRENGTH ANALYSIS & DESIGN OF STRUCTURAL COMPONENTS.**

<b>C1 Combined Stresses. Theory of Yield and Ultimate Failure.</b>	C1.1
C1.1 Uniform Stress Condition.	C1.1
C1.2 Shearing Stresses on Planes at Right Angles.	C1.1
C1.3 Simple Shear Produced Tensile and Compressive Stresses.	C1.1
C1.4 Principal Stresses.	C1.1
C1.5 Shearing Stresses Resulting From Principal Stresses.	C1.1
C1.6 Combined Stress Equations.	C1.2
C1.7 Mohr's Circle for Determination of Principal Stresses.	C1.3
C1.8 Components of Stress From Principal Stresses by Mohr's Circle.	C1.3
C1.9 Example Problems.	C1.4
C1.10 Triaxial or Three Dimensional Stresses.	C1.5
C1.11 Principal Strains.	C1.5
C1.12 Elastic Strain Energy.	C1.6
C1.13 Structural Design Philosophy. Limit and Ultimate Loads. Factors of safety. Margine of Safety.	C1.6
C1.14 Required Strength of Flight Structures.	C1.7
C1.15 Determination of the Ultimate Strength of a Structural Member Under a Combined Load System. Stress Ratio-Interaction Curve Method.	C1.7
C1.16 Determination of Yield Strength of a Structural Member Under a Combined Load System.	C1.8
C1.17 The Octahedral Shear Stress Theory.	C1.8
C1.18 Example Problem 1.	C1.9
<b>C2 Strength of Columns with Stable Cross-Sections.</b>	C2.1
C2.1 Methods of Column failure. Column Equations.	C2.1
C2.2 Column End Restraint. Fixity Coefficients. Column Effective Length.	C2.1
C2.3 Design Column Curves for Various Materials.	C2.2
C2.4 Tangent Modulus $E_t$ from Ramberg-Osgood Equation.	C2.2
C2.5 Non-Dimensional Column Curves.	C2.2
C2.6 Strength of Columns with Variable Cross-Section or Moment of Inertia.	C2.8
C2.7 Design Column Curves for Columns with Non-Uniform Cross-Section.	C2.9
C2.8 Column Fixity Coefficients $C$ for Use with Columns with Elastic Side Restraints and Known End Bnding Restraint.	C2.9
C2.9 Selection of materials for Elevated Temperature Conditions.	C2.9
C2.10 Example Problems.	C2.9
C2.10 Solution Without Using Column Curves.	C2.13
C2.12 Strength of Stepped Column.	C2.14
C2.13 Column Strength With Known End Restraining Moment.	C2.16

C2.14	Columns With Elastic Lateral Supports.	C2.17
C2.15	Problems.	C2.17
<b>C3 Yield and Ultimate Strength in Bending.</b>		C3.1
C3.1	Introduction.	C3.1
C3.2	Basic Approach to Finding the Bending Strength of Members.	C3.1
C3.3	Bending Strength of a Solid Round Bar.	C3.1
C3.4	The Cozzone Simplified Procedure.	C3.2
C3.5	Design Curves for Finding Modulus of Rupture ( $F_b$ ).	C3.3
C3.6	General accuracy of Method.	C3.4
C3.7	Example Problems in Finding Bending Strength.	C3.4
C3.8	Complex Bending. Symmetrical Section. Moment Vector Not Parallel to Principal Axis.	C3.9
C3.9	Section with One Axis of Symmetry with Moment Vector not Parallel to Either axis.	C3.9
C3.10	Unsymmetrical Section with No Axis of Symmetry.	C3.9
C3.11	Alternatate More Exact Method for Complex Bending.	C3.10
C3.12	Strength Under Combined Bending and Flexural Shear.	C3.10
C3.13	Strength Under Combined Bending Flexural Shear and Axial compression.	C3.11
C3.14	Further Values of $f_m$ and $f_0$ .	C3.11
<b>C4 Strength and Design of Round, Streamline, Oval and Square Tubing in Tension, Compression, Bending, Torsion and Combined Loadings.</b>		C4.1
C4.1	Introduction.	C4.1
C4.2	Design for Tension.	C4.1
C4.3	Design for Compression.	C4.2
C4.4	Column Formulas for Round Steel Tubes.	C4.2
C4.5	Column Formulas for Aluminum Alloy Tubes.	C4.2
C4.6	Column Formulas for Magnesium Alloys.	C4.2
C4.7	Short Column Equations for Other Materials.	C4.3
C4.8	Column Failure Due to Local Failure.	C4.3
C4.9	Design Column Charts.	C4.3
C4.10	Section Properties of Round Tubing.	C4.3
C4.11	Some General Facts in Tubing Design.	C4.5
C4.12	Effect of Welding of Steel Tubes Upon the Tension and Column Strength.	C4.5
C4.13	Illustrative Problems in Strength Checking and Design of Round Steel Tubes as Columns and Tension Members.	C4.5
C4.14	Illustrative Problems using Aluminum Alloy and Magnesium Round Tubes as Columns and Tension Members.	C4.11
C4.15	Strength of Streamline Tubing.	C4.12
C4.16	Strength of Oval and Square Shaped Tubes in Compression.	C4.12
<b>Ultimate Bending Strength of Round Tubes.</b>		C4.15
C4.17	Charts for Finding Modulus of Rupture Stress.	C4.15
C4.18	Problems Involving Bending Strength of Tubes.	C4.15
<b>Ultimate Torsional Strength of Round Tubes.</b>		C4.17

C4.19	Torsional Modulus of Rupture.	C4.17
C4.20	Torsional Modulus of Rapture Curves.	C4.18
C4.21	Problems Illustrating Use Torsional Modulus of Rapture Curves.	C4.18
<b>Strength of Round Tubes Under Combined Loadings.</b>		C4.22
C4.22	Combined Bending & Compression.	C4.22
C4.23	Illustrative Problem Involving Combined Bending and Compression.	C4.22
C4.23a	Combined Bending and Tension.	C4.23
C4.24	Combined Bending and Torsion.	C4.23
C4.24a	Ultimate Strength in Combined Compression, Bending and Torsion.	C4.24
C4.25	Ultimate Strength in Combined Bending and Flexural Shear.	C4.25
C4.26	Illustrative Strength in Combined Compression, Bending, Flexural Shear and Torsion.	C4.26
C4.27	Ultimate Strength in Combined Tension and Torsion.	C4.26
C4.28	Ultimate Strength in Combined Tension, Torsion and Internal Presssure p in psi.	C4.26
<b>C5 Buckling Strength of Flat Sheet in Compression, Shear, Bending and Under Combined Stress Systems.</b>		C5.1
C5.1	Introduction.	C5.1
C5.2	Equation for Elastic Buckling Strenth of Flat Sheet in Compression.	C5.1
C5.3	Buckling Coefficient $k_c$	C5.1
C5.4	Equation for Inelastic Buckling Strength of Flat Sheet in Compression.	C5.3
C5.5	Simple Problems to Illustrate use of Curves in Figs. C5.7 and C5.8.	C5.3
C5.6	Cladding Reduction Factors.	C5.5
C5.7	Buckling of Flat Rectanglar Plates Under Shear Loads.	C5.6
C5.8	Buckling of Flat Plates Under Bending Loads.	C5.6
C5.9	Combined Bending and Longitudinal Compression.	C5.6
C5.10	Combined Bending & Shear.	C5.8
C5.11	Combined Shear and Longitudinal Direct Stress. (Tension or Compression.)	C5.8
C5.12	Combined Compression, Bending & Shear.	C5.8
C5.13	Illustrative Problems.	C5.10
C5.14	Problems.	C5.12
<b>C6 Local Buckling Stress for Composite Shapes.</b>		C6.1
C6.1	Introduction.	C6.1
C6.2	Compressive Buckling Stress for Equal Flanged Elements.	C6.1
C6.3	Compressive Buckling Stress for Flange-Web Elements.	C6.1
C6.4	Design Charts for Local Buckling Stresses of Some Composute Web-Flange Shapes.	C6.2
C6.5	Problems Illustraing Use of Charts.	C6.2
C6.6	Buckling of Stiffend Flat Sheets Under Longitudinal Compression.	C6.4
<b>C7 Crippling Strength of Composite Shapes and Sheet-Stiffener Panels in Compression. Column Strength.</b>		C7.1
C7.1	Introduction.	C7.1
C7.2	Method 1. The Angle Method, Or the Needham Method.	C7.1
C7.3	Design Curves.	C7.2
C7.4	Method 2. For Crippling Stress Calculation. (The Gerard Method.)	C7.2
C7.5	Stresses and Displacements of Flat Plates After Buckling Under Conditions of Uniform End Shortening.	C7.2

C7.6	The Gerard Equations for Crippling Stress.	C7.2
C7.7	Correction for Cladding.	C7.4
C7.8	Maximum Values for Crippling Stresses.	C7.4
C7.9	Restraint Produced by Lips and Bulbs.	C7.6
C7.10	Illustrative Problems in calculating Crippling Stresses.	C7.7
<b>Effective Sheet Width.</b>		C7.10
C7.11	Introduction.	C7.10
C7.12	Sheet Effective Width.	C7.10
C7.12	Effective Width $W_1$ for Sheet with One Edge Free.	C7.11
C7.13	Effective Width When Sheet and Stiffener Have Different Material Properties.	C7.12
C7.14	Inter-Rivet Buckling Stress.	C7.12
C7.15	Illustrative Problem Involving Effective Sheet.	C7.13
C7.16	Failing Strength of Short Sheet-Stiffener Panels in Compression.	C7.15
C7.17	Failure by Inter-Rivet Buckling.	C7.15
C7.18	Failure of Short Panels by Sheet Wrinkling.	C7.15
C7.19	Equation for Wrinkling Failing Stress $F_w$ .	C7.17
C7.20	Rivet Criterion for Wrinkling.	C7.17
C7.21	Problem 1. Illustrating Calculation of Short Panel Failing Strength.	C7.17
C7.22	General Design Limitations to Prevent Secondary Failure in Sheet-Stiffener Panels.	C7.20
C7.23	Y Stiffened Sheet Panels.	C7.20
C7.24	Example Problem Y Stiffened Panel.	C7.21
C7.25	Column Curve for Members With Unstable Cross-Sections.	C7.21
C7.26	Methods Used for Determining the Column Failing Stress in the Transition Region.	C7.22
C7.27	Example Problems Involving the Finding of the Column Strength of Columns With Unstable Cross-Sections.	C7.24
C7.28	Column Strength of Stiffener With Effective Sheet.	C7.25
C7.29	Sheet-Stiffener Panels With Relatively Heavy Sheet Thickness.	C7.27
<b>C8 Buckling Strength of Monocoque Cylinders.</b>		C8.1
C8.1	Introduction.	C8.1
C8.2	Buckling of Monocoque Cylinders Under Axial Compression.	C8.1
C8.3	Additional Convenient Design Charts for Determining Compressive Buckling Stress.	C8.1
C8.4	Plasticity Correction.	C8.3
C8.5	Buckling of Monocoque Cylinders Under Axial Load and Internal Pressure.	C8.3
<b>Buckling of Monocoque Circular Cylinders Under Pure Bending.</b>		C8.7
C8.6	Introduction.	C8.7
C8.7	Available Design Curves for Bending Based on Experimental Results.	C8.8
C8.8	Buckling Strength of Circular Cylinders in Bending with Internal Pressures.	C8.8
C8.9	External Hydrostatic Pressure.	C8.11
C8.10	External Radial Pressure.	C8.11
C8.11	Buckling of Monocoque Circular Cylinders Under Pure Torsion.	C8.11
C8.12	Buckling Under Transverse Shear.	C8.14

C8.13	Buckling of Circular Cylinders Under Pure Torsion With Internal Pressure.	C8.14
C8.14	Buckling of Circular Cylinders Under Transverse Shear and Internal Pressure.	C8.14
C8.15	Buckling of Circular Cylinders Under Combined Load Systems.	C8.17
C8.16	Illustrative Problems for Finding the Buckling Strength of Circular Monocoque Cylinders.	C8.17
C8.17	Problems Involving Internal Pressure with External Loadings.	C8.20
C8.17	Buckling Strength of Thin-Walled (Monocoque) Conical Shells.	C8.22
C8.18	Allowable Compressive Buckling Stress for Thin-Walled Conical Shells.	C8.22
C8.19	Additional Design Buckling Curves for Thin-Walled Conical Shells.	C8.23
C8.20	Example Problem.	C8.23
<b>C9 Buckling Strength of Curved Sheet Panels. Ultimate Strength of Stiffened Curved Sheet Structures.</b>		C9.1
<b>Part 1. Buckling Strength of Curved Sheet Panels.</b>		C9.1
C9.1	Introduction.	C9.1
C9.2	State of the Theory.	C9.1
C9.3	Compressive Buckling Stress of Curved Sheet Panels.	C9.1
C9.4	Shear Buckling Stress of Curved Sheet Panels.	C9.1
C9.5	Buckling Strength of Curved Sheet Panels Under Combined Axial Compression and Shear.	C9.1
C9.6	Compressive Buckling Stress of Curved Panels with Internal Pressure.	C9.1
C9.7	Shear Buckling Stress of Curved Sheet Panels with Internal Pressure.	C9.6
C9.8	Example Problems.	C9.6
<b>Part 2. Ultimate Strength of Stiffened Cylindrical Structures.</b>		C9.8
C9.9	Introduction.	C9.8
C9.10	Types of Instability Failure of Semi-Monocoque Structures.	C9.8
C9.11	The Determination of the Stresses in a Stiffened Cylindrical Structure Under External Loads.	C9.9
C9.12	Panel Instability Strength.	C9.11
C9.13	Calculation of General Instability	C9.11
C9.14	Buckling of Spherical Plates Under Uniform External Pressure.	C9.13
<b>C10 Design of Metal Beams. Web Shear Resistant (Non-Buckling) Type.</b>		C10.1
<b>Part 1. Flat Sheet Web with Vertical Stiffeners.</b>		C10.1
C10.1	Introduction.	C10.1
C10.2	Flange Design.	C10.1
C10.3	Allowable Flange Design Stresses.	C10.2
C10.4	Use of Stress-Strain Diagrams in Computing Beam Flange Bending Allowable Design Stresses.	C10.2
C10.5	Flange Strength (Crippling).	C10.4
C10.6	Web Strength. Stable Webs.	C10.5
C10.7	Web Bending and Shear Stresses.	C10.5
C10.8	Shear Resistance Provided by Sloping Flanges.	C10.6
C10.9	Effect of Variable Moment of Inertia on Flexural Shear Stress Distribution.	C10.7
C10.9a	Flange Discontinuities.	C10.7
C10.10	Stiffener Size to Use with Non-Buckling Web.	C10.7
C10.11	Notes on Beam Rivet Design.	C10.8
C10.12	Loads on Rivets Attaching Reinforcing Plates to Flange Member.	C10.9
C10.13	Web Splices.	C10.10

C10.14	Example Rivet Problem.	C10.10
C10.15	Example Problem. Strength Check of Beam.	C10.12
C10.15a	Use of Longitudinal Stiffener to Increase Bending Buckling Stress of Web Sheet.	C10.15
<b>Part 2. Other Types of Non-Buckling Webs.</b>		C10.16
C10.16	Other Types of Web Design.	C10.16
C10.17	Beaded Webs.	C10.16
C10.18	Webs With Round Lightening Holes Having Formed 45° Flanges.	C10.17
C10.19	Webs With Round Beaded Flange Lightening Holes and Intermediate Vertical Male Beads.	C10.18
C10.20	Example Problems.	C10.19
<b>C11 Diagonal Semi-Tension Field Design.</b>		C11.1
<b>Part 1. Beams with Flat Webs. Part 2. Curved Web Systems.</b>		C11.1
C11.1	Introduction.	C11.1
C11.2	Elementary Approximate Explanation of Tension-Field Beam Action.	C11.1
C11.3	Elementary Derivation of Approximate Tension-Field Beam Formulas.	C11.2
C11.4	General Wagner Equations for Tension Field Beams.	C11.4
C11.5	Modified Wagner Equations for Use in Design.	C11.5
C11.6	Shear Carried by Beam Flanges.	C11.5
C11.7	Shear Load Carried by Web.	C11.5
C11.8	Beams with Parallel Flanges but with Oblique Web Stiffeners.	C11.7
C11.9	Rivet Loads.	C11.7
C11.10	Flange Loads.	C11.8
C11.11	Loads in Web Vertical Stiffeners.	C11.9
C11.12	Beams with Non-Parallel Flanges.	C11.9
C11.13	Example Problem Using Method 1.	C11.9
<b>Method 2.</b>		
C11.14	NACA Method of Strength Analysis for Semi-Tension Field Beams with Flat Webs.	C11.14
C11.15	Engineering Theory of Incomplete Diagonal Tension.	C11.15
C11.16	Formulas for Stress Analysis.	C11.15
C11.17	Critical Shear Stress.	C11.16
C11.18	Loading Ratio.	C11.16
C11.19	Diagonal Tension Factor k.	C11.16
C11.20	Average and Maximum Stress in Upright or Web Stiffener.	C11.17
C11.21	Angle of Diagonal Tension.	C11.17
C11.22	Allowable Stresses in Uprights.	C11.17
C11.23	Web Design.	C11.18
C11.24	Rivet Design.	C11.18
C11.25	Secondary Bending Moments in flanges.	C11.19
C11.26	Shear Stiffness of Web.	C11.19
C11.27	Example Problem. Using NACA Method. (Method 2).	C11.19
C11.28	General Conclusion.	C11.22
C11.29	End Bay Effects.	C11.23

<b>Part 2. Curved Web Systems.</b>	C11.29
C11.30 Diagonal Tension in Curved Web Systems – Introduction.	C11.29
C11.31 General Discussion.	C11.29
C11.32 Analysis of Stringer Systems in Diagonal Tension.	C11.32
C11.33 Allowable Stresses (and Interactions).	C11.36
C11.34 Example Problem.	C11.38
<b>Longeron Type System.</b>	C11.41
C11.35 (Introduction.)	C11.41
C11.36 (Analysis of Longeron Type System.)	C11.42
C11.37 Example Problem.	C11.44
C11.38 Summary.	C11.47
C11.39 Problems for Part 2.	C11.48
C11.40 Problems for Part 1.	C11.48
<b>C12 Sandwich Construction and Design.</b>	C12.1
C12.1 Introduction.	C12.1
C12.2 Basic Design Principles.	C12.1
C12.3 Nomenclature.	C12.3
C12.4 Basic Sandwich Structural Properties.	C12.4
C12.4.1 Sandwich Bending Stiffness.	C12.4
C12.4.2 Sandwich Shear Stiffness.	C12.4
C12.4.3 Core Properties.	C12.4
C12.4.4 Core Density.	C12.4
C12.4.5 Core Shear Properties.	C12.5
C12.4.6 Core Flatwise Compression Properties.	C12.6
C12.4.7 Core Flatwise Tension Properties.	C12.7
C12.4.8 Combined Load Strength.	C12.7
C12.4.9 Other Isotropic Cores.	C12.8
C12.5 Honeycomb Flat Panel Failure Modes.	C12.8
C12.5.1 General.	C12.8
C12.5.2 Intracell Buckling.	C12.8
C12.5.2.1 Compression (Ref. 1, 2).	C12.8
C12.5.2.3 Biaxial Loading.	C12.10
C12.5.2.4 Biaxial and Shear Loading.	C12.10
C12.5.3 Wrinkling.	C12.11
C12.5.3.1 Compression.	C12.11
C12.5.3.2 In-Plane Shear.	C12.12
C12.5.3.3 Biaxial Loading.	C12.12
C12.5.3.4 Biaxial and Shear Loading.	C12.13
C12.5.4 Shear Crimping.	C12.14
C12.5.5 General Instability – Uniaxial Compression.	C12.14
C12.5.6 General Shear Buckling Allowables.	C12.15
C12.5.7 Biaxial Compression.	C12.17

C12.5.8	Biaxial Compression and Shear.	C12.19
C12.6	Failure Modes in Curved Honeycomb Panels.	C12.20
C12.6.1	General	C12.20
C12.6.2	Uniaxial Compression – Curved Panel (Ref. 6).	C12.20
<b>General Instability – Cylinder</b>		C12.21
C12.6.3	Uniaxial Compression.	C12.21
C12.6.4	Torsion (ref. D12).	C12.22
C12.6.5	Uniform External Lateral Pressure (Ref. 7).	C12.22
C12.6.6	Bending Moment.	C12.23
C12.6.7	Lateral Load and Axial Compression.	C12.23
C12.6.8	Axial Compression, Lateral Load and Torsion.	C12.24
C12.7	Buckling of Flat Panels with Dissimilar Faces.	C12.25
C12.7.1	General.	C12.25
C12.7.2	Uniaxial Compression.	C12.25
C12.8	Core Shear Induced by Loads Applied at Insert.	C12.26
C12.8.1	General.	C12.26
C12.8.2	Shear Stress Distribution.	C12.26
C12.9	Corrugated Core Sandwich Failure Modes – Ref. 10.	C12.27
C12.9.1	General.	C12.27
C12.9.2	Corrugated Sandwich Panel General Buckling Coefficients.	C12.28
C12.10	Design of Sandwich Structures.	C12.33
C12.10.1	Ggeneral.	C12.33
C12.10.2	Dimpling of Sandwich Facings.	C12.33
C12.10.3	Wrinkling of Sandwich Facings.	C12.34
C12.10.4	Shear Crimping of Sandwich Panels.	C12.35
C12.10.5	General Buckling of Sandwich Panels.	C12.35
C12.10.5	Design of Flat Sandwich Panels.	C12.36
C12.10.5.1	Determining Facing Thicknesses and Panel Parameters.	C12.36
C12.10.5.2	Determining Facing Thickness and Panel Parameters for Honeycomb Panels in Shear.	C12.36
C12.10.5.3	Determining Facing Thickness and Panel Parameters for Corrugated Panels in Compression.	C12.37
C12.10.5.4	Determining Facing Thickness and Panel Parameters for Corrugated Panels in Shear.	C12.37
C12.10.6	Design of Sandwich Cylinders.	C12.37
C12.10.6.1	Determining Facing Thicknesses and Panel Parameters for Cylinder in Axial Compression.	C12.38
C12.10.6.2	Determining Facing Thickness and Panel Parameters for Cylinders in Torsion.	C12.39
C12.10.6.3	Determining Facing Thickness and Panel Parameters for Cylinders Under Lateral Pressure.	C12.39
C12.11.1	Example Problem.	C12.40
C12.11.2	Example Problem.	C12.41
C12.11.3	Example Problem.	C12.43
C12.11.4	Example Problem.	C12.45
C12.11.5	Example Problem.	C12.46
C12.11.6	Example Problem.	C12.48
C12.11.7	Example Problem.	C12.49

<b>C13 Fatigue.</b>	C13.1
C13.1 Introduction.	C13.1
C13.2 Stress Concentrations.	C13.2
C13.3 Fatigue Data.	C13.4
C13.3.1 Unnotched Data.	C13.4
C13.3.2 Notched Data.	C13.6
C13.3.3 Endurance Limit.	C13.7
C13.3.4 Fatigue Testing Machines.	C13.7
C13.3.5 Test Scatter.	C13.8
C13.3.6 Load-N Curves.	C13.9
C13.3.7 Elevated Temperature.	C13.10
C13.5 Increasing Fatigue Resistance.	C13.10
C13.5.1 Introduction.	C13.10
C13.5.2 Stress, Strain & Plastic Deformation.	C13.12
C13.5.3 Effect of Residual Stress on Fatigue.	C13.13
C13.5.4 Mechanically Introduced Residual Stresses.	C13.13
C13.5.5 Residual Stresses by Diffusion Hardening.	C13.16
C13.5.6 Increasing Rigidity.	C13.18
C13.5.7 Combined Rigidity and Residual Stress.	C13.20
C13.5.8 Load Relief at Fasteners.	C13.23
C13.6 Cumulative Fatigue Damage.	C13.26
C13.6.1 Introduction.	C13.26
C13.6.2 Loads.	C13.26
C13.6.3 Predicting Life.	C13.28
C13.6.4 Stress Interaction.	C13.29
C13.6.5 Fatigue Strength Index – An Easy Out.	C13.31
C13.6.6 Summary on Life Prediction.	C13.34
C13.7 Safe Life, Fail Slow and Fail Safe.	C13.35
C13.7.1 Safe Life and Crack Propagation.	C13.35
C13.7.2 Fail Safe	C13.36
C13.8 Frequently Overlooked Problem Areas.	C13.37
C13.8.1 Fatigue Failure of Compressive Surfaces.	C13.37
C13.8.2 Heavy Forging Attachments on Stressed Parts.	C13.37
C13.8.3 Single Shear Flush Joints.	C13.38
C13.8.4 Fastener Sizes.	C13.38
C13.8.5 Acoustic Fatigue.	C13.38
C13.9 Check List.	C13.39
C13.10 Concluding Remarks.	C13.39

## CONNECTIONS AND DESIGN DETAILS

<b>D1 Fittings and Connections. Bolted and Riveted.</b>	D1.1
D1.1 Introduction.	D1.1
D1.2 Economy in Fitting Design.	D1.1
D1.3 Fitting Design Loads. Minimum Margins of Safety.	D1.1
D1.4 Special or Higher Factors of Safety.	D1.1

D1.5 Aircraft Bolts.	D1.2
D1.6 Aircraft Nuts.	D1.2
D1.7 Bolt Shear, Tension & Bending Strength.	D1.3
D1.8 Bolts in Combined Shear and Tension.	D1.3
D1.8a Bushings.	D1.3
D1.9 Single Bolt Fitting.	D1.4
D1.10 Methods of Failure of Single Bolt Fitting and the Allowable Failing Loads.	D1.4
D1.11 Method 2. Lug Strength Analysis Under Axial Loading.	D1.6
D1.12 Lug Strength Analysis Under Transverse Loading.	D1.8
D1.13 Lug Strength Analysis Under Oblique Loads.	D1.8
D1.14 Bolt Bending Strength.	D1.9
D1.15 Illustrative Problems.	D1.9
D1.16 Bolt Loads for Multiple Bolt Fitting. Bolt Sizes Different. Concentric Loading.	D1.13
D1.17 Multiple Riveted or Bolted Joints Subjected to Eccentric Loads.	D1.13
D1.18 Types of Rivets.	D1.14
D1.19 Rivet Material.	D1.16
D1.20 Strength of Rivets. Protruding Head Type.	D1.16
D1.21 Strength of Rivets. Flush Type.	D1.16
D1.22 Blind Rivets.	D1.17
D1.23 Riveted Sheet Splice Information.	D1.17
D1.24 Illustrative Problems Involving Use of Rivets.	D1.18
D1.25 Rivets in Tension.	D1.25
D1.26 Rivet Tension Strength.	D1.28
<b>D2 Welded Connections.</b>	D2.1
D2.1 Introduction.	D2.1
D2.2 Gas Welding.	D2.1
D2.3 General Notes on the Practical Design of Welded Joints.	D2.1
D2.4 General Types of Welded Steel Fitting Units.	D2.2
D2.5 Electric Arc Welding.	D2.2
D2.6 Effect of Welding on Base Metal.	D2.2
D2.6 Weld-Metal Allowable Stress.	D2.4
D2.7 Allowable Load for Welded Seams.	D2.4
D2.8 Brazing.	D2.4
D2.9 Welding of Aluminum Alloys.	D2.5
D2.10 Illustrative Problems Involving Welding.	D2.5
D2.11 Spot Welding.	D2.7
D2.12 Spot Welding of Aluminum Alloys.	D2.7
D2.13 Spot Strengths.	D2.7
D2.14 Reduction of Tensile Strength of Parent Metal Due to Spot Welding.	D2.8
<b>D3 Some Important Details in Structural Design.</b>	D3.1
D3.1 Introduction.	D3.1
D3.2 Shear Clips.	D3.1
D3.3 Tension Clips.	D3.2

D3.4	Joggled Members.	D3.4
D3.5	Fillers.	D3.5
D3.6	Cut-outs in Webs or Skin Panels.	D3.7
D3.7	Special Cases of Beam Design.	D3.10
D3.8	Structural Skin Panel Details.	D3.12
D3.9	Additional Important Structural Details.	D3.14

**APPENDIX A**

I	Elementary Arithmetical Rules of Matrices.	AP.1
II	Application of Matrix Notation.	AP.5

“Analysis and Design of Flight Vehicle Structures” by E. F. Bruhn

索引 ([www.aerotraining.com](http://www.aerotraining.com) の資料を誤記修正)

Accelerated Motion of Rigid Airplane	A4.8
Aircraft Bolts	D1.2
Aircraft Nuts	D1.2
Aircraft Wing Sections – Types	A19.1
Aircraft Wing Structure: Truss Type	A2.14
Air Forces on Wing	A4.4
Allowable Stresses (and Interactions)	C11.36
Analysis of Frame with Pinned Supports	A9.16
Angle Method	C7.1
Application of Matrix Methods to Various Structures	A7.23
Applied Load	A4.1
Axis of Symmetry	A9.4
Beaded Webs	C10.16
Beam Column	A5.21
Beam Design - Special Cases	D3.10
Beam Fixed End Moments by Method of Area Moments	A7.32
Beam Rivet Design	C10.8
Beam Shear and Bending Moment	A5.1
Beam Forces at a Section	A5.7
Beams - Moment Diagrams	A5.6
Beams with Non-Parallel Flanges	C11.9
Beam Shear and Moment Diagrams	A5.2
Beams - Statically Determinate & Indeterminate	A5.1
Bending and Compression of columns	A18.1
Bending Moments - Elastic Center Method	A9.1
Bending of Rectangular Plates	A18.13
Bending Strength - Basic Approach	C3.1
Bending Strength - Example Problems	C3.4
Bending Strength of Round Tubes	C4.15
Bending Strength - Solid Round Bar	C3.1
Bending Stresses	A13.1
Bending Stresses - Curved Beams	A13.15
Bending Stresses - Elastic Range	A13.13
Bending Stresses - Non-homogeneous Sections	A13.11
Bending Stresses About Principal Axes	A13.2
Bending of Thin Plates	A18.10
Bolt Bending Strength	D1.9
Bolt & Lug Strength Analysis Method	D1.5
Bolt Shear, Tension & Bending Strengths	D1.3
Boundary Conditions	A24.8
Box Beams Analysis	A22.5
Brazing	D2.4

Buckling Coefficient	C5.1	
Buckling of Flat Panels with Dissimilar Faces	C12.25	
Buckling of Flat Sheets under Combined Load	C5.6	
Buckling of Rectangular Plates	A18.20	
Buckling of Stiffened Flat Sheets under Longitudinal Compression		C6.4
Buckling under Bending Loads	C5.6	
Buckling under Shear Loads	C5.6	
Buckling under Transverse Shear	C8.14	
Carry Over Factor	A11.4	
Castigliano's Theorem	A7.5	
Centroids: Center of Gravity	A3.1	
Cladding Reduction Factors	C5.5	
Column Analogy Method	A10.1	
Column Curves - Non-Dimensional	C2.2	
Column Curves – Solution	C2.13	
Column End Restraint	C2.1	
Column Formulas	C4.2	
Column Strength	C7.21	
Column Strength with Known End Restraining Moment	C2.16	
Combined Axial and Transverse Loads - General Action	A5.21	
Combined Bending and Compression	C4.22	
Combined Bending and Flexural Shear	C3.10	
Combined Bending and Tension	C4.23	
Combined Bending and Tension or Compression of Thin Plates		A18.17
Combined Bending & Torsion	C4.23	
Combined Stress Equations	C1.2	
Compatibility Equations	A24.7	
Complex Bending - Symmetrical Section	C3.9	
Compressive Buckling Stress for Flanged Elements	C6.1	
Conical Shells - Buckling Strength	C8.22	
Constant Shear Flow Webs	A14.10	
Constant Shear now Webs - Single Cell - 2 Flange Beam	A15.3	
Constant Shear flow Webs - Single Cell - 3 Flange Beam	A15.5	
Continuous Structures Curved Members	A11.31	
Continuous Structures - Variable Moment of Inertia	A11.15	
Core Shear	C12.26	
Correction for Cladding	C7.4	
Corrugated Core Sandwich Failure Modes	C12.27	
Cozzone Procedure	C3.2	
Creep of Materials	B1.8	
Creep Pattern	B1.12	
Crippling Stresses Calculations	C7.7	
Critical Shear Stress	C11.16	
Crystallization Theory	C13.1	
Cumulative Damage Theory	C13.3	

Curved Beams	A5.6
Curved Sheet Panels Buckling Stress	C9.1
Curved Web Systems	C11.29
Cut-outs in Webs or Skin Panels	D3.7
Deflection Limitations in Plate Analyses	A17.4
Deflections by Elastic Weights	A7.27
Deflections by Moment Areas	A7.30
Deflections for Thermal Strains	A7. 17
Deflections by Virtual Work	A7. 9
Delta Wing Example Problem	A23. 2
Design for Compression	C4. 2
Design Conditions and Design Weights	A5.12
Design Flight Requirements for Airplane	A4.6
Design Loads	A4.1
Design for Tension	C4.1
Differential Equation of Deflection Surface	A18 12
Discontinuities	A20.15
Distribution of Loads to Sheet Panels	A21.2
Ductility	B1.5
Dummy Unit Loads	A8.6
Dynamic Effect of Air Forces	A4.13
Effect of Axial Load on Moment Distribution	A11.22
Effective Sheet Widths	C7.20
Elastic Buckling Strength of Flat Sheet in Compression	C5.1
Elastic / Inelastic Action	B1.5
Elastic Lateral Support Columns	C2. 17
Elastic Stability of Column	A17.2
Elastic Strain Energy	C1. 6
Elasticity and Thermo elasticity: One-Dimensional Problem	A26.1
Elasticity and Thermo elasticity: Two-Dimensional Equations	A25.1
Electric Arc Welding	D2.2
End Day Effects	C11.23
End Moments for Continuous Frameworks	All.10
Equations of Static Equilibrium	A2.1
Equilibrium Equations	A24.2
Failure of Columns by Compression	A18.4
Failure Modes in Curved Honeycomb Panels	C12.20
Failure of Structures	B1.1
Fatigue Analysis - statistical Distribution	C13.4
Fatigue and Fail-Safe Design	C13.8
Fatigue of Materials	B1.14
Fatigue S-N Curves	C13.13
Fillers	D3.5
Fitting Design	D1.1
Fixed Fad Moments	A11.3

Fixed End Moments Due to Support Deflections	A11.9
Fixity Coefficients	C2.1
Flange Design	C10.1
Flange Design Stresses	C10.2
Flange Discontinuities	C10.7
Flange Loads	C11.8
Flange Strength (Crippling)	C10.4
Flat Sheet Web with Vertical Stiffeners	C10.1
Flexural Shear Flow Distribution	A15.24
Flexural Shear Flow Symmetrical Beam Section	A14.5
Flexural Shear Stress	A14.1
Flight Structures - Required Strength	C1.7
Forces on Airplane in Flight	A4.4
Formulation of Plane Stress Problem	A25.5
Frames with Joint Displacements	A12.8
Frames with One Axis of Symmetry	A10.2
Frames with Unknown Joint Deflections	A11.17
Frames with Unknown Joint Displacement	A12.6
Fuselage - Balance Diagram	A5.13
Fuselage - Basic Structure	A20.1
Fuselage - Example Problem Solutions	A20.9
Fuselage Frames	A21.17
Fuselage Shears and Moments	A5.12
Fuselage Shears and Moments for Landing Conditions	A5.18
Fuselage Stress Methods	A20.3
Fuselage - Ultimate Bending Strength	A20.6
Gas Welding	D2.1
General Organization of an Aircraft Company	A1.1
General Types of Loading	B1.1
Gerard Method	C7.2
Gust Load Factors	A4.6
Gust Loads	C13.23
Honeycomb Flat Panel Failure Modes	C12.8
Impact loading	B1.15
Impact Testing Methods	B1.15
Inelastic Buckling	A18.6
Inelastic Buckling strength at Flat Sheet in Compression	C5.3
Inelastic Buckling at Thin Sheets	A18.23
Inertia Forces	A4.2
Inertia Loads Due to Angular Acceleration	A5.18
Inertia Loads Due to Unit 100,000 in.lbs Pitching Moment	A5.19
Initial Stresses	A8.13
Internal Shear Flow Systems	A6.6
Inter-Rivet Buckling Stress	C7.12
Joggled Members	D3.4

Johnsm-Euler Equation	C7.22	
Joints - Method of	A2.10	
Landing Gear Units – Calculating Reactions & Loads on Members		A2.23
Landing Impact Loads	C13.32	
Large Deflections in Plates	A17.6	
Limit Loads	A4.1	
Load Factors	A4.5	
Loaded Continuous Beam with Yielding Supports	A12.5	
Longeron Type System	C11.41	
Maneuver Loads	C13.30	
Mass: Moment of Inertia	A3.1	
Maximum Shear Stresses for Simple Cross-Sections	A14. 5	
Membrane Action in Thin Plates	A17.5	
Membrane Analogy	A6.3	
Membrane Equations of Equilibrium	A16.1	
Metallic Materials	B2.1	
Method of Displacements	A23.1	
Method of Joints – Trusses	A2.10	
Method of Moments – Trusses	A2.11	
Method of Shears – Trusses	A2.12	
Methods of Column Failure	C2.1	
Modulus of Rupture	C3.3	
Modulus Rupture Stress	C4.15	
Modulus Theory	A18.6	
Mohr's Circle	C1.3	
Moment Distribution Method	A11.1	
Moment of Inertia - Strength of Columns	C2.8	
Moments for Combinations of Various Load Systems	A5.22	
Moments of Inertia – Airplane	A3.8	
Moments of Inertia – Centroids	A3.1	
Monocoque Circular Cylinders: Buckling under External Pressure		C8.11
Monocoque Circular Cylinders: Buckling under Pure Bending		C8.7
Monocoque Circular Cylinders: Problems for Finding Buckling Strength		C8.17
Monocoque Cylinders: Buckling under Axial Compression		C8.1
Monocoque Cylinders Budding under Axial Load and Internal Pressure		C8.3
NACA method	C11.24	
Needham Method	C7.1	
Neutral Axis Location	A13.1	
Neutral Axis Method	A13.3	
Octahedral Shear Stress Theory	C1.8	
Parallel Axis Theorem	A3.1, A3. 9	
Physical Action of Wing Section	A19.11	
Plane Strain	A25.7	
Plane Stress	A25.1	
Plate Beading Analysis	A17.3	

Plate Bending Equations	A17.1
Poisson's Ratio	B1.7
Practical Wing Section Application	A19.24
Pressure Vessels Applications	A16.2
Pressurized Cabin Stress Analysis	A16.6
Principal Axes	A3.10
Principal Strains	C1.5
Principle of Superposition	A5.1
Product of Inertia	A3.9
Radius of Gyration	A3.1
Redundant Reactions by Least Work	A5.2
Redundant Stress Calculations	A5.27
Redundant Stresses by Least Work	A8.3
Redundant Structures with Members Subjected to Loadings	A8.11
Relation - Shear and Bending Moment	A5.4
Restraint Produced by Lips and Bulbs	C7.6
Rib Loads from Discontinuities	A21.11
Rib - Multiple-Stringer Beam	A21.9
Rib - Single Cell Beam	A21.6
Rib - Three Stringer Beam	A21.7
Rivet Design	C11.15
Rivet Loads	C11.7
Riveted Connections	D1.14
Rivets in Tension	D1.25
Sandwich Construction and Design	C12.1
Sandwich Structural Properties	C12.4
Sandwich Structures Design	C12.33
Secant Modulus	B1.5
Secondary Bending moments in Trusses	A11.29
Section of Maximum Bending Moment	A5.4
Section Properties	A3.2
Shear Center	A14.1
Shear Center Location - Neutral Axis Method	A14.15
Shear Center of Single Cell - Three Flange Beam	A15.6
Shear Center of Single Cell - Two Flange Beam	A15.4
Shear Clips	D3.1
Shear Flow Cellular Beams	A15.24
Shear Flow - Multiple Cells	A15.16
Shear Flow in Tapered Sheet Panel	A15.27
Shear Lag Influences	A19.24
Shear Loads	C11.5
Shear Stresses & Shear Center - Beam Sections	A14.6
Shear Stresses Unsymmetrical Beam Sections	A14.8
Shearing Stresses from Principal Stresses	C1.1
Sheet-Stiffener Panels - Failing Strength	C7.15

Sheet Wrinkling Failure	C7.15	
Single Bolt Fitting	D1.4	
Single Cell Beam Symmetrical about One Axis	A15.1	
Single Cell - Multiple Flange One Axis of Symmetry	A15.7	
Single Cell - Unsymmetrical Multiple Flange	A15.8	
Single Spar - Cantilever Wing - Metal Covered	A19.10	
Slope Deflection - Hinged End	A12-3	
Static Tension Stress-Strain Diagram	B1.2	
Statically Determinate Coplanar Structures and Loadings	A2.17	
Statically Determinate and Indeterminate Structures	A2.4	
Statically Indeterminate Frames - Joint Rotation	A12.7	
Statically Indeterminate Problem	A8.1	
Stepped Column – Strength	C2.14	
Stiffened Cylindrical Structures - Ultimate Strength	C9.8	
Stiffness & Carry-over, Factors for Curved Members	A11.30	
Stiffness Factor	A11.4	
Strain - Displacement Relations	A24.5	
Strain Energy	A7.1	
Strain Energy of Plates Due to Edge Compression and Bending		A18.19
Strain Energy in Pure Bending of Plates	A11.12	
Streamline Tubing – Strength	C4.12	
Strength Checking and Design – Problems	C4.5	
Strength of Round Tubes under Combined Loadings	C4.22	
Stress Analysis Formulas	C11.15	
Stress Analysis of Thin Skin - Multiple Stringer Cantilever Wing		A19.20
Stress Concentration Factors	C13.10	
Stress Distribution & Angle of Twist for 2-Cell Thin-Wall Closed Section		A6.7
Stress-Strain Curve	B1.7	
Stress-Strain Relations	A24.6	
Stresses around Panel Cutout	A22.1	
Stresses in Uprights	C11.17	
Stringer Systems in Diagonal Tension	C11.32	
Structural Design Philosophy	C1.6	
Structural Fittings	A2.2	
Structural Skin Pawl Details	D3.12	
Structures with Curved Members	A11.29	
successive Method for Multiple Cell Beams	A15.24	
Symbols for Reacting Fitting Units	A2.3	
Symmetrical Sections - External Shear Loads	A14.2	
Tangent Modulus	B1.5	
Tangent-Modulus Theory	A18.8	
Taxi Loads	C13.33	
Tension Clips	D3.2	
Tension-Field Beam Action	C11.1	
Tension-Field Beam Formulas	C11.2	

Theorem of Castiglione	A7.5	
Theorem of Complementary Energy	A7.5	
Theorem of Least Work	A8.2	
Theorems of Virtual Work and Minimum Potential Energy	A7.5	
Thermal Deflections by Matrix Methods	A8.39	
Thermal Stresses	A8.14	
Thermal Stresses	A8.33	
Thermoelasticity - Three-Dimensional Equations	A24.1	
Thin Walled Shells	A16.5	
Three Cell - Multiple Flange Beam – Symmetrical about One Axis		A15.15
Three Flange - Single Cell Wing	A29.5	
Torsion - Circular Sections	A6.1	
Torsion - Effect of End Restraint	A6.16	
Torsion - Non-circular Sections	A6.3	
Torsion Open Sections	A6.4	
Torsion of Thin-Walled Cylinder having Closed Type Stiffeners		A6.15
Torsion Thin-Walled Sections	A6.5	
Torsional Moments – Beams	A5.9	
Torsional Modulus of Rupture	C4.17	
Torsional Shear Flow in Multiple Cell Beams by Method of Successive Corrections		A6.10
Torsional Shear Stresses to Multiple-Cell Thin-Wall Closed Section – Distribution		A6.7
Torsional Strength of Round Tubes	C4.17	
Torsional Stresses in Multiple-Cell, Thin-Walled Tubes	A6.8	
Transmission of Power by Cylindrical Shaft	A6.2	
Triaxial Stresses	C1.5	
Truss Deflection by Method of Elastic Weights	A7.33	
Truss Structures	A2.9	
Trusses with Double Redundancy	A8.10	
Trusses with Multiple Redundancy	A8.11	
Trusses with Single Redundancy	A8.7	
Tubing Design Facts	C4.5	
Two-Dimensional Problems	A26.5	
Two-Cell Multiple Flange Beam - One Axis of Symmetry	A15.11	
Type of Wing Ribs	A21.1	
Ultimate Strength of Tubing in Combined Bending & Flexural Shear		C4.25
Ultimate Strength of Tubing in Combined Compression, Bending, Flexural Shear & Torsion		C4.26
Ultimate Strength of Tubing in Combined Compression, Bending & Torsion		C4.24
Ultimate Strength of Tubing in Combined Tension, Torsion and Internal Pressure		C4.26
Uniform Stress Condition	C1.1	
Unit Analysis for Fuselage Shears and Moments	A5.25	
Unsymmetrical Frame	A9.2	
Unsymmetrical Frames or Rings	A10.4	
Unsymmetrical Frames using Principal Axes	A9.18	
Unsymmetrical Structures	A9.13	
Velocity - Lead Factor Diagram	A4.7	

Wagner Equations	C11.4
Web Bending & Shear Stresses	C10.5
Web Design	C11.18
Web Splices	C10.10
Web Strength Stable Webs	C10.5
Webs with Round Lightning Holes	C10.17
Welding	D2.1
Wing Analysis Problems	A19.2
Wing Arrangements	A19.1
Wing Effective Section	A19.12
Wing Internal, Stresses	A23.25
Wing Shear and Bending Analysis and Bending Moments	A19.14 A5.9
Wing - Shear Lag	A19.25
Wing Shears and Moments	A5.10
Wing Stiffness Matrix	A23.11
Wing Strength Requirements	A19.5
Wing Stress Analysis methods	A19.5
Wing - Ultimate Strength	A19.11
Work of Structures Group	A1.2
Y Stiffened Sheet Panels	C7.2

## 9.4 蛇足

文献で見つけた印象に残った文章と著者の経験から得たことを蛇足ながら書きつけておく。

### (1) Bruhn の教科書 (文献[1-4]) から

フリーボディ・ダイヤグラムの重要性を述べている。

#### 重要事項 (D3.9 項の最後の項目)

「詳細構造設計における最も重要な事柄は、力の釣合いである。設計者が構造組立のすべての部品の力の釣合いを示せば、ほとんどの誤りは避けることができるだろう。構造における強度の問題の大部分は、単に静力学の法則を見逃すことにより発生し、この検討の労をとらなかつた小さな些細な部品でおきる。計算尺やデータ集にとってかわる眼力を養うには多大な経験が必要である。初心者や仕事を初めて間もない設計者は構造設計のすべての方面に関するこの経験を持っていない。このような状況では、毎回、構造組立のすべての部品の荷重の釣合いを描くことが唯一の安全な道である。これを実践すれば、荷重のもとで構造がどのように変形するかを理解できるようになる。荷重が負荷されたとき押しあうか、引っ張りあうか、こじるか、という部材間の結合部における問題点の予知の大きな助けになる。」

Probably the most single important item regarding detail structural design is the matter of equilibrium. If the designer will show the load equilibrium for every part of his assembly, most errors will be prevented. The majority of all structural strength problems occur simply because the laws of statics have not been observed, and it is usually in the smaller detail parts that the time is not taken to do this. It takes a considerable amount of experience to safely substitute the "eyeball" for the slide rule and data book. The beginning detail designer and many others who have been at it for a while simply do not have this experience

in all areas of structural design. The only safe course in such circumstances is always to show the member loads in static balance, for every part of a structural assembly. When this is done it will also give the designer a better feel as to how the structure is actually deflecting under load. This can be of significant help in anticipating problems where members are joined together and therefore must push, pull or pry on each other when loaded.

### (2) Joint Aviation Authorities (JAA) の文書 (文献[2-74])

以下の文章は、装備品に関する記述であるが、構造に対しても当てはまる。解析の限界を知って、適切に解析・設計することの重要性を述べている。

#### 解析の妥当性と限界について

「解析は、使っている仮定、データ、解析方法が正しい限りにおいて正確である。したがって、要求に対する適合性を示すためには、基づいている仮定、データ、解析方法を明確に示すことと、解析の結果が妥当であることを保証する必要がある。解析結果の変動は、破壊モード、破壊の影響、破壊の頻度、破壊の確率分布関数、破壊検知方法、故障の独立性、解析方法の限界、手順、仮定といった要素に影響を受ける。上記の項目に関して設定した仮定の妥当性を示すことが、解析の重要な一部でなければならない。同一または類似のシステムまたはコンポーネントの経験を使い、設計の差に伴う許容範囲を考慮して、仮定の妥当性を示すことができる。安全解析の適切性を十分に保証できない場合や、データまたは仮定が破壊条件の受容に決定的である場合には、余分な安全余裕を解析または設計に組み入れるべきである。他の方法では、解析の結果がデータと仮定の不確実性に影響を受けないことを示すまで、データと仮定の不確実性を評価することが必要である。」

Any analysis is only as accurate as the assumptions, data, and analytical techniques it uses. Therefore, to show compliance with the requirements, the underlying assumptions, data and analytic techniques should be identified and justified to assure that the conclusions of the analysis were valid.

Variability may be inherent in elements such as failure modes, failure effects, failure rates, failure probability distribution functions, failure exposure times, failure detection methods, fault independence, and limitation of analytical methods, processes, and assumptions. The justification of the assumptions made with respect to the above items should be an integral part of the analysis. Assumptions can be validated by using experience with identical or similar systems or components with due allowance made for differences of design, duty cycle or environment. Where it is not possible to fully justify the adequacy of the safety analysis and where data or assumptions are critical to the acceptability of the Failure Condition, extra conservatism should be built into either the analysis or the design. Alternatively any uncertainty in the data and assumptions should be evaluated to the degree necessary to demonstrate that the analysis conclusions are insensitive to that uncertainty.

(NPA 25F-281, 1998)

(3)「日本のものづくりへの提言 - 計算力学の適切な使用に関して」

以下に示すのは、計算力学の安易な使い方に関する戒めの言葉である。元山氏の意見にまったく同感である。

発行所 日本機械学会 計算力学部門  
お問合せ 03-3560-3505

ISSN 1340-6582

日本機械学会 計算力学部門



CMD Newsletter

# COMPUTATIONAL MECHANICS

計算力学部門ニュースレター No.45

October, 2010

## 巻頭言



### 日本のものづくりへの提言 —計算力学の適正な使用に関して—

元山 近思  
川崎重工工業株式会社

私は今年の3月末まで6年間にわたり川崎重工工業株式会社航空宇宙カンパニープレジデントとしていくつかの航空機やミサイル等の開発に経営トップの立場で関与し、技術者達の真剣で一途な仕事ぶりを見てまいりました。会社人としては構造技術者としての生活が長いわけですが50代から65歳で定年を迎えるまでは物づくり部門、企画部門を経験した後、経営に携わってきました。出自が技術者ですからどうしても技術者達には厳しいことを要求するくせが最後まであったような気がします。

私は決して計算力学に見識が深いわけでも何でもありませんが、航空機等の開発を通して感じてきた技術のあり方について、「日本のものづくりへの提言—計算力学の適正な使用に関して」という意図を込めて独断と偏見とのお叱りをあえて恐れずに述べてみたいと思います。

機械系工業製品のどの分野においても、大まかな製品の開発過程は、既存のノレッジをベースに基本構想を固めた後、各種の計算によって設計内容を詳細に肉付けして細部設計し、試作、評価するものです。最近の解析技術の進歩には目覚ましいものがありますが、他方では長年の経験で蓄積されたノレッジの重要性は今後も変わることがないと私は考えております。計算が大切であることは言うまでもありませんが、諸先輩の長年の努力によって蓄積されてきたノレッジの重要性をあえて強調しておきたいと思っております。

航空機開発を他製品と比較して考えてみますと、使用時の性能や安全性を客観的かつ厳密に試験で実証していくという

点において極めて特異なものでありますが、技術論としては理想的であると私は認識しております。その開発過程においては高度な計算力学が色んな分野で大規模に適用され、さらには実機を用いた全機試験で徹底的に検証されます。計算の適正さをチェックされるという点において技術者にとっては貴重な経験ができる反面過酷な世界でもあります。

計算機の発達に伴い計算力学の進歩は目を見張るものがあります。開発現場での技術作業は大きく変貌し、航空機性能と安全の改善に大きく寄与しております。

計算力学の進歩の効用を認めた上での私の問題意識は、計算力学が個別の設計において常に正しい解を与えるものであるという過度な思い込みをする技術者がいるのではないかとこのものです。各種の解析ソフトが利用可能な現代においてはインプットすればそれに見合ったアウトプットが得られるだけであってそれがエンジニアリング的に適正な解であるかどうかは慎重な評価が必要と考えます。開発現場では学問をやっているわけではありませんから学問的に正しいということまでは求めませんが、エンジニアリング的に適正かどうかという恐れと謙虚さは必要であり、この心構えこそが技術者魂のひとつの発露だと思っております。

しかしながら、現実にはやりっぱなしというケースが多いのではないのでしょうか。美しい色つきの図表に酔って、冷静な評価を忘れてしまう。たとえば、モデル化は適正か、計算力学の限界や制約を越えてないか、ひいてはインプットミスはないか、アウトプットを読み違えてないか等心配事は多々あり

ます。また、現実には複雑であり、試験をやってみれば計算値と計測値が乖離すること等は日常的に遭遇する出来事です。

航空機開発では試験によって計算の妥当性を検証し、要すれば解析モデルの修正等の機会がありますが、試験による確認を行わない一般の工業製品の場合には計算の妥当性をどのように担保するのかという課題が内在していると考えます。

私は航空機の安全確保という崇高なミッションを担う技術者達に対して「技術を畏敬して自己研鑽し、検討にあたっては最善をつくせ」と口すっぱく言ってきました。航空機開発は高性能な計算機の無い時代からやられてきたわけですが、かつては計算式を用いたアナログ的な手法でした。計算力学が進歩した現在においても、試作開始前までに得られた計算結果がエンジニアリング的に適正であることをノレッジによって直感的に検証したり、代表箇所に限定してでもアナログ的に検証することが非常に大切です。前者の為には経験豊かな技術者を交えた日常的なディスカッションが有効でしょうし、後者のためには教科書を勉強したり文献を調査したりして適応可能な計算式を探し出してくるという努力が技術者に求められます。結果的には大学で勉強した時間よりも会社に入ってから勉強時間の方がはるかに長いという経験をするわけです。技術者はまさに勉強、勉強であって、それをやらなければついていけない。工学の教科書に書いてある式は近似式であったり経験式であったりする場合が多いわけで、計

算式と現実との相関関係や乖離度を知るには根気良く文献調査をする必要があります。私は、教科書を鵜呑みにせずに計算式の成立条件や制約を文献で調べ上げて開発に臨むという手法を若い時に上司から徹底的に叩き込まれましたが、現在もそれが開発に従事する技術者には必要な理想的な心構えだと考えております。

上述のような検証サイクルを回して開発業務を行うには上司の強い意志と部下の開発に向けた情熱が必要です。膨大な技術作業を日々抱えて繁忙をきたす部下に対して、「技術を畏敬して自己研鑽し、検討にあたっては最善をつくせ」と強制するには上司は相当な覚悟がいます。航空機開発においては全機試験で計算の適正さが明らかになるとはいえ、試作機を用いた試験段階で計算に重大な不適正さが露見して手戻りする必要が生じた場合には大改修が必要となりますから開発スケジュールや開発コストに重大な影響を与えることになります。従って試作、試験を行う前に不適正さを早期に是正しておく必要があるわけです。しかしながら生身の技術者にとってはスケジュールに追われてなかなか上述のようなアプローチを徹底することは難しいものですが、結局は急がば回れとのことわざを頭の隅において、ここまで進歩した計算力学を適正かつ有効に活用していく工夫と努力をしていただきたいとの思いで、ささやかながら提言するものです。

(4) 著者の経験から

- 「強度計算ができない構造は悪い構造。」  
強度計算できないということは、荷重経路がなかったり、高次の不静定構造であったりしている場合であるから、それは構造として成り立っていないことが多い。荷重経路が明確な構造がよい構造である。強度計算ができないような構造に出会ったら、設計者に設計を変更するよう要求すべきである。  
Grumman Stress Manual には、”Don't Analyze a Bad Design” という注意書きが載っているとのことである。
- 「構造は計算していなかった場所で壊れる。」  
強度計算をしてある場所は、一応検討をしてあるので、よほどの間違いをしていないかぎり壊れることはない。破壊モードを見落とししたり、最小断面を見落とししたりした場所で壊れるものである。したがって、どこで、どう壊れるかを抽出できるかどうかは強度計算で一番大事なポイントである。この段階で見落とししたら、もう取り戻せない。
- 「荷重がかかったときの変形を想像せよ。」  
構造に荷重がかかったときの変形が頭に浮かべば、構造の弱いところがありありと見えてくる。そうすると、どこで、どう破壊するかがわかるようになる。図面に荷重の大きさと向きを記入して、どこが伸びて、どこが縮むか、どこがどう曲がるかを想像する訓練をするとよい。FEM 解析をしたら、必ず変形図をよく見る習慣をつけよう。
- 「板は面外荷重と集中荷重に弱い。」  
航空機構造は薄板構造が基本であるが、板は面外荷重が入って曲げがかかると弱い。面内荷重であっても集中荷重には弱い。板に面外荷重や集中荷重が入るところには必ず「骨」を配置すること。
- 「固いほうへ荷重は流れる。」  
支持部の剛性で内部荷重が変わることを理解することが大事である。ある部材単独で見ているだけではいけない。組立図、取付図を見て、結合部とその周辺（裏側を含めて）の支持剛性を調べる。支持剛性が高い場所、距離が近い場所に荷重が流れるので、それを考慮して部品の寸法やボルトのサイズと本数を決める。
- 「結合部を先に設計・サイジングせよ。」  
製造のために構造を分割する必要がある。分割した構造を結合しなければならないが、結合部では大きい荷重を伝達しなければならないので、構造の結合部は、静強度と疲労強度のどちらの観点からも重要であり、設計が難しい。まず結合部から設計・サイジングすべきである。一般部から設計・サイジングすると、結合部の強度を計算する段になって結合部の強度が足りないという事態に陥ることがある。
- 「解析方法はいくつもある。時と場合によって使い分けよ。」  
初めからなんでも FEM 解析を行うのはよくない。まず、どういう解析方法を使ったらよいかを考えよう。どんな問題でも複数の解析方法があるはずである。どういう解析方法があるかを知るには、ふだんからいろいろな文献を読んでおくといよい。いざというときに役に立つ。  
解析方法によって、解析の手間と解析精度は異なる。安全側の仮定を置けば、手計算でも解析できることが多い。手計算でできるものをわざわざ FEM 解析を使って解析する必要はない。FEM 解析を使って同じ問題を解くにしても、簡単なモデルから複雑なモデルまでいろいろなレベルの解析のしかたが考えられる。投入できるリソース（人と時間）と必要な精度を勘案してどの解析方法をとるかを決定することが大事である。

## 10 参考文献

本書を作成するにあたって参考にした教科書と文献を以下に示す。

### 10.1 教科書

#### ● 航空機構造（日本語）

[1-1] 小林繁夫, 「航空機構造力学」, 丸善 (株), 1992.

航空機構造力学全般を扱っており, 最初に読むとよい教科書である。理論的な解説が充実している。有限要素法についての記述がないのが残念である。

[1-2] 新沢順悦, 藤原源吉, 川島孝幸, 「航空機の構造力学」, 産業図書 (株), 1989.

[1-1]とよく似た教科書である。Peery の教科書に載っている例題をそのまま使っている。例題が多いのがよい。

#### ● 航空機構造（英語）

[1-3] D. J. Peery and J. J. Azar "Aircraft Structures", McGraw-Hill, New York, 1982.

航空機構造解析の入門書の名著であった Peery の教科書の改訂版で, 有限要素法についての説明が追加された。入門書として最適である。

[1-4] E. F. Bruhn, "Analysis and Design of Flight Vehicle Structures," S. R. Jacobs & Associates, Inc., 1973.

航空機構造解析の解説書とマニュアルを兼ねた本である。理論的な解説とともに, 実際の構造解析で出くわすような例題が多く記載されており, 理解に役立つ。強度解析の実務に役立つチャートが多く掲載されている。航空機構造解析者の必携の書である。有限要素法が生まれた頃の本であるので, マトリックス構造解析の章は内容が古くなり, 役に立たない。

詳細な目次と索引を 9.3 項に示したので利用されたい。

[1-5] M. C. Niu, "Aircraft Structural Design," Conmilt Press Ltd., 1989.

Bruhn の本をやさしくしたような教科書である。実機構造の図がたくさん記載されているので, 実機例を知るのに便利である。設計の指針の詳細説明がある。例題は載っているが, 理論的な解説はほとんどない。

[1-6] M. C. Niu, "Airframe Stress Analysis and Sizing," Conmilt Press Ltd.

[1-5]と同じ著者による航空機構造の強度計算の教科書である。内容が重なっているところが多い。

[1-7] Jean-Claude Flabel, "Practical Stress Analysis for Deign Engineers," Lake City Publishing Co., 1997.

単純化のしかたとフリーボディ・ダイヤグラムの描き方を詳しく説明している。書名のとおり設計者向けの教科書である。解析担当者向けとしてはもの足りない。

[1-8] T. H. G. Megson, "Aircraft Structures for Engineering Students, Fourth Edition" Elsevier Aerospace Engineering.

題名どおり, 航空機構造解析の大学生向けの教科書である。理論的な面が充実している。ただし, 学生用の教科書であるため, 実務者向きではない。

[1-9] W. F. McCombs, "A Supplement to Analysis & Design of Fliht Vehicle Structures For Increased Scope and Usefulness," Datatech.

### 10.2 文献

本書を書くために参考にした本と文献を挙げる。NACA, NASA のレポートはインターネットで無料で入手できる。

[2-1] 林毅編, 「軽構造の理論とその応用 (上下)」, 日本科学技術連盟, 1966.

理論的な解説が行き届いていて, 薄板の構造力学を勉強するには最適である。変分原理 (エネルギー法) の解説が簡潔でわかりやすい。残念なことに本書は絶版になっている。40年前の本であるが, 今でも内容は古くなっていない。

[2-2] C. L. ディム, I. H. シャームス, (砂川恵監訳), 「材料力学と変分法」, ブレイン図書出版 (株), 1977.

変分原理 (エネルギー法) の教科書である。理論的な面を強調している。例題が多く, 理論的な教科書にしてはわかりやすい。変分原理の教科書としては最高だろう。

- [2-3] K. Washizu, "Variational Methods in Elasticity and Plasticity," Pergamon Press, 1968.  
構造力学の変分原理に関する名著である。
- [2-4] 滝敏美, 「表計算ソフトの最適化機能を用いた構造問題へのエネルギー法の直接解法の適用」, 第 50 回構造強度に関する講演会講演集, 2008 年。  
本書の例題で使ったエネルギー法による直接解法を紹介した論文。
- [2-5] "Metallic Materials Properties Development and Standardization (MMPDS)," Department of Transportation Report DOT/FAA/AR-MMPDS-01, January 2003.  
航空機用金属材料の強度データ集。インターネット <http://www.everyspec.com/> から検索してダウンロードできる。最新版は有料であるが、この初版は無料である。
- [2-6] "Composite Materials Handbook, Volume 1. Polymer Matrix Composites, Guidelines for Characterization of Structural Materials," MIL-HDBK-17-1F, June 17, 2002.  
"Composite Materials Handbook, Volume 3. Polymer Matrix Composites, Material Usage, Design and Analysis," MIL-HDBK-17-3F, 23 January, 2003.  
航空機用複合材料の詳細解説。複合材の力学, 材料試験法, 構造要素試験法, 構造設計のノウハウまでを解説している。インターネット <http://www.everyspec.com/> から検索してダウンロードできる。
- [2-7] S. J. Garvey, "The Quadrilateral 'Shear' Panel, The Peculiar Stressing Problems Arising in the Structure of the Non-Rectangular Swept Wing," Aircraft Engineering, May 1951, p.134-135, 144.  
四辺形せん断パネルのコンプリメンタリ・エネルギーの計算式を導いた論文。NASTRAN のせん断パネル要素の基礎となっている。
- [2-8] G. E. Maddux, L. A. Vorst, F. J. Giessler and T. Moritz, "Stress Analysis Manual," AFFDL-TR-69-42 (AD0759199).  
米空軍が発行した航空機構造の強度計算マニュアルである。インターネット <http://www.dtic.mil/dtic/> から検索してダウンロードできる。
- [2-9] M. Farley, "Establishing New Methodologies With MSC SOFTWARE Products to Develop a 747SP Finite Element Model for FAA Certification of Airframe Design Modification."
- [2-10] R. J. Burt, "Structural Certification of the F-16 Block 52+ Aircraft," 2005 USAF Aircraft Structural Integrity Program Conference, 29 November 2005.
- [2-11] W. C. Young, "Roark's Formulas for Stress and Strain," Sixth Edition, McGraw-Hill Book Company.
- [2-12] 倉西正嗣, 「弾性学」, (株) 国際理工研究社, 1949 年。
- [2-13] Engineering Sciences Data Unit, "Elastic Direct Stresses and Deflections for Flat Rectangular Plates under Uniformly Distributed Normal Pressure," ESDU 71013, May 1971.
- [2-14] S. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger, "Theory of Plates and Shells," Second Edition, MacGraw-Hill, Inc.
- [2-15] M. B. Tate and S. J. Rosenfeld, "Preliminary Investigation of the Loads Carried by Individual Bolts in Bolted Joints," NACA TN 1051, 1946.
- [2-16] H. Huth, "Influence of Fastener Flexibility on the Prediction of Load Transfer and Fatigue Life for Multiple-Row Joints," Fatigue in Mechanically Fastened Composite and Metallic Joints, ASTM STP 927, 1986, pp.221-250.
- [2-17] Ian Taig, "Rules for Modelling Structures"  
インターネットの Engineering Tips Forum (<http://www.eng-tips.com/>) の Aircraft Engineering Forum で紹介されていた資料。イギリスの British Aerospace 社のチーフエンジニアが書いた航空機構造の FEM モデル化の解説。
- [2-18] "NASTRAN-xMG User's Reference Manual V 2.5.0," The MacNeal Group LLC.
- [2-19] P. Hoogenboom and J. Blaauwendraad, "Quadrilateral Shear Panel," Engineering Structures 22, 2000, p.1690-1698.
- [2-20] R. Hariri, "Post-buckling Behaviour of Tee-Shaped Aluminum Columns," PhD Thesis, 1967, University of Michigan, USA.
- [2-21] J. Mennink, "Cross-sectional Stability of Alumiun Extrusions, Prediction of the Actual Local Buckling Behaviour," PhD Thesis, 2002, Technical University of Eindhoven, The Netherlands.
- [2-22] J. E. Duberg, "A Numerical Procedure for the Stress Analysis of Stiffened Shells," Journal of the Aeronautical Sciences,

- Volume 16, Number 8, August 1949, pp.451-462.
- [2-23] R. T. Barrett, "Fastener Design Manual," NASA-RP-1228, 1990.
- [2-24] 航空機部品・素材産業振興に関する調査研究成果報告書 No.1102 「新 6000 系合金の航空機用鍛造／押出材の開発」, 1997 年 3 月, 社団法人航空宇宙工業会
- [2-25] "Stress Course for Liaison Engineers," USAF Reserve Officers ABDR Training Program.  
インターネットで見つけた強度計算の入門書. 米空軍の講習会のテキストである. 例題が多い.
- [2-26] G. Gerard, "Handbook of Structural Stability, Part IV – Failure of Plates and Composite Elements," NACA-TN-3784, 1957.
- [2-27] "Aeronautical Structures Manual, Volume I," NASA TM X-73305, 1975.
- [2-28] "Aeronautical Structures Manual, Volume II," NASA TM X-73306, 1975.
- [2-29] G. Gerard, "The Crippling Strength of Compression Elements," Journal of Aeronautical Sciences, January 1958, pp.37-52.
- [2-30] H. B. Crockett, "Predicting Stiffener and Stiffened Panel Crippling Stresses," Journal of Aeronautical Sciences, November 1942, pp.501-509.
- [2-31] R. Needham, "The Ultimate Strength of Aluminum-Alloy Formed Structural Shapes in Compression," Journal of Aeronautical Sciences, April 1954, pp.217-229.
- [2-32] E. H. Schuette, "Observations on the Maximum Average Stress of Flat Plates Buckled in Edge Compression," NACA TN 1625, 1949.
- [2-33] E.E. Lundquist, "The Compressive Strength of Duralumin Columns of Equal Angle Section," NACA TN-413, 1932.  
等辺アングルのねじれ座屈の試験データが載っている.
- [2-34] W. Ramberg and W. R. Osgood, "Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters," NACA TN-902, 1943.
- [2-35] Y. Kim and T. Pekoz, "Behavior and Design of Aluminum Members in Bending," Report 03-04, School of Civil and Environmental Engineering, Cornell University, August 2003.
- [2-36] F. P. Cozzone, "Bending Strength in the Plastic Range," Journal of Aeronautical Sciences, May 1943, pp.137-151.
- [2-37] S. P. Timoshenko and J. Gere, "Theory of Elastic Stability," Second Ed., 1961, Dover Publication Inc.
- [2-38] K. Chan, H. Guzman, K-W. Liu, and T-J Tzong, "Implementation and Certification of Integral Structures on the C-17 Aircraft," 29 Nov., 2005.
- [2-39] G. Gerard and H. Becker, "Handbook of Structural Stability, Part III – Buckling of Curved Plates and Shells," NACA TN-3783, 1957.
- [2-40] M. A. Melcon and A. F. Enshrud, "Analysis of Stiffened Curved Panels Under Shear and Compression," Journal of Aeronautical Sciences, February 1953, pp.111-119.
- [2-41] "Joint Service Specification Guide, Aircraft Structures, General Specification For," JSSG-2006, 30 October, 1998.
- [2-42] S. B. Batdorf, M. Schildcrout and M. Stein, "Critical Stress of Thin-Walled Cylinders in Axial Compression," NACA TN-1343, 1947.
- [2-43] M. Stein and R. W. Fralich, "Critical Shear Stress of Infinity Long, Simply Supported Plate with Transverse Stiffeners," NACA TN-1851, 1949.
- [2-44] A. F. Grisham, "A Method for Including Post-Buckling of Plate Elements in the Internal Loads Analysis of Any Complex Structure Idealized Using Finite Element Analysis Methods," AIAA Paper No.78-515.
- [2-45] P. Kuhn, J. P. Peterson and L. R. Levin, "Summary of Diagonal-Tension, Part I.," NACA TN-2661, 1952.
- [2-46] P. Kuhn, J. P. Peterson and L. R. Levin, "Summary of Diagonal-Tension, Part II.," NACA TN-2662, 1952.
- [2-47] A. G. Tsongas and R. T. Ratay, "Investigation of Diagonal-Tension Beams with Very Thin Stiffened Webs," NASA CR-101854, 1969.
- [2-48] R. M. Mello, R. E. Sherrer and M. D. Musgrove, "Intermediate Diagonal Tension Field Shear Beam Development for the SST," Journal of Aircraft, Volume 9, No.7, July, 1972, pp.470-476.
- [2-49] H. Becker, "Handbook of Structural Stability, Part II – Buckling of Composite Elements," NACA TN-3782, July 1957.

- [2-50] G. L. Gallaher and R. B. Boughan, "A Method of Calculating the Compressive Strength of Z-Stiffened Panels that Develop Local Instability," NACA TN-1482, November 1947.
- [2-51] R. B. Boughan and G. W. Baab, "Charts for Calculation of the Critical Compressive Stress for Local Instability of Idealized Web and T-Stiffened Panels," NACA WR L-204, 1944.
- [2-52] G. Gerard and H. Becker, "Handbook of Structural Stability, Part I – Buckling of Plates," NACA TN-3781, July 1957.
- [2-53] S. Yusuff, "Buckling Phenomena of Stiffened Panels," Journal of the Aero/space Sciences, August 1958, pp.507-514.
- [2-54] W. J. Stroud, W. H. Greene and M. S. Anderson, "Buckling Loads of Stiffened Panels Subjected to Combined Longitudinal Compression and Shear: Results Obtained With PASCO, EAL, and STAGS Computer Programs," NASA TP-2215, January 1984.
- [2-55] G. Gerard, "Handbook of Structural Stability, Part V – Compressive Strength of Flat Stiffened Panels," NACA TN-3785, August 1957.
- [2-56] G. Gerard, "Effective Width of Elastically Supported Flat Plates," Journal of the Aeronautical Sciences, October 1946, pp.518-524.
- [2-57] J. C. Ekval, "Static Strength Analysis of Pin-Loaded Lugs," Journal of Aircraft, Vol. 23, No. 5, May 1986, pp.438-443.
- [2-58] "Aerospace Fasteners, Numerical Listing of Parts, 1995 Edition," SPS Technologies.
- [2-59] "In-Flight Separation of Vertical Stabilizer American Airlines Flight 587, Airbus Industrie A300-605R, N14053, Belle Harbor, New York, November 12, 2001" National Transportation Safety Board Aircraft Incident Report NTSB/AAR-04/04, 2004.
- [2-60] "Damage Tolerance Assessment Handbook, Volume II: Airframe Damage Tolerance Evaluation," DOT/FAA/CT-93/69.II, DOT-VNTSC-FAA-93-13.II, October 1993.
- [2-61] Xiaojiang Gao, "Strength Determination of Heavy Clip-Angle Connection Components," Master's Thesis, University of Cincinnati, 2002.
- [2-62] G. Gerard, "Secant Modulus Method for Determining Plate Instability Above the Proportional Limit," Journal of the Aeronautical Sciences, January 1946, pp.38-48.
- [2-63] Engineering Sciences Data Unit, "Strength of Angles and Club-foot Fittings (Transmitting Tensile Loads)," ESDU 84039, May 2006.
- [2-64] K. Kathiresan, T. M. Hsu and T. R. Brussat, "Advanced Life Analysis Methods – Crack Growth Analysis Methods for Attachment Lugs," AFWAL-TR-84-3080, Volume II, 1984.
- [2-65] P. Kuhn, "Stresses in Aircraft and Shell Structures," McGraw-Hill Book Co., 1956.
- [2-66] T. Swift, "Damage Tolerance in Pressurized Fuselages," 11th Plantema Memorial Lecture, New Materials and Fatigue Resistant Aircraft Design, The Proceedings of the 14th Symposium of the International Committee on Aeronautical Fatigue, 1987.
- [2-67] R.J.H. Wanhill, "Milestone Case Histories in Aircraft Structural Integrity," NLR-TP-2002-521.
- [2-68] P. Christiansen, G.R. Bateman and A. Navarrete, "C-130 Center Wing MSD/MED Risk Analysis," 2006 USAF Aircraft Structural Integrity Program Conference, 28 November 2006.
- [2-69] H. J. Grover, S. M. Bishop and L. R. Jackson, "Fatigue Strengths of Aircraft Materials, Axial-Load Fatigue Tests on Notched Sheet Specimens of 24S-T-3 and 75S-T6 Aluminum Alloys and of SAE 4130 Steel with Stress-Concentration Factors of 2.0 and 4.0," NACA TN-2389.
- [2-70] "Standard Practices for Cycle Counting in Fatigue Analysis," ASTM E 1049-85.
- [2-71] M. A. Melcon and F. M. Hoblit, "Developments in the Analysis of Lugs and Shear Pins," Product Engineering, 24, May 1953, pp.160-170.
- [2-72] W. D. Pilkey and D. F. Pilkey, "Peterson's Stress Concentration Factors (3rd Edition)," John Wiley & Sons, 2008.
- [2-73] 西田正孝, 「応力集中 増補版」, 森北出版, 2001.
- [2-74] "Commercial Airplane Certification Process Study, An Evaluation of Selected Aircraft Certification, Operations, and Maintenance Processes," FAA, 2002.

- [2-75] D. F. Bryan, "The B-52G-H Wing Cyclic Test Program," AFFDL TR 70-144, Proceedings of the Air Force Conference on Fatigue and Fracture of Aircraft Structures and Materials, 1969.
- [2-76] H. Ansell and T. Johansson, "Widespread Fatigue Damage in Combat Aircraft," AGARD-CP-568, pp.17-1-17-11, 1995.
- [2-77] U. G. Goranson, "Fatigue Issues in Aircraft Maintenance and Repairs," Int. J. Fatigue, Vol. 20, No.6, pp.413-431, 1997.
- [2-78] M. M. Spencer, "The Boeing 747 Fatigue Integrity Program," Advanced Approaches to Fatigue Evaluation, Sixth ICAF Symposium, NASA SP-309, pp.127-178, 1971.
- [2-79] J. P. Waszczak and T. A. Cruse, "A Synthesis Procedure for Mechanically Fastened Joints in Advanced Composite Materials," AFML-TR-73-145, Volume II, 1973.
- [2-80] K. N. Shivakumar and J. C. Newman, Jr., "Stress Concentrations for Straight-Shank and Countersunk Holes in Plates Subjected to Tension, Bending and Pin Loading," NASA TP-3192, 1992.
- [2-81] S. Buchanan, "Development of a Wingbox Rib for a Passenger Jet Aircraft using Design Optimization and Constrained to Traditional Design and Manufacture Requirements," Altair Engineering CAE Technology Conference 2007, p.7-1 – 7-8.

## あとがき

大学を卒業以来約 30 年、航空機構造技術者として幸いなことに多くの航空機の開発にたずさわることができた。その機種を挙げれば、中等練習機 T-4 の開発に始まり、支援戦闘機 F-2、ティルトローター機 BA-609、リージョナルジェット Embraer 170/190、最新旅客機 Boeing 787、次期輸送機 C-X、次期対潜哨戒機 P-X である。これらの開発の中で多くの優秀な技術者と共に仕事をするにより、多くを学んだ。

この 30 年間のコンピュータの発展はめざましい。図面は 3 次元 CAD で描くようになった。大型計算機でしかできなかった有限要素解析はパーソナル・コンピュータでできるようになった。その反面、構造解析がブラックボックス化してしまい、現象の本質をとらえることができなくなっているように感じる。そのため構造解析技術者の能力が低下しているように思える。こういう状況だからこそ、航空機構造力学の基礎をしっかりと理解する必要がある。

大学の機械系学科では材料力学までしか教えない。会社に入ってから自分で航空機構造力学を勉強しないかぎり、必要な知識は得られない。以前は、Bruhn や Peery の本を読み、他人の書いた強度計算書を読解し、実務で強度計算の経験を積むことでやっと一人前の構造解析技術者になった。開発作業の忙しい中で自分で勉強することを期待することは無理だろう。「自分で勉強して一人前になれ」というようなやり方は今の時代では通用しない。英語の教科書にはよいものがあるが、自分で英語の教科書を読んで勉強しろと言っても英語力がないと無理である。日本語の航空機構造の教科書がいくつかあるが、大学での教育用であり実務向きではない。現場の技術者を対象とした日本語の教科書の必要性を感じていた。

強度計算はルーチンワークである。構造解析技術者は特別な能力がある人間にしかねないようなものではない。高校レベルの数学と力学を理解できる素養があり、きちんとしたトレーニングを受ければ一定の水準の構造解析技術者になれる。効率のよい教育をして早く一人前の構造解析技術者を育成するのが急務である。

本書はこのような切実な思いから生まれた個人的プロジェクトの成果である。著者が Boeing 787 の Joint Definition Phase（基本設計フェーズ）を終えて Boeing 社から帰ってきた 2005 年末に構想ができた。その後、787 の詳細設計と C-X/P-X の構造改修設計の忙しい中で休日を使って原稿を書きためた。早く完成させようとするなら他の人の支援を求めることもできたが、自分の思いどおりの内容にしたかったため、自分ひとりで執筆することにこだわった。著者の個人的な考えを強く出していることと、構造解析の実務とのつながりを念頭においているため、本書の内容は教科書としては偏ったものになっている。しかし、それがかえって本書の特長になっていると思う。本書が構造解析技術者の教育に役立つことを切に願っている。

まだ完成したわけではないが、できたところから著者のホームページで公開していくことにした。読者からのフィードバックを受けて内容を充実していきたいと考えているので、読者のみなさんのご意見をぜひともお寄せいただきたい（メールアドレス：zs3t-tk@asahi-net.or.jp）。

滝 敏美

2009 年 8 月 29 日

## 完成時のあとがき

本書を著者のホームページに最初に公開してから約 1 年で完成にこぎつけることができた。結果として量的には 400 ページを超し、内容も最初に考えていたものよりも難しいものになってしまった。盛り込みすぎの感があるが、これは現在の日本の航空機工業界の状況に対する著者の危機意識の表れで、後進の技術者になるべく多くの情報を伝えたいとの思いからきている。

本書を書くために、1940 年代～1950 年代の多くの原論文に目を通したが、航空機構造解析法は静強度に関しては 1950 年代の終わりにはほとんど現在のレベルにまで到達していたことが実感できた。（1960 年代以降に発展したのは、疲労／損傷許容性の技術、複合材に関する技術と、有限要素法に代表されるコンピュータ利用技術である。）1950 年代までに開発された静強度計算法が現在でも有用である。良い例が不完全張力場の解析法である。いまだに Kuhn の方法（1952 年）が用いられている。Boeing 747（初飛行 1969 年）の巨大な機体構造が 1960 年代に設計され、今も安全に世界中の空を飛んでいることを思い起こしてほしい。

手計算による静強度計算法が航空機構造解析の基本である。この基本をしっかりマスターすることが大事である。航空機構造解析の基本を知らないで有限要素法を使うのは非常に危険である。

航空機構造解析の仕事は、航空機の安全を守る責任の重い仕事である。航空機構造技術者はプロフェッショナルでなければならない。本書が航空機構造解析のプロフェッショナルへの道の手助けになればと願っている。

滝 敏美  
2010年9月20日

## 改訂履歴

- 2009年8月29日 初回公開
- 2009年10月4日 改訂1  
第4章を完成した。参考文献を追加。誤記訂正。
- 2009年12月13日 改訂2  
第5章を完成した。参考文献を追加。
- 2010年1月17日 改訂3  
第6章の一部を追加した。
- 2010年1月24日 改訂4  
第6章の「クリップリング」の項を書きかえた。
- 2010年2月7日 改訂5  
第6章の「軸力部材の圧縮破壊」の項を完成した。
- 2010年2月28日 改訂6  
第6章の構成を変更した。第6章の「安全余裕」, 「梁の破壊」の項を完成した。
- 2010年3月7日 改訂7  
第6章の「ビームカラム」の項を完成した。誤記訂正。
- 2010年5月3日 改訂8  
第6章の「平板の座屈」の項を追加した。
- 2010年5月5日 改訂9  
第6章の「平板の座屈」の項を完成した。  
第8章「補足」に Bruhn の教科書の目次と索引を追加した。
- 2010年6月10日 改訂10  
第6章の「曲面板の座屈」の項を完成した。
- 2010年7月27日 改訂11  
第6章の「張力場」の項を完成した。
- 2010年8月13日 改訂12  
第6章の「圧縮を受ける補強パネル」の項を完成した。
- 2010年9月20日 改訂13  
第6章の「継手強度」の項を完成した。全体が完成した。
- 2010年10月29日 改訂14  
第6章の「継手強度」の項にラグの応力分布を追加。箱桁構造の構成を変更。その他、誤記修正等。
- 2010年12月29日 改訂15  
第7章「疲労強度」の項を追加した。第6章に「曲面板の座屈係数の近似式」を追加した。第9章に「蛇足」を追加した。
- 2011年1月16日 改訂16  
本文のフォントを変更した。細部を修正。
- 2011年3月13日 改訂17  
簡略化されたレイン・フロー・カウンティングを追加。
- 2011年7月3日 改訂18  
3項に構造概要図を追加。9.4項に追加。
- 2011年10月10日 改訂19  
誤記訂正。平板の曲げ座屈の係数を追加。リブのクラッシュ荷重を追加。